



СӘТБАЕВ
УНИВЕРСИТЕТИ



SATBAYEV
UNIVERSITY



Кафедра геологической съемки, поисков и разведки
месторождений полезных ископаемых

Дисциплина «Геохимические методы поисков месторождений полезных
ископаемых»

Практическая работа №5

«Определение среднего содержания,
дисперсию и коэффициента вариации
химических элементов»»

2 академических часа

Преподаватель – профессор КазНТУ,
Кандидат геолого-минералогических наук

Аршамов Ялкунжан Камалович

email: y.arshamov@satbayev.university



Основные теоретические предпосылки

- Дисперсия случайной величины (σ) – это мера разброса значений случайной величины относительно её математического ожидания. Квадратный корень из дисперсии называется среднеквадратическим отклонением, стандартным отклонением или стандартным разбросом. Стандартное отклонение измеряется в тех же единицах, что и сама случайная величина, а дисперсия измеряется в квадратах этой единицы измерения.
- Коэффициент вариации (среднеквадратичная погрешность) задается в % и показывает отношение среднеквадратического отклонения к среднему значению случайной величины. Под средним набором стандартных отклонений понимается отношение стандартного отклонения к среднему значению случайной величины.
- Наибольшим отклонением называют последнее число членов вариационного ряда (результаты располагаются в сторону восходящего ряда).
- Ниже в таблице 1 в качестве примера приводится разноска результатов опробования гранитов из различных районов земной коры на литий.



Основные теоретические предпосылки

Разноска результатов анализа гранитов на литий

Среднее значение млн ⁻¹	Число проб	Среднее значение млн ⁻¹	Число проб
5	1	50	8
10	7	55	4
15	13	60	8
20	20	65	1
25	15	70	6
30	26	75	2
35	8	80	1
40	9	95	2
45	12	100	3
		120	3



Основные теоретические предпосылки

Приведенная в качестве примера геохимическая выборка невелика по объему и в случае необходимости получения особо точных данных может быть обчислена без группировки. Однако в целях упрощения расчета она, как будет показано, может быть сгруппирована по более крупным интервалам без существенного ущерба для точности.

Выберем величину интервала, равную 16 млн⁻¹. В результате получим восемь интервалов (таблица 2).

Таблица 2

Интервалы млн ⁻¹	Среднее интервала \bar{X}_i	Число проб (n)	$\sum X_i \cdot n$	$\Delta X = X_i - \bar{X}$	$(\Delta X)^2$	$(\Delta X)^2 \cdot n$	$(\Delta X)^3$	$(\Delta X)^3 \cdot n$
0-16	8	21	168	-29	841	17661	-24389	-512161
16-32	24	61	1464	-13	169	10309	-2197	-134017
32-48	40	29	1160	3	9	261	27	783
48-64	56	20	1120	19	361	7220	5825	137180
64-80	72	10	720	35	1225	12250	42870	428750
80-96	88	2	176	51	2601	5202	132651	265302
96-112	104	3	312	67	4489	13467	300763	902289
120	120	3	360	93	8649	25947	804357	2413173

N= 149

\sum 5480

\sum 92317

\sum 3501289



Основные теоретические предпосылки

После составления ряда распределения вычисляют основные оценки параметров распределения содержаний элемента – среднее арифметическое содержание, выборочную дисперсию и среднеквадратичное стандартное отклонение содержаний.

Среднее арифметическое содержание вычисляют по формуле:

$$X = \frac{\sum X_i}{N}; \quad (1)$$

где X_i – значение содержания элемента;
 N – общее число проб.

Для сгруппированных данных формула примет вид:

$$X = \frac{X_1 \cdot n_1 + X_2 \cdot n_2 + \dots + X_n \cdot n_n}{N} = \frac{\sum X_i \cdot n_i}{N} \quad (2)$$

где: x_1, x_2, x_n – среднее значение интервалов содержаний;
 n_1, n_2, n_n – частота соответствующих интервалов;
 N – общее число проб, равное сумме частот всех интервалов.

Обращаясь к таблице 2, найдем:

$$X = \frac{5480}{149} = 36,77 \approx 37 \text{ млн}^{-1}$$



Основные теоретические предпосылки

Второй важной оценкой параметрой распределения является оценка выборочной дисперсии, которая обозначается (S^2)

$$S^2 = \frac{1}{N-1} \cdot \sum_{i=1}^N (X_i - X)^2 \quad (3)$$

или для сгруппированного ряда:

$$S^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (X_i - X)^2 \cdot n_i \quad (4)$$

Среднее квадратичное (стандартное) отклонение представляет собой корень квадратичный из выборочной дисперсии. Выборочная дисперсия и стандартное отклонение характеризуют меру рассеивания содержаний элемента вокруг среднего.

$$S = \sqrt{S^2},$$

Из приведенного в таблице 2 примера:

$$S^2 = \frac{92317}{148} = 623,76, \quad S = \sqrt{623,76} = 24,97$$



Основные теоретические предпосылки

Для характеристики относительного рассеивания содержаний в практике широко пользуются коэффициентом вариации, который показывает, насколько велико рассеивание по сравнению со средним значением. Коэффициент вариации вычисляется по формуле:

$$v = \frac{S}{X} \cdot 100 \quad (5)$$

или для нашего примера будет,

$$v = \frac{24,97}{37} \cdot 100 = 67,5\%$$



Основные теоретические предпосылки

На практике среднее содержание химических элементов определяется, как правило, по ограниченному числу проб, поэтому возникает необходимость в установлении точности вычисленного среднего содержания.

