



# SATBAYEV UNIVERSITY

**МСН5022 Материалдар механикасы**

**Лектор: т.ф.к.,доцент Исаметова Мадина  
Есдаулетовна**

*2-дәріс.  
Қима әдісі. Кернеу*

**Қима әдісі**

**Ішкі күш факторлары**

**Кернеулер туралы түсінік**

**Кернеу және деформация тензоры**

**Кернеулі деформацияланған күйдің түрі**

# Қима әдісі. Кернеу

Қима әдісі ішкі күштерді анықтау үшін пайдаланылады

**Ішкі күштер** деп, материалдар кедергісінде конструкцияның жекелеген элементтері арасындағы немесе сыртқы күштер әсерінен туындайтын элемент бөліктері арасындағы өзара әрекеттесу күштерін білдіреді.

Ішкі күштерді анықтау қажет көлденең қима арқылы қию жазықтығы жүргізіледі.

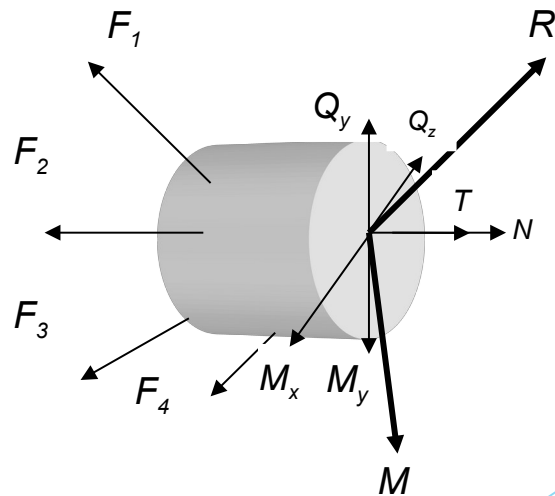
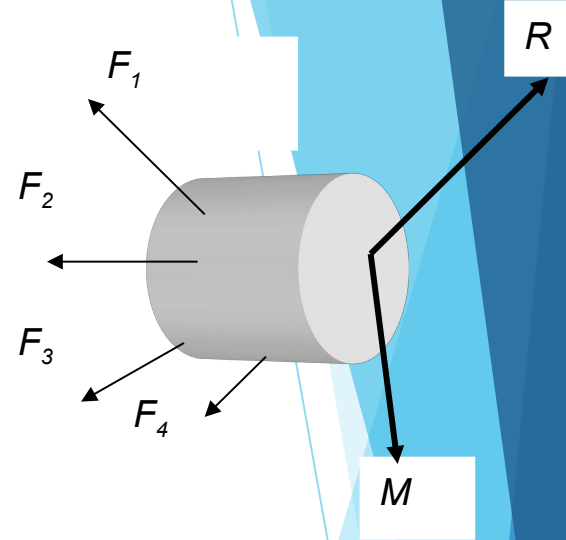
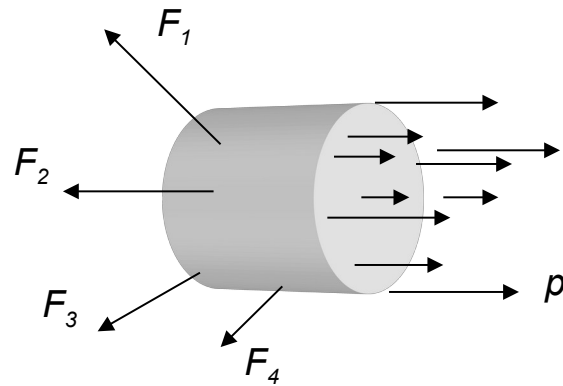
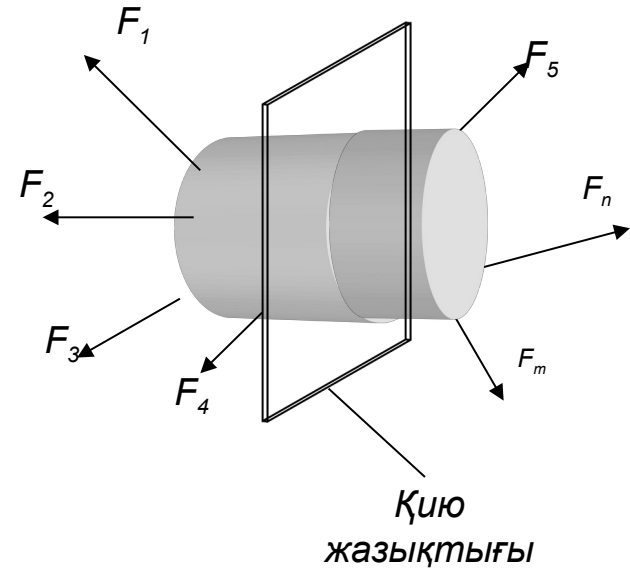
- Дененің бір бөлігін (әдетте оң жақ бөлігі) оның әрекетін ішкі бөлінген күштермен қалған бөлігіне ауыстыра отырып тастайды.

