



# SATBAYEV UNIVERSITY



**МСН5022 Материалдар механикасы**



**Лектор: т.ғ.к., доцент Исаметова Мадина Есдаулетовна**



**4-дәріс. Жазық қималардың геометриялық сипаттамалары**

## 4-дәріс

### Жазық қималардың геометриялық сипаттамалары

Жазық қималардың геометриялық сипаттамалары

Геометриялық сипаттамалар иерархиясы

Ауырлық центрінің орны

Көлденең қиманың инерция моменттері

Қарапайым қималар аймағының инерция моменттері

Осьтердің параллель тасымалдануындағы инерция моменттері арасындағы байланыс

Қиманың негізгі осьтері

Көлденең қималардың геометриялық сипаттамалары - Созылған (сызылған) өзектің көлденең қимасындағы қалыпты кернеулердің шамасы осы қиманың ауданына байланысты болады. Осылайша, көлденең қиманың ауданы созылу (қысылу) кезіндегі кернеуді анықтайтын геометриялық сипаттама болып табылады. Кернеуді деформацияланатын жай-күйдің басқа түрлері жағдайында (тиілу, айналдыру) кернеу ауданы өлшеуі және қиманың нобір басқа геометриялық сипаттамаларына байланысты болады.

Геометриялық сипаттамалардың иерархиясы ішің интегралдық көрініс түрмен белгіленеді және мынадай түрде ұсынылады:

Көлденең қиманың ауданы

Статикалық моменты

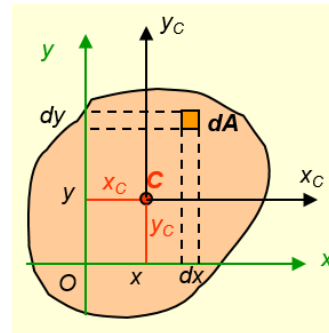
Қиманың ауырлық центрінің координаттары

Күрделі фигураның ауырлық центрінің координаттары

$$A = \int_A dA$$

$$S_x = \int_A y dA;$$

$$S_y = \int_A x dA.$$



$$x_C = \frac{S_y}{A}; \quad y_C = \frac{S_x}{A}.$$

Мұнда  $x_i$ ,  $y_i$  - қарапайым фигуралардың ауырлық центрлерінің координаталары, олар белгілі немесе оңай табылды.

Ауырлық центрінің орнын анықтау процедурасын еске түсірейік:

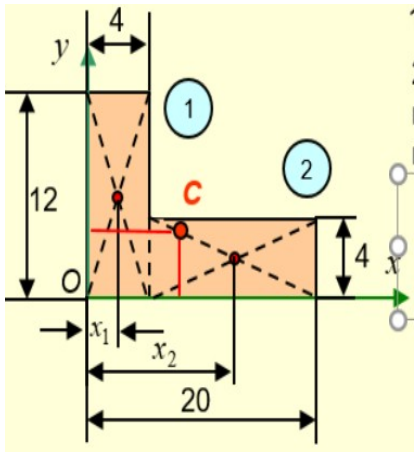
1. ерікті (бастапқы) координаталар жүйесін таңдау  $x$ ,  $y$ ;
2. берілген фигураны қарапайым фигураларға бөлу.
3. статикалық моменттерді есептеу және ауырлық центрінің координаталары формулаларын қолдану

$$x_C = \frac{\sum S_{yi}}{\sum A_i} = \frac{\sum x_i A_i}{\sum A_i}; \quad y_C = \frac{\sum S_{xi}}{\sum A_i} = \frac{\sum y_i A_i}{\sum A_i}.$$

**Фигураның ауырлық центрінен өтетін осьтер орталық деп аталады.**

Орталық осьтерге қатысты статикалық моменттердің нөлге айналатынын көрсетуге болады.

### 1-мысал Бұрыштық көлденең қиманың ауырлық центрінің орнын анықтау.



1. Қиманың төменгі сол жақ бұрышынан басталатын  $x, y$  координаттар жүйесін таңдау.

2. Фигураны екі тікбұрышқа бөлеміз, әрқайсысының ауырлық центрлерінің аудандары мен координаталарын есептейміз:

3. Біз бүкіл қиманың ауырлық центрінің статикалық моменттері мен координаттарын есептейміз :

$$A_1 = 4 \cdot 12 = 48; \quad x_1 = 2; \quad y_1 = 6;$$

$$A_2 = (20 - 4) \cdot 4 = 64; \quad x_2 = \frac{20 - 4}{2} + 4 = 12; \quad y_2 = 2;$$

$$S_{x1} = y_1 A_1 = 6 \cdot 48 = 288; \quad S_{y1} = x_1 A_1 = 2 \cdot 48 = 96;$$

$$S_{x2} = y_2 A_2 = 2 \cdot 64 = 128; \quad S_{y2} = x_2 A_2 = 12 \cdot 64 = 768;$$

$$x_C = \frac{\sum S_{yi}}{\sum A_i} = \frac{S_{y1} + S_{y2}}{A_1 + A_2} = \frac{96 + 768}{48 + 64} = \frac{864}{112} = 7,71.$$

$$y_C = \frac{\sum S_{xi}}{\sum A_i} = \frac{S_{x1} + S_{x2}}{A_1 + A_2} = \frac{288 + 128}{48 + 64} = \frac{416}{112} = 3,71.$$

■ **Көлденең қима ауданының инерция моменттері :**

$$I_x = \int_A y^2 dA; \quad I_y = \int_A x^2 dA.$$

- инерция ауданының осьтік моменттері,

$$I_{xy} = \int_A xy dA,$$

ауданның центрден тепкіш инерция моменті.

$$I_\rho = \int_A (x^2 + y^2) dA = \int_A \rho^2 dA.$$

ауданның полярлық инерция моменті

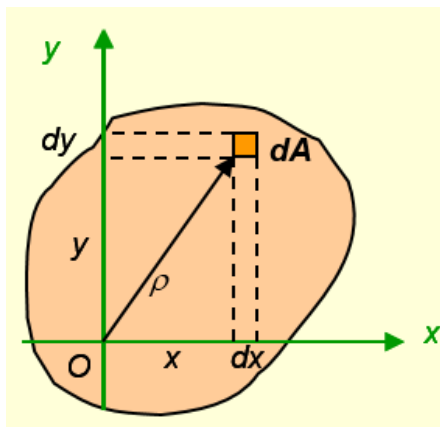
**Полярлық** инерция моменті координаталық осьтердің  $x$ ,  $y$  бағытына тәуелді емес және әрқашан осьтік инерция моменттерінің қосындысына тең:

$$I_\rho = \int_A \rho^2 dA = \int_A (x^2 + y^2) dA = \int_A x^2 dA + \int_A y^2 dA = I_y + I_x.$$

**Иілу және бұралу кернеулерін анықтауда ауданның инерция моменттері қолданылады.**

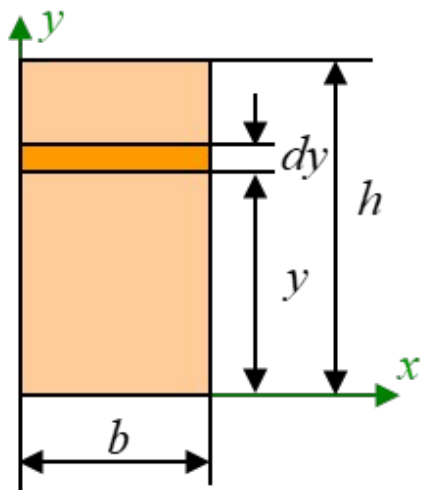
Біреуі **симметрия** осімен сәйкес келетін осьтерге қатысты **центрден тепкіш** инерция моменті нөлге тең екенін көрсетуге болады. Бұл жағдайда  $x$ ,  $y$  координаттары бар  $dA$  элементар платформасы әрқашан бірдей аймаққа  $-x$ ,  $y$  немесе  $x$ ,  $-y$  координаттарымен сәйкес келеді.

$xy dA$  туындыларын қосу (интеграциялау) нөлге тең болады. Әрі қарай кез келген фигура, соның ішінде асимметриялы фигуралар үшін центрден тепкіш момент нөлге тең болатын осьтердің орнын табуға болатыны көрсетіледі.



## ■ Қарапайым қималар ауданының инерция моменттері :

### ■ Тікбұрыш



$$I_x = \int_A y^2 dA = \int_0^h y^2 b dy = b \int_0^h y^2 dy = b \frac{y^3}{3} \Big|_0^h = \frac{bh^3}{3}.$$

Тікбұрыштың ауырлық центрі симметрия осьтерінің қиылысында орналасқаны белгілі ( $x_c = b/2$ ,  $y_c = h/2$ ).

