



# SATBAYEV UNIVERSITY



**МСН5022 Механика материалов**



**Лектор: к.т.н., доцент Исаметова Мадина Есдаулетовна**



**Лекция 3 Растяжение и сжатие прямого стержня.  
Механические свойства материалов.**

## Лекция 3

Понятие о центральном растяжении и сжатии стержня

Построение эпюры продольных сил

Правило знаков

Напряжения в сечениях стержня

Диаграмма растяжения сжатия

Расчеты на прочность

# Понятие о центральном растяжении и сжатии стержня.

## Продольная сила

**Центральное растяжение (сжатие)** – такой вид нагружения стержня, при котором стержень нагружен силами параллельными оси стержня и приложенными в центре тяжести сечения.



### Гипотеза Бернулли о плоских сечениях

Поперечные сечения, плоские и нормальные к оси стержня до приложения к нему нагрузки, остаются плоскими и нормальными к его оси в деформированном состоянии; при изгибе сечения поворачиваются не искривляясь.

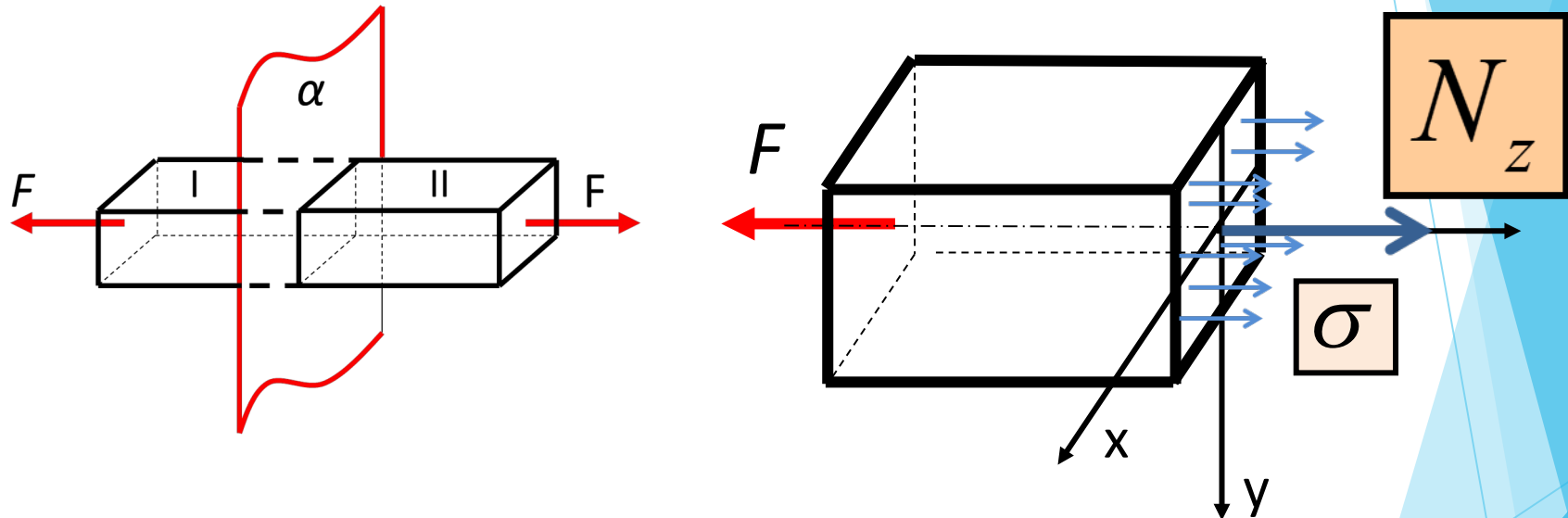
### Принцип Сен-Венана

В сечениях, достаточно удаленных от мест приложения внешней нагрузки, деформация тела не зависит от способа нагружения и определяется только статическим эквивалентом нагрузки.

В поперечных сечениях стержня при центральном растяжении и сжатии из шести внутренних силовых факторов возникает только один- **продольная (осевая) сила  $N_z$**

**Продольная сила  $N_z$**  – это внутреннее усилие; представляет собой равнодействующую элементарных внутренних нормальных сил, равномерно распределенных по площади поперечного сечения.

Для определения продольной силы применяется **метод сечений**.