- Бөлінген күштер жүйесі негізгі  $R$  векторына және  $M$  негізгі моменттеріне әкеледі.

- Ішкі күштердің негізгі векторы мен негізгі моменті анықталады, олар сәйкесінше негізгі векторға және қию жазықтықтың сол жағында (немесе оң жағында) қолданылатын сыртқы күштердің негізгі моментіне тең.

Қажет болса, негізгі  $R$  векторын бойлық күшке  $N$  және көлденең күштерге  $QX$  және  $QY$ , ал негізгі  $M$  моментін  $T$  моментіне және  $MX$  және  $MY$  иілу моменттеріне бөлшектейді.

# Қима әдісі.



# Қима әдісінің алгоритмі

1. Білік  $F_1, F_2, \dots$  күшінің әсерінен тепе-теңдікте болсын.

Қаралып отырған объект үшін тепе-теңдік теңдеулері қанағаттандырылады:

2. Ішкі күштер ізделетін брустың көлденең қимасымен сәйкес келетін жазықтықпен қима жасаймыз.

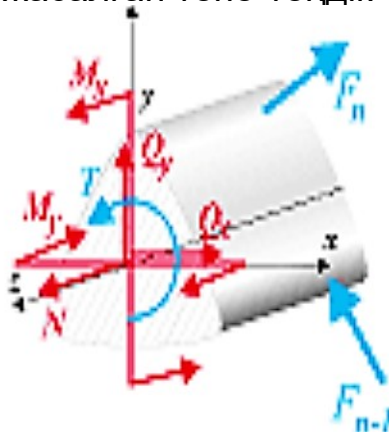
4. Алынған ішкі күштер жүйесін оны негізгі векторға және негізгі моментке келтіру центрі ретінде көлденең қиманың ауырлық центрін таңдау арқылы оңайлатуға болады.

5. Бас вектор мен бас моментті осьтер бойынша құрамдас бөліктерге бөлейік  $x, y, z$ :  $R_x, R_y, R_z$  және  $M_x, M_y, M_z$ .

6. Алынған компоненттердің материалдардың кедергісінде деформация түрлеріне сәйкес келетін арнайы атаулары болады. :

$R_z = N$  – қалыпты күш,  $R_x = Q_x, R_y = Q_y$  – көлденең күштер және  $M_x = M_z$  – айналмалы момент,  $M_x, M_y$  – иілу моменті.

7. Брустың қалдырылған бөлігі тепе-теңдікте қалуы тиіс болғандықтан, алынған ішкі күштік факторлар: осы бөлік үшін жасалған тепе-теңдік теңдеулерінен:



$$\begin{array}{ll} \sum X_i = 0; & \sum M_{xi} = 0; \\ \sum Y_i = 0; & \sum M_{yi} = 0; \\ \sum Z_i = 0; & \sum M_{zi} = 0. \end{array}$$

Осылайша, біз білікке сыртқы күштер әсер еткен кезде брустың көлденең қимасында көлденең қиманың ауырлық ортасына келтірілген брустың көлденең қимасында туындайтын күштер мен моменттердің алгебралық жиынтығы болып табылатын алты күштік фактор туындайды деп айтатын боламыз:

екі көлденең күш –  $Q_x$ ,  $Q_y$  ( $X$  және  $Y$  осьтері бойымен көлденең қиманы жылжытады);

қалыпты күш –  $N$  (брустың бір қимасын екіншісінен ажыратуға ұмтылады);

екі иілу моменті –  $M_x$ ,  $M_y$  (тік  $XOZ$  жазықтықтағы және  $YOZ$  көлденең жазықтықтағы брусты ию);

айналу моменті -  $T$  немесе  $M_k$  (брустың бір қимасын екіншісіне қарағанда бұрап тұрады).