В математической статистике для оценки точности среднего арифметического определяют его вероятную ошибку, пользуясь выражением:

$$\pm \lambda = \frac{Z \cdot S}{\sqrt{N}} \quad (6)$$

где: $\pm \lambda$ – ошибка среднего арифметического, определенная с заданной вероятностью;

S – среднее квадратичное (стандартное) отклонение;

Z – аргумент нормированной функции Лапласа, изменяющейся в зависимости от заданной вероятности, с которой определяют ошибку. Обычно принято ограничиваться 5%-ным уровнем значимости от заданной вероятности, что соответствует вероятности 0,95 (95%). В этом случае $Z = 1,96$ (или округленно $Z \approx 2$) и:

$$\pm \lambda_{5\%} = \frac{2 \cdot S}{\sqrt{N}} \quad (7)$$

В приведенном примере:

$$\pm \lambda_{5\%} = \frac{2 \cdot 24,97}{\sqrt{149}} = \frac{49,94}{12,2} = 4,09 \approx 4$$

то есть, $X = 37 \pm 4$ млн⁻¹.



Основные теоретические предпосылки

Ошибка среднего арифметического, определенная с 5%-ным уровнем значимости, в данном случае позволяет утверждать, что для определения лития в гранитах, аналогичных исследованному, вероятность появления средних содержаний более 41млн^{-1} и менее 33млн^{-1} составляет не более 5 %.

Очень часто в практике поисковых и разведочных работ геологи еще пользуются оценками среднего арифметического содержания элементов, не имея представления об их истинной точности. При этом возможно составление ошибочных суждений и выводов, которые будут приняты на веру, могут оказать отрицательное влияние на направление поисковых работ.



Самостоятельные задания

Задание № 1

Выбираем величину интервала, равную 9 млн⁻¹:

- вычисляем среднее арифметическое содержание
- оцениваем выборочную дисперсию (S^2)
- определяем среднее квадратичное (стандартное) отклонение (S)
- дать характеристику относительного рассеивания содержаний и определить коэффициент вариации.

Разноска результатов анализа скарнов на цинк (Zn)

Среднее значение млн ⁻¹	Число проб	Среднее значение млн ⁻¹	Число проб
5	2	35	8
10	6	40	3
15	15	45	2
20	15	50	1
25	20	55	5
30	10	60	5



Самостоятельные задания

Задание № 2

Выбираем величину интервала, равную 10 млн^{-1} :

а) вычисляем среднее арифметическое содержание

б) оцениваем выборочную дисперсию (S^2)

в) определяем среднее квадратичное (стандартное) отклонение (S)

г) дать характеристику относительного рассеивания содержаний и определить коэффициент вариации.

⊕ Разноска результатов анализа гранитов на литий (Li)

Среднее значение млн^{-1}	Число проб	Среднее значение млн^{-1}	Число проб
6	7	56	10
11	5	61	2
16	10	66	6
21	12	71	12
26	20	76	15
31	10	81	20
36	15	86	4
41	22	91	3
46	21	96	2
51	32	101	7



Самостоятельные задания

Задание № 3

Выбираем величину интервала, равную 12 млн^{-1} :

- вычисляем среднее арифметическое содержание
- оцениваем выборочную дисперсию (s^2)
- определяем среднее квадратичное (стандартное) отклонение (S)
- дать характеристику относительного рассеивания содержаний и определить коэффициент вариации.

Разноска результатов анализа скарнов на свинец (Pb)

Среднее значение млн^{-1}	Число проб	Среднее значение млн^{-1}	Число проб
7	10	52	10
12	2	57	12
17	13	62	5
22	20	67	10
27	1	72	13
32	25	77	24
37	20	82	48
42	35	87	17
47	40	92	20



Самостоятельные задания

Задание № 4

Выбираем величину интервала, равную 10 млн⁻¹:

- вычисляем среднее арифметическое содержание
- оцениваем выборочную дисперсию (S^2)
- определяем среднее квадратичное (стандартное) отклонение (S)
- дать характеристику относительного рассеивания содержаний и определить коэффициент вариации.