**Продольная сила  $N_z$**  в произвольном поперечном сечении стержня численно равна алгебраической сумме всех действующих внешних сил, приложенных по одну сторону от рассматриваемого поперечного сечения :

$$N_z = \sum_{i=1}^{k_1} F_i \Big|_{\text{слева}} = \sum_{i=1}^{k_2} F_i \Big|_{\text{справа}}$$

$$N_z = \sum_{i=1}^k F_i$$

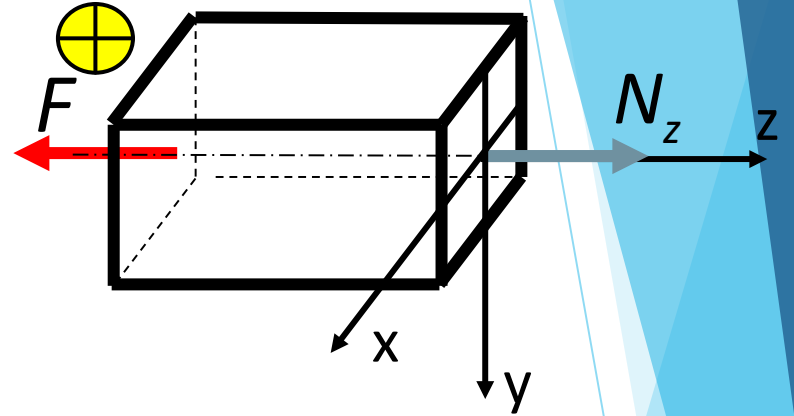
## Построение эпюры $N_z$ при центральном растяжении (сжатии)

1. Брус заменяют расчетной схемой, изобразив его ось с приложенными к ней внешними силами (в т. ч. опорными реакциями).
2. Для определения продольной силы  $N_z$  используют метод сечений.
3. При построении эпюры продольных сил брус делят на участки для которых материал однороден;  $F = \text{const}$ ;  $A = \text{const}$ .

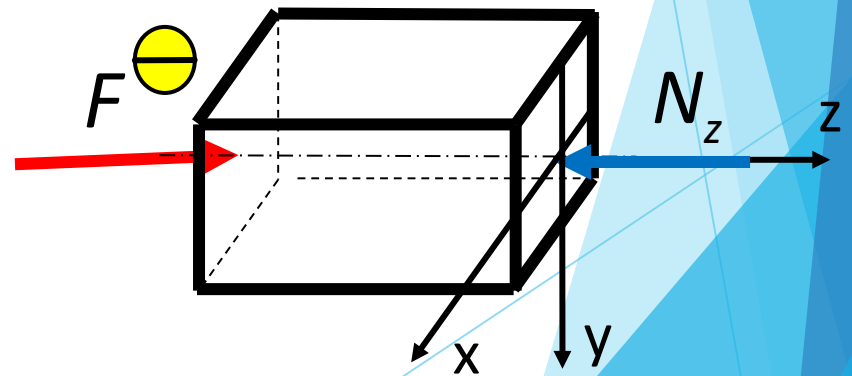
# ПРАВИЛО ЗНАКОВ:

$$N_z = \sum_{i=1}^k F_i$$

- если внешняя сила  $F$  направлена от рассматриваемого сечения, то ее необходимо подставлять в формулу со знаком «+»



- если внешняя сила  $F$  направлена к рассматриваемому сечению, то ее необходимо подставлять в формулу со знаком «-»

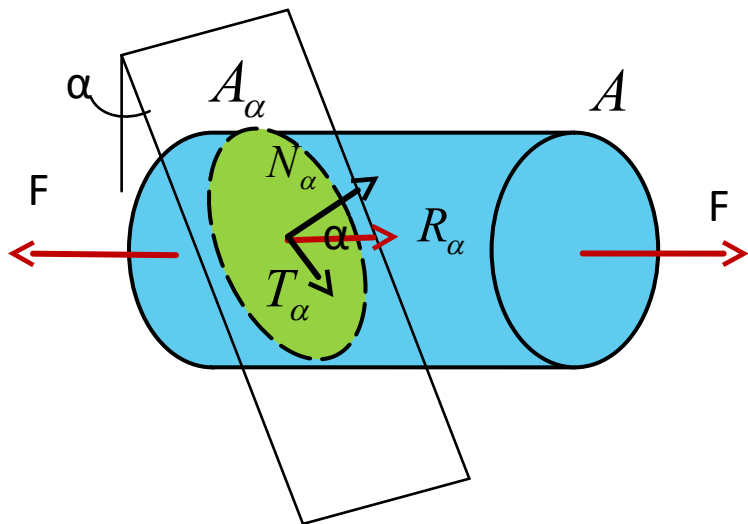


# Проверка правильности построения эпюр $N_z$

1. Если в сечении проложена сосредоточенная сила, то на эпюре имеет место скачок равный по величине этой силе.
2. Если участок балки находится в состоянии сжатия то продольная сила меньше нуля и наоборот при растяжении она положительна.
3. При наличии распределенной нагрузки продольная сила изменяется по линейному закону; в противном случае продольная сила постоянна.