Бұл алты күштік факторды кесілген немесе қалдырылған брус бөлігінің тепе-теңдік шарттарынан табуға болады..

Бұл ретте моменттердің алгебралық жиынтығы брус қимасының ауырлық орталығына қатысты.

$$Q_x = \sum X_i^{\text{отброш.чаги}}; \quad M_x = \sum M_{xi}^{\text{отброш.чаги}};$$

$$Q_y = \sum Y_i^{\text{отброш.чаги}}; \quad M_y = \sum M_{yi}^{\text{отброш.чаги}};$$

$$N = \sum Z_i^{\text{отброш.чаги}}; \quad M_z = \sum M_{zi}^{\text{отброш.чаги}}.$$

$$Q_x + \sum X_i^{\text{оставл.чаги}} = 0; \quad M_x + \sum M_{xi}^{\text{оставл.чаги}} = 0;$$

$$Q_y + \sum Y_i^{\text{оставл.чаги}} = 0; \quad M_y + \sum M_{yi}^{\text{оставл.чаги}} = 0;$$

$$N + \sum Z_i^{\text{оставл.чаги}} = 0; \quad M_z + \sum M_{zi}^{\text{оставл.чаги}} = 0.$$

# Кернеу туралы түсінік

**Толық механикалық кернеу** деп таңдалған қиманың кіші элементіне әсер ететін  $dR$  тең әсер ететін ішкі күштерінің  $dA$  осы элементінің ауданына қатынасы аталады.

$$p = \lim_{dA \rightarrow 0} \frac{dR}{dA}$$

**Қалыпты кернеу** дегеніміз таңдалған қиманың кіші элементіне әсер ететін қалыпты  $dN$  күштерінің осы  $dA$  қимасының ауданына қатынасы:

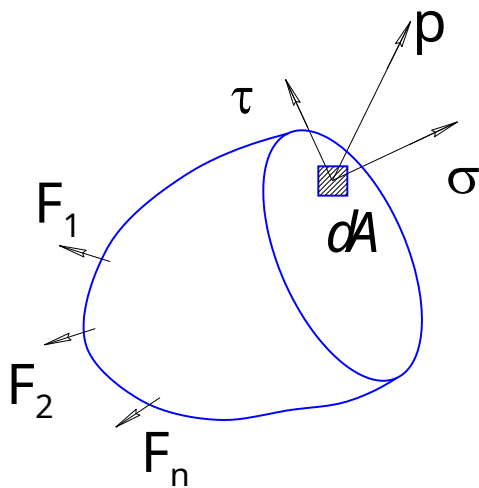
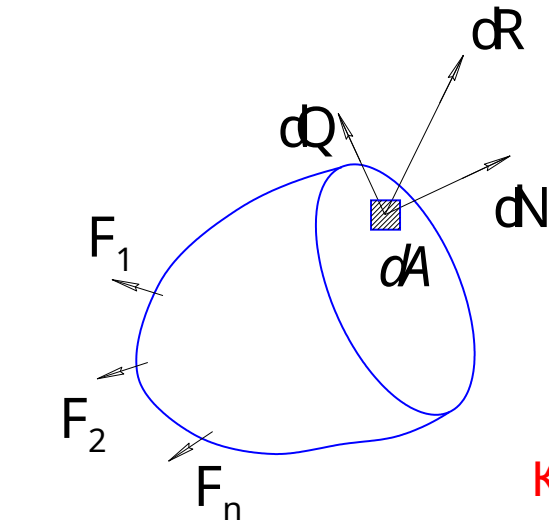
$$\sigma = \lim_{dA \rightarrow 0} \frac{dN}{dA}$$

**Жанама кернеу** деп таңдалған қиманың кіші элементіне әсер ететін  $dQ$  жанама күштерінің осы элементтің  $dA$  ауданына қатынасы аталады.