Разноска результатов анализа скарнов на молибден (Mo)

Среднее значение млн ⁻¹	Число проб	Среднее значение млн ⁻¹	Число проб
3	8	57	10
8	3	56	3
13	20	61	24
18	5	66	20
23	13	71	15
28	11	76	7
31	10	81	17
36	7	86	20
41	10	91	25
46	12	96	30



Самостоятельные задания

Задание № 5

Выбираем величину интервала, равную 15 млн^{-1} :

а) вычисляем среднее арифметическое содержание

б) оцениваем выборочную дисперсию (S^2)

в) определяем среднее квадратичное (стандартное) отклонение (S)

г) дать характеристику относительного рассеивания содержаний и определить коэффициент вариации.

⊕ Разноска результатов анализа гранитов на никель (Ni)

Среднее значение млн^{-1}	Число проб	Среднее значение млн^{-1}	Число проб
11	10	81	18
16	5	86	32
21	20	91	10
26	25	96	5
31	30	101	10
36	17	106	2
41	10	111	1
46	3	116	7
51	15	121	5
56	20	126	3
61	30	131	1
66	15	136	1
71	22	141	2
76	20	146	1



Самостоятельные задания

Задание №6

Выбираем величину интервала, равную 13 млн⁻¹:

а) вычисляем среднее арифметическое содержание

б) оцениваем выборочную дисперсию (s^2)

в) определяем среднее квадратичное (стандартное) отклонение (S)

г) дать характеристику относительного рассеивания содержаний и определить коэффициент вариации.

Разноска результатов анализа песчаников на медь (Cu)

Среднее значение млн ⁻¹	Число проб	Среднее значение млн ⁻¹	Число проб
7	20	67	17
12	5	72	10
17	15	77	1
22	10	82	20
27	2	87	22
32	17	92	20
37	25	97	5
42	31	102	17
47	17	107	15
52	2	112	10
57	0	117	2
62	5	122	1



Самостоятельные задания

Задание №7

Выбираем величину интервала, равную 10 млн⁻¹:

а) вычисляем среднее арифметическое содержание

б) оцениваем выборочную дисперсию (S^2)

в) определяем среднее квадратичное (стандартное) отклонение (S)

г) дать характеристику относительного рассеивания содержаний и определить коэффициент вариации.

Разноска результатов анализа песчаников на свинец (Pb)

Среднее значение млн ⁻¹	Число проб	Среднее значение млн ⁻¹	Число проб
7	20	67	17
12	5	72	10
17	15	77	1
22	10	82	20
27	2	87	22
32	17	92	20
37	25	97	5
42	31	102	17
47	17	107	15
52	2	112	10
57	0	117	2
62	5	122	1



Самостоятельные задания

Задание №8

Выбираем величину интервала, равную 9 млн⁻¹:

а) вычисляем среднее арифметическое содержание

б) оцениваем выборочную дисперсию (S^2)

в) определяем среднее квадратичное (стандартное) отклонение (S)

г) дать характеристику относительного рассеивания содержаний и определить коэффициент вариации.

Разноска результатов анализа песчаников на медь (Cu)

Среднее значение млн ⁻¹	Число проб	Среднее значение млн ⁻¹	Число проб
10	20	67	17
12	5	72	10
17	15	77	1
20	11	82	20
27	2	87	22
32	15	92	20
37	25	97	5
40	31	102	17
47	17	107	15
52	2	112	10
57	1	117	2
62	5	122	1



Самостоятельные задания

Задание №9

Выбираем величину интервала, равную 10 млн^{-1} :

а) вычисляем среднее арифметическое содержание

б) оцениваем выборочную дисперсию (S^2)

в) определяем среднее квадратичное (стандартное) отклонение (S)

г) дать характеристику относительного рассеивания содержаний и определить коэффициент вариации.

Разноска результатов анализа гранитов на никель (Ni)

Орта шама млн^{-1}	Сынамалардың саны	Орта шама млн^{-1}	Сынамалардың саны
7	20	67	17
12	5	72	10
17	15	77	1
22	10	82	20
27	2	87	22
32	17	92	20
37	25	97	5
42	31	102	17
47	17	107	15
52	2	112	10
57	0	117	2
62	5	122	1



Самостоятельные задания

Задание №10

Выбираем величину интервала, равную 13 млн^{-1} :

а) вычисляем среднее арифметическое содержание

б) оцениваем выборочную дисперсию (S^2)

в) определяем среднее квадратичное (стандартное) отклонение (S)

г) дать характеристику относительного рассеивания содержаний и определить коэффициент вариации.

Разноска результатов анализа скарнов на свинец (Pb)

Среднее значение млн^{-1}	Число проб	Среднее значение млн^{-1}	Число проб
7	20	67	17
12	5	72	10
17	15	77	1
22	10	82	20
27	2	87	22
32	17	92	20
37	25	97	5
42	31	102	17
47	17	107	15
52	2	112	10
57	0	117	2
62	5	122	1