## 3.2 Напряжения в сечениях стержня

### Наклонное сечение стержня



$$R_{\alpha} = F$$

$$N_{\alpha} = R_{\alpha} \cdot \cos \alpha$$

$$T_{\alpha} = R_{\alpha} \cdot \sin \alpha$$

$$\sigma_{\alpha} = \frac{N_{\alpha}}{A_{\alpha}} = \frac{R_{\alpha} \cos \alpha}{\frac{A}{\cos \alpha}} = \sigma \cos^2 \alpha$$

$$\tau_{\alpha} = \frac{T_{\alpha}}{A_{\alpha}} = \frac{R_{\alpha} \sin \alpha}{\frac{A}{\cos \alpha}} = \frac{\sigma}{2} \sin 2\alpha$$

если  $\alpha = 90^{\circ}$   $\sigma = 0$   $\tau = 0$

если  $\alpha = 45^{\circ}$   $\tau_{\max} = \frac{\sigma}{2}$   $\sigma = \frac{\sigma}{2} = \tau_{\max}$

если  $\alpha = 0^{\circ}$   $\sigma = \sigma_{\max}$   $\tau = 0$

Поперечное сечение



## Поперечное сечение стержня

### Статическая сторона задачи

Продольная сила является равнодействующей нормальных напряжений.

*Напряжение- мера интенсивности внутренних усилий (определяет степень нагруженности материала)*

$$N_z = \int \sigma dA$$

### Геометрическая сторона задачи

На основании гипотезы плоских сечений (гипотезы Бернулли) все волокна стержня получают одинаковые относительные удлинения ( $\varepsilon = \text{const}$ )

$$\varepsilon = \text{const}$$

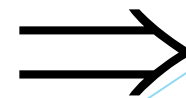
### Физическая сторона задачи

Нормальные напряжений распределяются по поперечному сечению равномерно.

Нормальные напряжений прямо пропорциональны относительной деформации

$$\sigma = E \varepsilon$$

$$N_z = \int_A E \varepsilon dA = E \varepsilon \int_A dA = \sigma A$$



$$\sigma = \frac{N_z}{A}$$

В поперечных сечениях стержня при центральном растяжении и сжатии возникают **нормальные напряжения**

$$\sigma = \frac{N_z}{A}$$

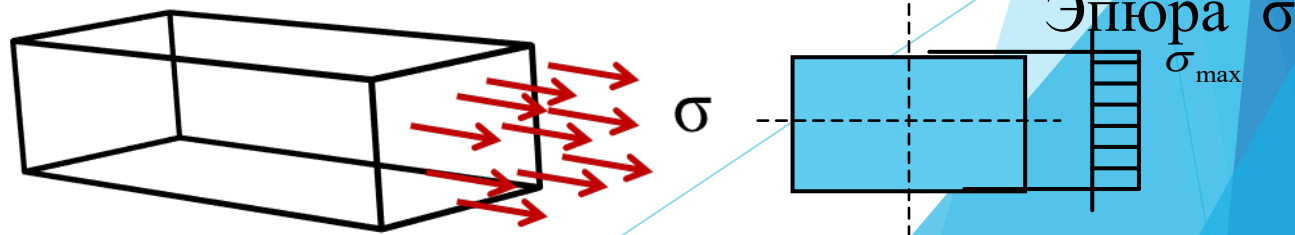
Данная формула справедлива для сечений, удаленных от места приложения сосредоточенных нагрузок на расстояние, превышающее в 1,5-2 раза поперечные размеры сечения

где  $N_z$  - продольная сила, возникающая в поперечном сечении стержня, в котором определяется нормальное напряжение,  $N$ ;  
 $A$  - площадь поперечного сечения стержня, в котором определяется напряжение,  $m^2$ .

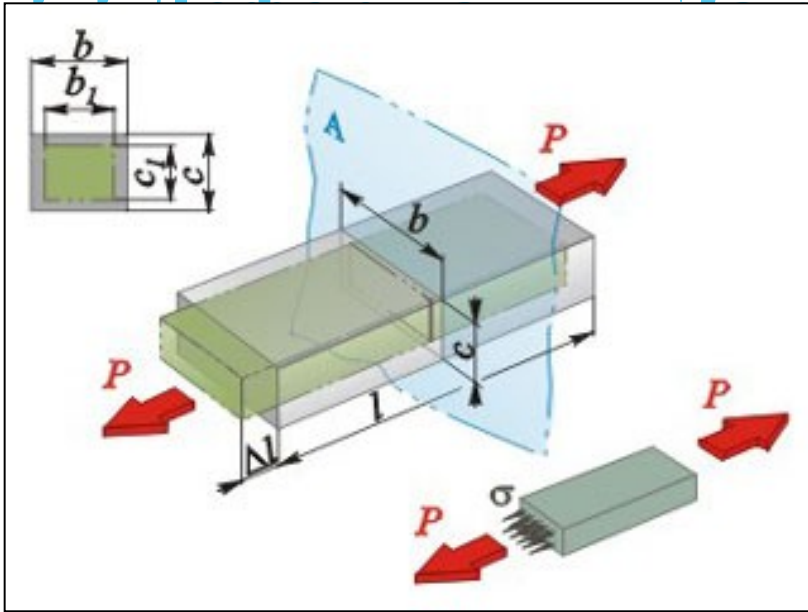
Вектор нормального напряжения расположен перпендикулярно к плоскости поперечного сечения.

Знак нормального напряжения совпадает со знаком продольной силы в этом поперечном сечении.

Нормальные напряжения равномерно распределены по площади поперечного сечения и одинаковы по величине и знаку. Следовательно, все точки поперечного сечения **равноопасны**.