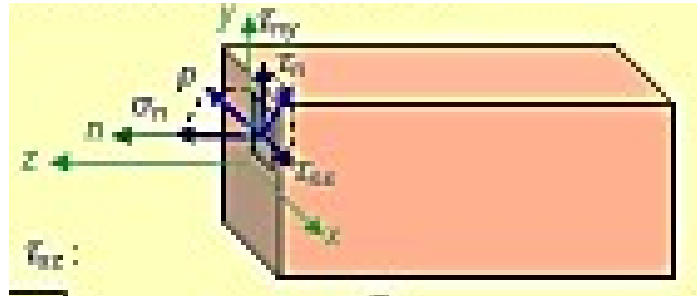
$$\tau = \lim_{dA \rightarrow 0} \frac{dQ}{dA}$$

Қалыпты  $\sigma$  және жанама  $\tau$  кернеу  $p$  толық кернеудің құрамдас бөлігі болып табылады

$$p = \sqrt{\sigma^2 + \tau^2}$$



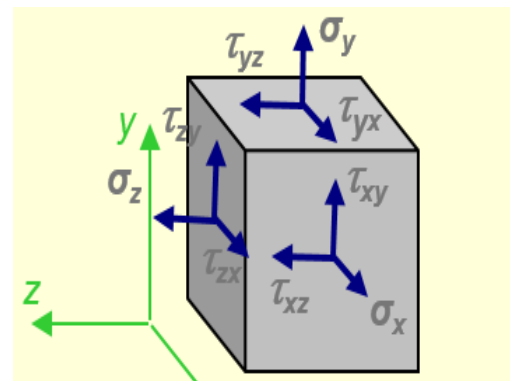
Қаралып отырған нүктенің маңайындағы кернеулерді талдау кезінде шексіз шағын көлемді элемент ( $dx, dy, dz$  жақтарымен параллелепипед) бөлінеді, оның әрбір қыры бойынша жалпы жағдайда үш кернеу әрекет етеді, мысалы,  $x$  осіне перпендикуляр қырға ( $x$  алаңы) -  $\sigma_x, \tau_{xy}, \tau_{xz}$ :



Элементтің үш перпендикулярлы қырлары бойынша кернеу компоненттері кернеу тензоры деп аталатын сипатталатын кернеу жүйесін құрайды:

$$T_{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{pmatrix}$$

Кернеу тензоры





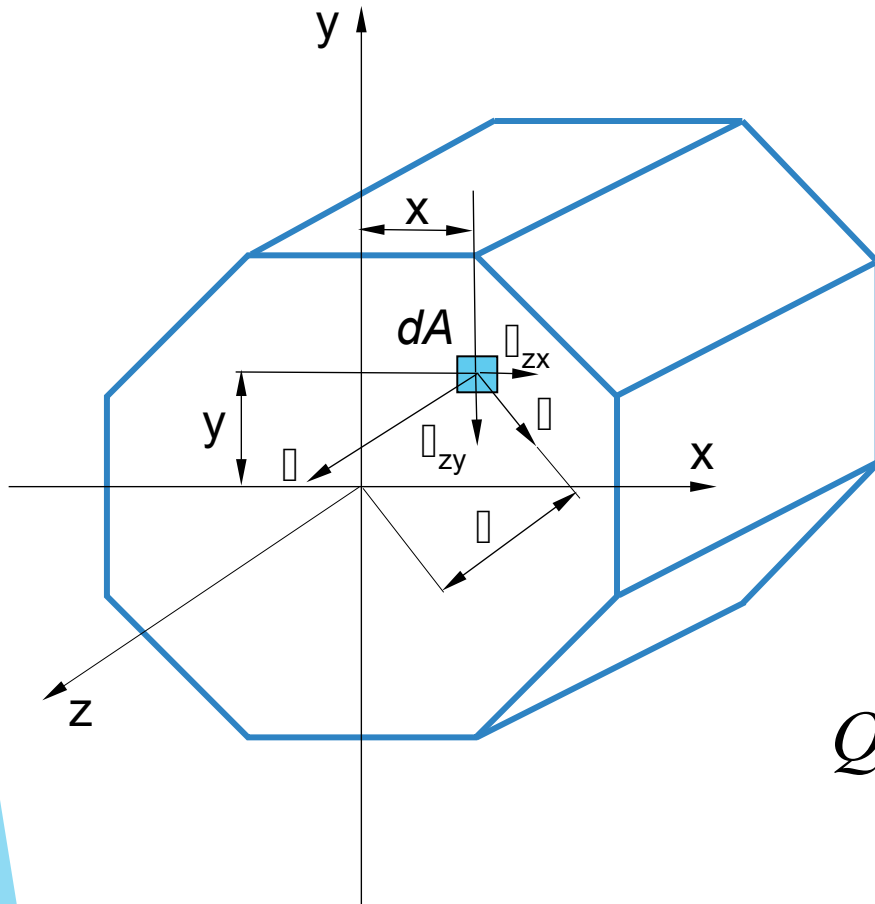
## Негізгі аймақтар және негізгі кернеулер