# Закон Гука



$$\Delta l = l_1 - l$$

**абсолютная  
продольная  
деформация**

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$$

**относительная  
продольная деформация**

$$\Delta b = b_1 - b$$

**абсолютная поперечная  
деформация**

$$\Delta c = c_1 - c$$

$$\varepsilon' = \frac{\Delta b}{b} = \frac{\Delta c}{c}$$

**относительная  
поперечная деформация**

$$\nu = \left| \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \right|$$

**Коэффициент Пуассона**

Материал	$\mu$
Сталь	0,25-0,33
Медь, бронза	0,31-0,35
Чугун	0,23-0,27
Бетон	0,08-0,18
Древесина вдоль волокон	0,5
поперек волокон	0,02
Алюминий	0,32-0,36
Резина, каучук	0,47-0,5

# РАСТЯЖЕНИЕ И СЖАТИЕ

Модуль продольной упругости  $E$   
для различных материалов

Материал	$E$ , МПа
Сталь	$2 \cdot 10^5$
Медь	$1 \cdot 10^5$
Дерево	$1 \cdot 10^4$
Алюминий	$0,67 \cdot 10^5$
Чугун	$1,6 \cdot 10^5$
Мрамор	$0,56 \cdot 10^5$

Коэффициент Пуассона  $\mu$   
для различных материалов

Материал	$\mu$
Сталь	0,25 - 0,33
Медь	0,31 - 0,34
Бронза	0,32 - 0,35
Алюминий	0,32 - 0,36
Чугун	0,23 - 0,27
Камень	0,16 - 0,34
Бетон	0,08 - 0,18
Фанера	0,07
Пробка	$\approx 0$

## Деформации при растяжении-сжатии

закон Гука:  $\sigma = E \cdot \varepsilon$ ,

где:

$$\sigma = \frac{N}{A}, \quad \varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$$

*абсолютное удлинение  
стержня*

$$\Delta l = \frac{Nl}{EA}$$

$$\Delta l = \int_0^l \frac{N \cdot dl}{E \cdot A}$$

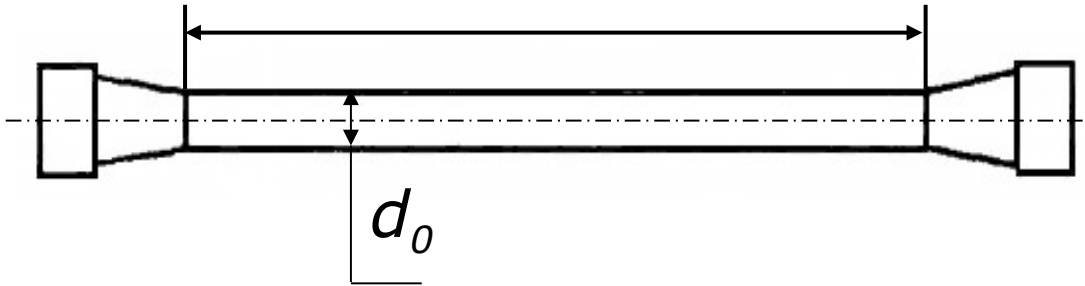
$(E \cdot A)$  - жесткость сечения  
стержня