- Негізгі кернеу алаңдары деп  $\tau$  жанама кернеуі жоқ алаңдар аталады.
- Басты кернеу - басты алаңдарда әрекет ететін  $\sigma$  қалыпты кернеуі. ( $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$  - белгіні ескере отырып).
- Кернеулі дененің әрбір нүктесінде өзара перпендикулярлы үш басты алаң болады.

## Кернеу күйінің түрлері

1. Көлемдік кернеу күйі :  $\sigma_1 \neq 0$ ;  $\sigma_2 \neq 0$ ;  $\sigma_3 \neq 0$ .
  2. Тегіс кернеу күйі : негізгі кернеулердің бірі = 0.
  3. Сызықтық кернеу күйі: екі негізгі кернеу = 0.
- Қарапайым жағдайларға арналған беріктік шарты:  
 $\sigma_{\max} \leq [\sigma]$ ;  $\tau_{\max} \leq [\tau]$

# Ішкі күштер мен кернеулер арасындағы интегралды тәуелділіктер



Бойлық күш

$$N = \int_A \sigma dA$$

Айналдыру моменті

$$T = \int_A \tau \rho dA$$

Көлденең күштер

$$Q_Y = \int_A \tau_{ZY} dA \quad Q_X = \int_A \tau_{ZX} dA$$

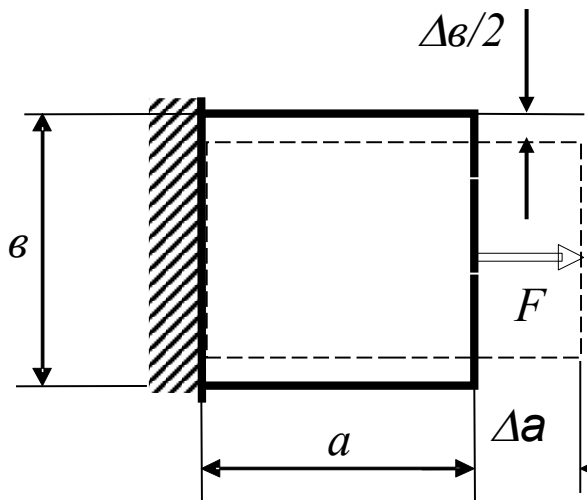
Иілу моменті

$$M_X = \int_A \sigma y dA$$

$$M_Y = \int_A \sigma x dA$$

# Деформациялар мен орын ауыстырулар.

Сыртқы жүктемелер әсерінің нәтижесінде дене пішіні мен өлшемдерінің өзгеруі **деформация** деп аталады..



Дене элементтерінің кез келген деформациясы қарапайым деформациялардың екі түріне бөлінуі мүмкін: **сызықтық** және **бұрыштық**.

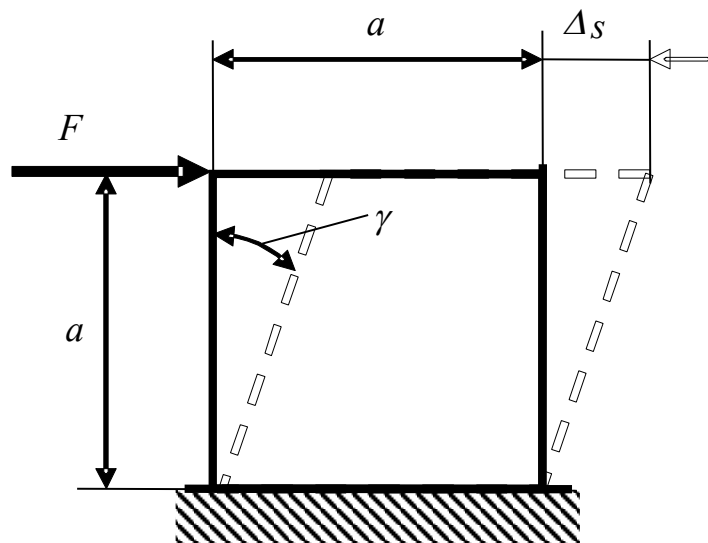
**Сызықтық** деформациялар кезінде - брустың сызықтық өлшемдері өзгереді, ал барлық бұрыштық арақатынастар өзгеріссіз қалады.