# Испытание на растяжение

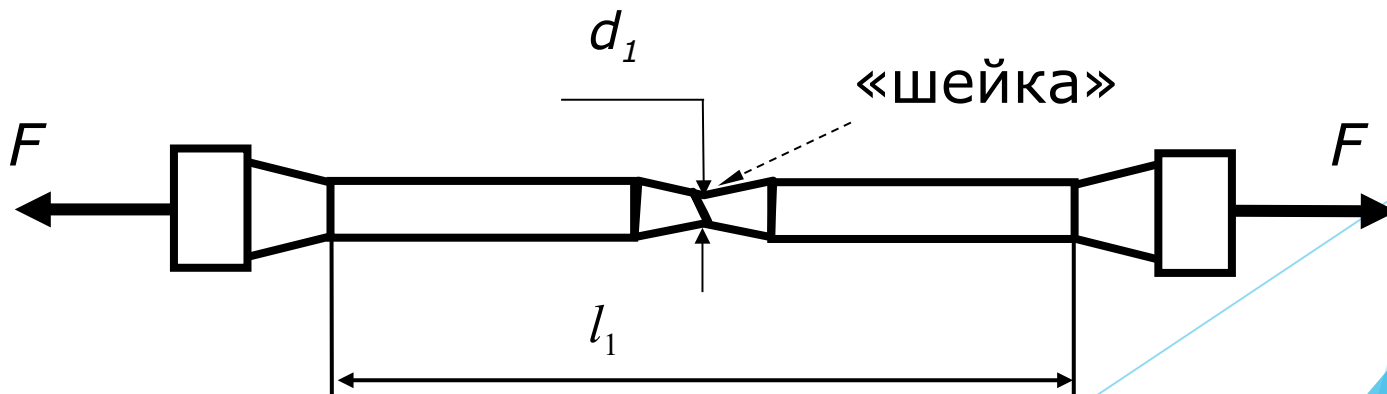
Образец для испытаний

$l_0$

$d_0$



Разрушение образца из  
пластичного материала



Относительное

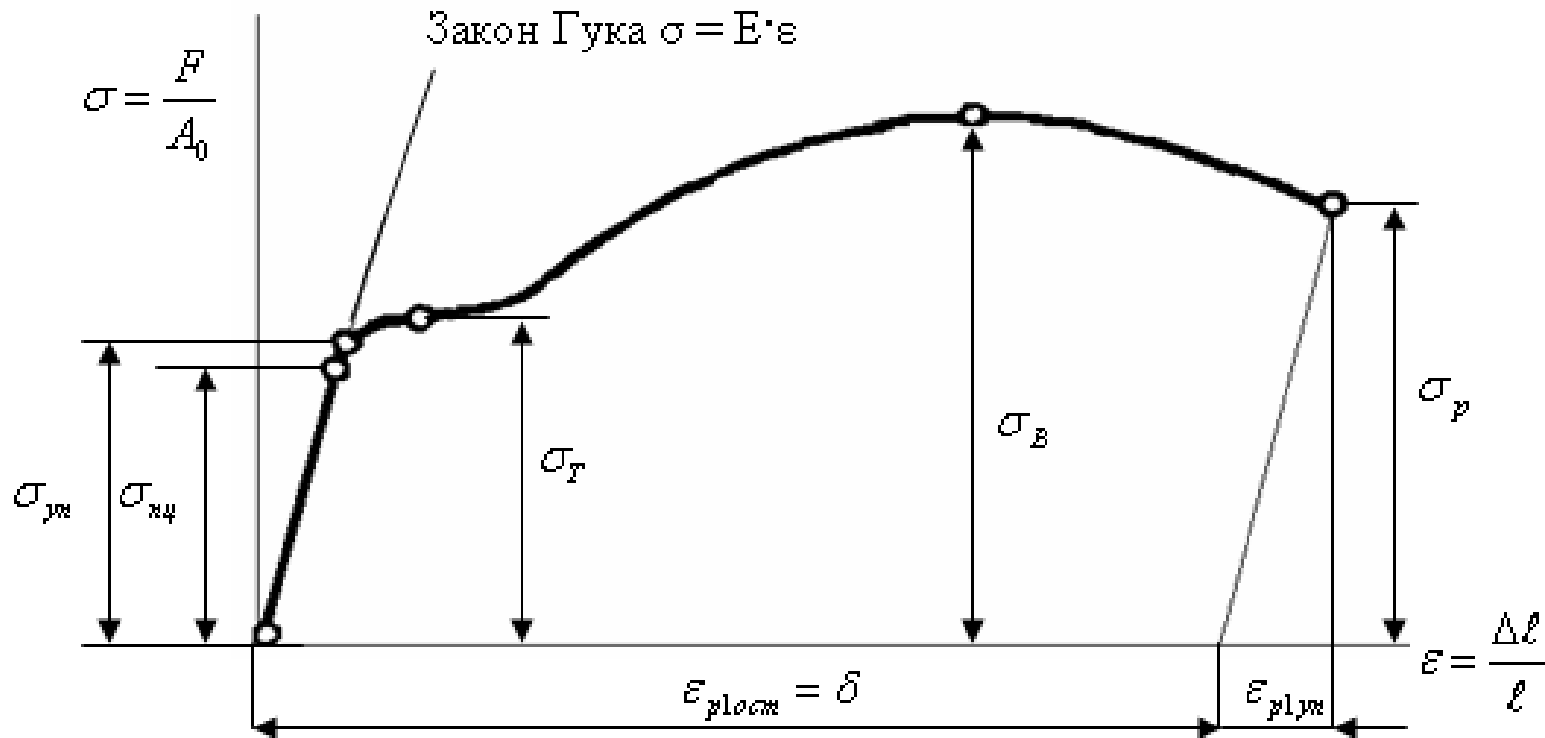
- удлинение

$$\delta = \frac{l_1 - l_0}{l_0} \cdot 100\%$$

- сужение

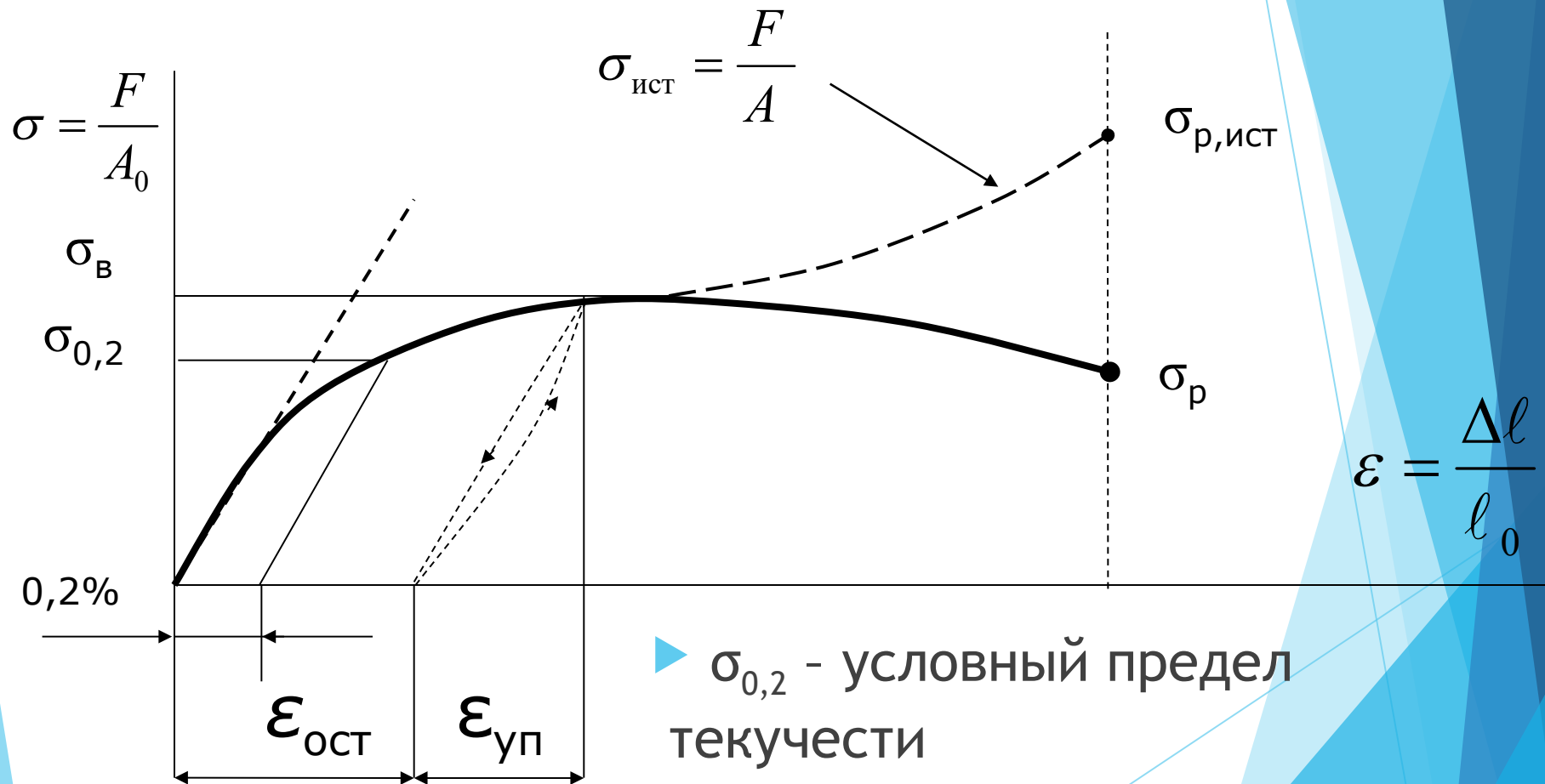
$$\psi = \frac{A_0 - A_1}{A_0} \cdot 100\%$$

# Диаграмма растяжения с площадкой текучести



- ▶  $\sigma_{\text{пл}}$ ,  $\sigma_{\text{уп}}$  и  $\sigma_{\text{т}}$  - пределы пропорциональности, упругости и текучести;
- ▶  $\sigma_{\text{в}}$  - временное сопротивление;
- ▶  $\sigma_{\text{р}}$  - напряжение в момент разрыва.

# Диаграмма растяжения без площадки текучести



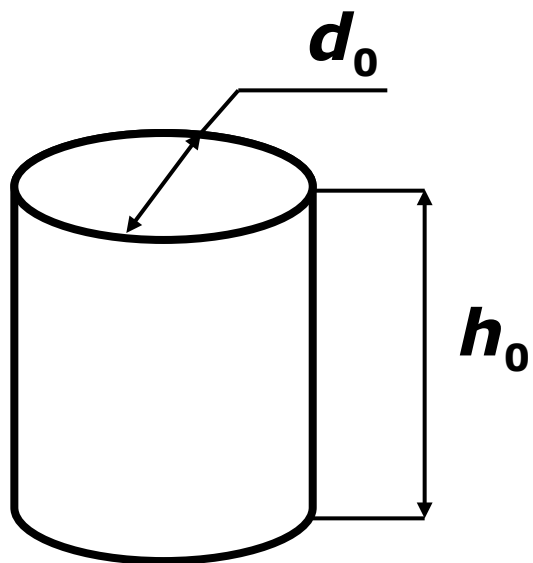
▶  $\sigma_{0,2}$  - условный предел текучести