$\Delta a$  ( $\Delta b$ ) деформациясынан кейін брус қабырғасының ұзындығының өсуі **абсолюттік ұзарту** (қысқарту) деп аталады.

Сызықтық бойлық деформацияның өлшемі **салыстырмалы ұзарту** болып табылады, а, бұл сәуленің абсолютті ұзаруының қатынасына тең,  $\Delta a$  бастапқы өлшеміне  $a$ :

$$\varepsilon = \frac{\Delta a}{a}$$

# Деформациялар мен орын ауыстырулар.



Элементтің бір жазықтығының екіншісіне қатысты жылжуы есебінен брус қырлары арасындағы бұрыштар өзгертін **бұрыштық** деформациялар деп аталады.

$\Delta s$  жылжу жазықтығындағы кез келген нүктені жылжыту шамасы **абсолюттік жылжу** деп аталады.

Бұрыштық деформация өлшемі **салыстырмалы ығысу** болып табылады, ол  $\Delta s$  абсолюттік ығысуының  $a$  ығысу жазықтықтары арасындағы қашықтыққа қатынасына тең:

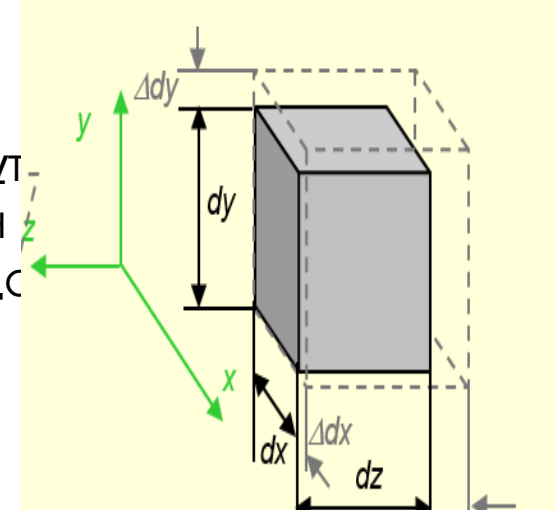
$$\gamma = \frac{\Delta s}{a}$$

Орын ауыстыру - жүктеме әсерінен дене пішіні мен өлшемінің өзгеруі салдарынан дене нүктелерінің жаңа жағдайға өтуі.

Кеңістіктегі нүктенің толық орын ауыстыруы тиісінше  $x$ ,  $y$  және  $z$  - осьтерге параллель  $u$ ,  $v$  және  $w$  - компоненттерге орналастырылады.

Қаралып отырған нүктенің орын ауыстыруы дененің барлық жүктелген аудандарының деформациясына байланысты және жүктелмеген облыстардың қатты тұт ретінде орын ауыстыруды қамтиды. Осылайша, орын ауыстыру қарастырылып отырған нүктенің маңайында деформация дәрежесін сипаттай алмайды.

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta dx}{dx}; \quad \varepsilon_y = \frac{\Delta dy}{dy}; \quad \varepsilon_z = \frac{\Delta dz}{dz}.$$



Салыстырмалы деформациялар компоненттерінің қайсысының қаралып отырған облыста нөлдік мәнге ие болуына немесе бүкіл дене үшін **деформациялардың** мынадай **қарапайым түрлерін** ажыратуға байланысты:

- 1.Сызықтық деформация -  $\varepsilon_z \neq 0$ , жылжыту бұрыштары нөлге тең, қалған сызықтық салыстырмалы деформацияларға елеусіз қалады (абсолютті және салыстырмалы ұзартумен сипатталады).
- 2.Жазық деформация -  $\varepsilon_z \neq 0$ ,  $\varepsilon_x \neq 0$  немесе  $\varepsilon_y \neq 0$ , қалған салыстырмалы деформациялар нөлге тең (көлденең қима ауданының абсолюттік және салыстырмалы тарылуымен сипатталады). Деформациялардың бұл түрлері, әдетте, созу-қысу кезінде іске асырылады.
- 3.Көлемдік деформация -  $\varepsilon_z \neq 0$ ,  $\varepsilon_x \neq 0$ ,  $\varepsilon_y \neq 0$ , ығысу бұрыштары нөлге тең (көлемнің абсолютті және салыстырмалы өзгеруімен сипатталады).
- 4.Таза ығысу - сызықтық салыстырмалы деформациялар нөлге тең, ығысу бұрыштары нөлге тең емес (пішіннің өзгеруімен сипатталады, көлемнің өзгеруі болмайды). Деформацияның бұл түрі айналдыру кезінде де пайда болады.  
Деформация түріне сәйкес бастапқыда созылу-сығылу, таза жылжыту және айналдыру, таза иілу сияқты қарапайым кернеулі-деформацияланған күйлерді дәйекті түрде зерделейді. Бұдан әрі неғұрлым күрделі - көлденең иілу, күрделі кедергі, бойлық иілу зерделенеді.

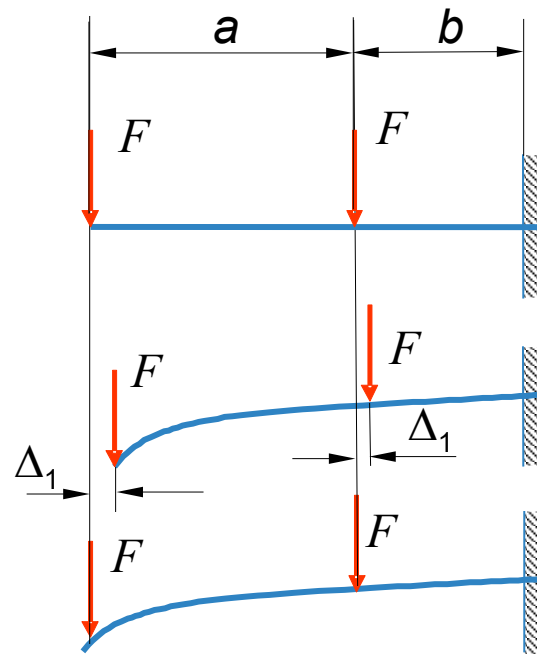
$$T_{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2}\gamma_{yx} & \frac{1}{2}\gamma_{zx} \\ \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \varepsilon_y & \frac{1}{2}\gamma_{zy} \\ \frac{1}{2}\gamma_{xz} & \frac{1}{2}\gamma_{yz} & \varepsilon_z \end{pmatrix}$$

Деформация тензоры

# Материалдар кедергісінің болжамдары мен принциптері

## ***Шағын деформация гипотезасы***

Шағын деформациялар гипотезасы мынада - конструкцияның немесе бөлшектердің деформациясы жүктемелердің өзара орналасуына және жүктемелерден конструкцияның кез келген нүктелеріне дейінгі қашықтыққа олардың әсерін ескермеуге болатындай аз деп болжанады.





## Ұсынылатын әдебиет

1. Арапов Б.Р., Сейтказенова К.К., Материалдар кедергісі . Учебное пособие. – Караганда: ТОО «Медет Групп», 2020. – 82 с.
2. Қ. Алдияров, Материалдар кедергісі. Оқу құралы, Фолиант 2018-156 с
4. Степин П.А. Сопротивление материалов - М.: ИНТЕГРАЛ-ПРЕСС, 1997.-320 с.
5. Ицкович Г.М., Минин Л.С., Винокуров А.И Руководство к решению задач по сопротивлению материалов - М.: Высшая школа, 1999. -592 с.
6. Миролубов И.Н. и др. Пособие к решению задач по сопротивлению материалов -М: Высшая школа, 1985. -399 с.
7. Бондаренко А.Н. Электронный учебник по сопротивлению материалов. Москва. 2007 г.
8. Панков А.Д. Руководство по курсовому проектированию по сопротивлению материалов Расчет валов. г. Саров. 2008 г.
9. Панков А.Д. Вопросы для электронного тестирования по курсу “Сопротивление материалов”. г. Саров. 2009 г.
10. Панков А.Д. Лабораторный практикум по курсу “Сопротивление материалов”. г. Саров. 2010 г.
1. Шелюфаст В.В. Основы проектирования машин. Изд –во АПМ., 2007 г.