▶  $\sigma_{р,ист}$  - истинное напряжение в момент разрыва

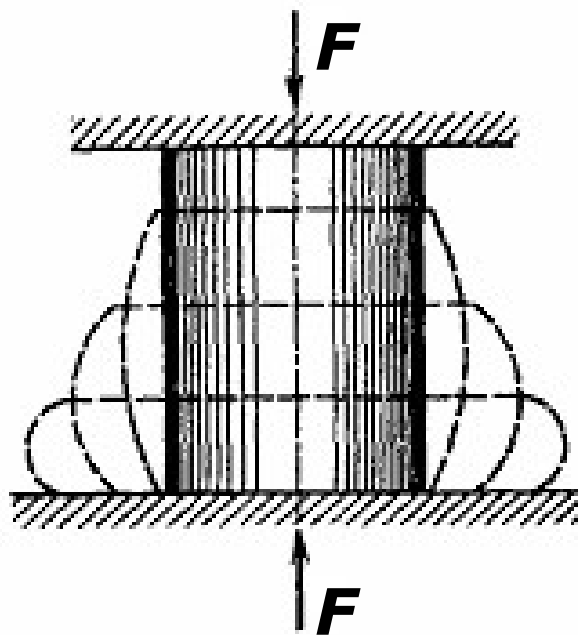


# Испытание на сжатие

Образец для  
испытаний

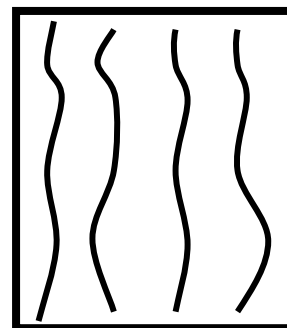
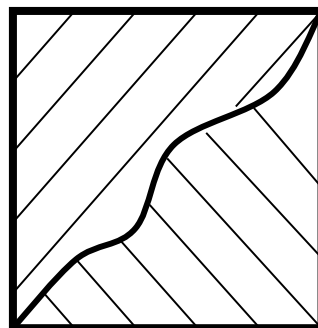


$$\frac{h_0}{d_0} = 1 \div 3$$



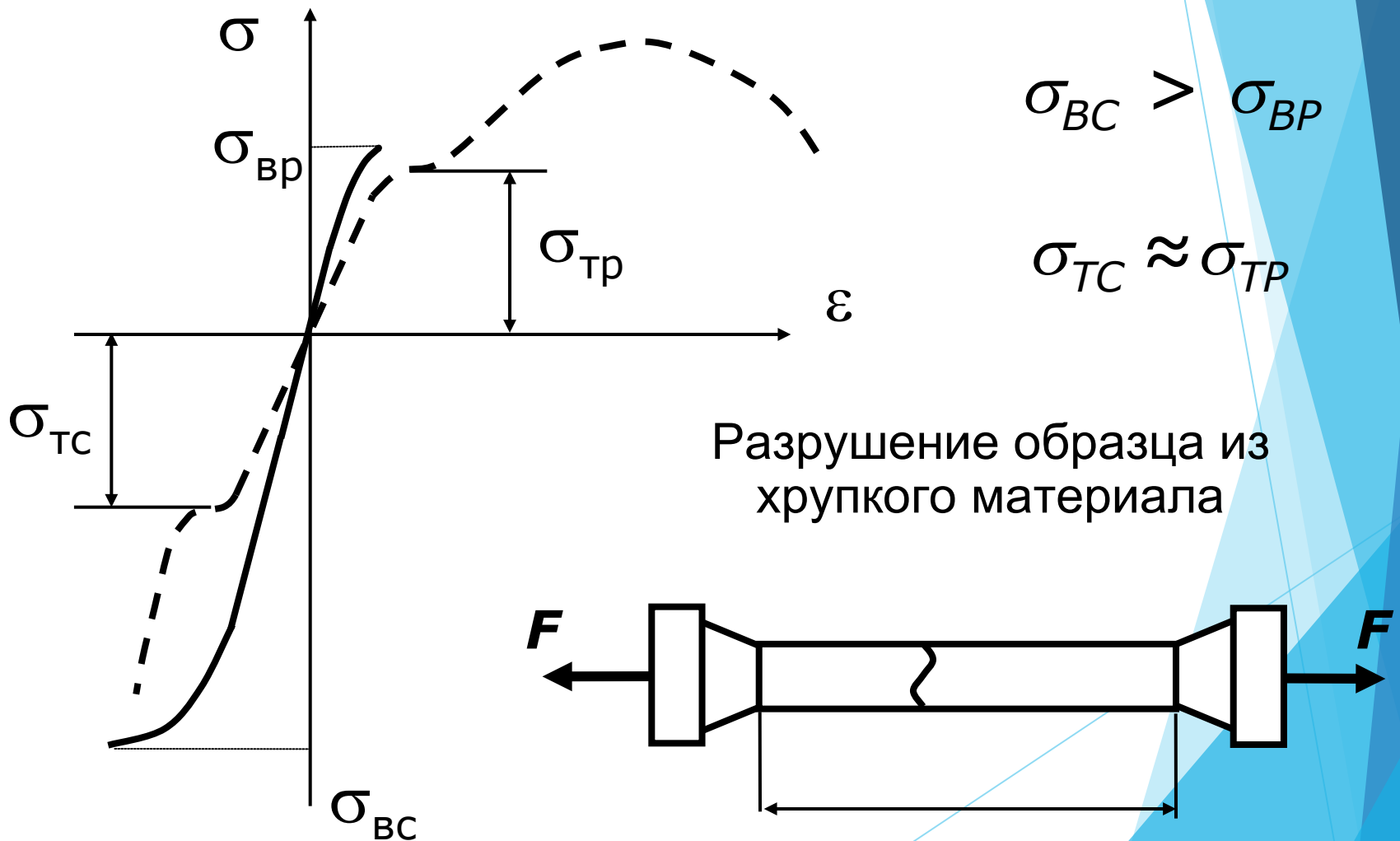
Деформация  
образца

из пластичного  
материала



из хрупкого  
материала

# Диаграммы растяжения и сжатия пластичного и хрупкого материалов



# Виды расчетов

Для обеспечения надежной работы и долговечности деталей машин, конструкций и сооружений проводятся различные расчеты. Наиболее распространенными являются **расчеты на прочность и жесткость**

Напряжение, при котором материал разрушается или в нем возникают заметные пластические деформации, называется **предельным (разрушающим) напряжением**  $\sigma_{пред}$ . Предельное напряжение выбирается в зависимости от материала и требований к конструкциям.

- для пластичных материалов предельным напряжением при растяжении (сжатии) является предел текучести;
- для хрупких материалов - предел прочности при растяжении  $\sigma_{\sigma}^p$  и предел прочности при сжатии  $\sigma_{\sigma}^c$  (при этом  $\sigma_{\sigma}^c > \sigma_{\sigma}^p$ )

## Коэффициент запаса прочности

$$n = \frac{\sigma_{пред}}{\sigma_{max}}$$

Из условия надежности работы деталей и конструкций величину максимального напряжения, возникающего в опасном (наиболее напряженном) сечении бруса, необходимо ограничивать некоторыми значениями.

Напряжение, при котором обеспечивается безопасная работа конструкции, называется **допускаемым напряжением  $[\sigma]$** .

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{пред}}{[n]}$$



# Расчет на прочность

**Условие прочности** выражается неравенством:

$$\sigma_{\max} \leq \sigma_{adm}$$

где  $\sigma_{\max}$  - наибольшее расчетное нормальное напряжение;

$\sigma_{adm}$  - допускаемое нормальное напряжение

Пластичные материалы	Хрупкие материалы	
$\sigma_{\max} = \sigma_{\max}^p = \sigma_{\max}^c$	$\sigma_{\max}^p \leq [\sigma^p]$	$\sigma_{\max}^c \leq [\sigma^c]$
$[\sigma] = [\sigma^p] = [\sigma^c] = \frac{\sigma_T}{[n^T]}$	$[\sigma^p] = \frac{\sigma_{\sigma}^p}{[n^{\sigma}]}$	$[\sigma^c] = \frac{\sigma_{\sigma}^c}{[n^{\sigma}]}$



# Виды расчета на прочность:

## - проверочный расчет

(проверка расчетного напряжения в стержне)

$$\sigma_{\max} = \frac{N_{z\max}}{A} \leq [\sigma] \pm 5\%$$

## - проектный расчет

(подбор размеров поперечного сечения стержня)

$$A \geq \frac{N_z}{[\sigma]}$$

- определение допускаемого значения продольной силы

$$N_z \leq A[\sigma]$$



# Расчет на жесткость

**Условие жесткости** стержня выражается неравенством:

$$\Delta l \leq [l]$$

где  $\Delta l$  – абсолютная деформация стержня;

$\Delta l_{adm}$  – допускаемая величина абсолютной деформации стержня.



## Рекомендуемая литература

1. Дарков А.В., Шпиро Г.С. Сопротивление материалов. - М.: Высшая школа, 1989.-622 с.
2. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов. - М.: изд. МГТУ, 1999. -591с.
4. Степин П.А. Сопротивление материалов - М.: ИНТЕГРАЛ-ПРЕСС, 1997.-320 с.
5. Ицкович Г.М., Минин Л.С., Винокуров А.И Руководство к решению задач по сопротивлению материалов - М.: Высшая школа, 1999. -592 с.
6. Миролубов И.Н. и др. Пособие к решению задач по сопротивлению материалов -М: Высшая школа, 1985. -399 с.
7. Бондаренко А.Н. Электронный учебник по сопротивлению материалов. Москва. 2007 г.
8. Панков А.Д. Руководство по курсовому проектированию по сопротивлению материалов Расчет валов. г. Саров. 2008 г.
9. Панков А.Д. Вопросы для электронного тестирования по курсу “Сопротивление материалов”. г. Саров. 2009 г.
10. Панков А.Д. Лабораторный практикум по курсу “Сопротивление материалов”. г. Саров. 2010 г.
1. Шелофаст В.В. Основы проектирования машин. Изд –во АПМ., 2007 г.