Орталық осьтерге қатысты инерция моменттерін есептеу үшін у координатасын  $x_c$  орталық осінен өлшенеді деп болжап, интегралдау шегін өзгерту жеткілікті:

$$I_{x_c} = \int_{-h/2}^{h/2} y^2 b dy = b \int_{-h/2}^{h/2} y^2 dy = b \frac{y^3}{3} \Big|_{-h/2}^{h/2} = \frac{bh^3}{12}.$$

Осыған ұқсас басқа осьтер үшін аламыз :

$$I_y = \frac{hb^3}{3}, \quad I_{y_c} = \frac{hb^3}{12}.$$

Центрден тепкіш инерция моменті (симметрия бойынша) :

$$I_{xy} = 0.$$

Полярлық инерция моменті :

$$I_\rho = I_{x_c} + I_{y_c} = \frac{bh^3}{12} + \frac{b^3h}{12} = \frac{bh(h^2 + b^2)}{12}.$$

## ■ Үшбұрыш

Элементар аймақтың айнымалы ені бар және оның  $y$  осі бойынша координатасына тәуелді :

$$\frac{b_y}{b} = \frac{h-y}{h}; \quad b_y = \frac{h-y}{h} b;$$

$$dA = b_y dy = \frac{h-y}{h} b dy.$$

$$I_x = \int_A y^2 dA = \int_0^h y^2 \frac{h-y}{h} b dy =$$

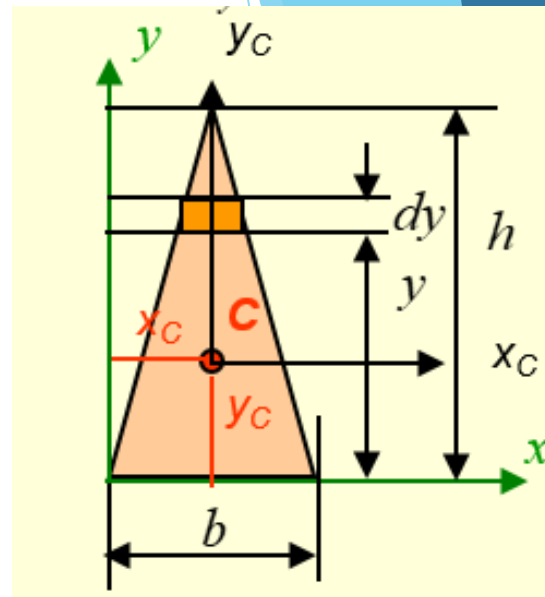
$$= \frac{b}{h} \int_0^h (hy^2 - y^3) dy = \frac{b}{h} \left( h \frac{y^3}{3} - \frac{y^4}{4} \right) \Big|_0^h = \frac{bh^3}{12}.$$

Орталық оське қатысты инерция моменті  $x_C$  :

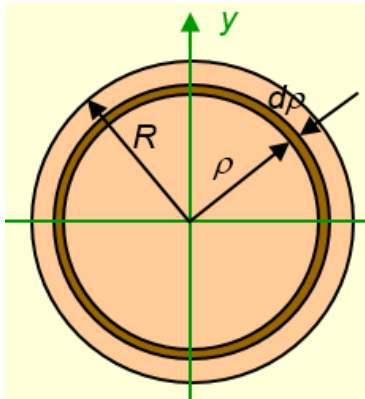
$$I_{xC} = \frac{b}{h} \int_{-h/3}^{2h/3} (hy^2 - y^3) dy = \frac{b}{h} \left( h \frac{y^3}{3} - \frac{y^4}{4} \right) \Big|_{-h/3}^{2h/3} = \frac{bh^3}{36}.$$

Орталық оське қатысты инерция моменті  $y_C$  :

$$I_{yC} = 2I_{yC(b/2)} = 2 \frac{h(b/2)^3}{12} = \frac{hb^3}{48}.$$



## Дөңгелек қима :



Алдымен полярлық инерция моментін есептейміз:

$$I_{\rho} = \int_A \rho^2 dA = \int_0^R \rho^2 2\pi\rho d\rho = 2\pi \frac{\rho^4}{4} \Big|_0^R = \frac{\pi R^4}{2} = \frac{\pi D^4}{32}.$$

Симметрияны ескере отырып, орталық осьтерге қатысты инерция моменттері:

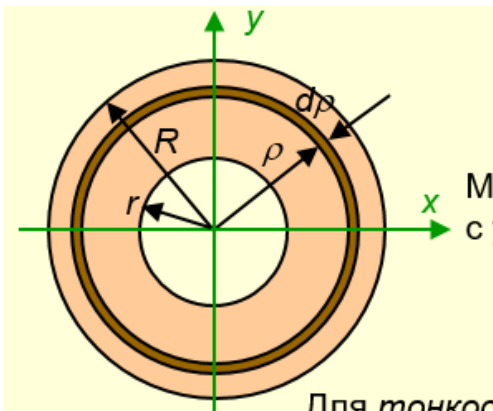
$$I_x = I_y = \frac{I_{\rho}}{2} = \frac{\pi R^4}{4} = \frac{\pi D^4}{64}.$$

Техникада көбінесе жақындатылған мәндер пайдаланылады (қателік шегі 2% -дан кем) :

$$I_{\rho} \approx 0,1d^4.$$

$$I_x = I_y \approx 0,05d^4.$$

## ■ Сақиналы қимасы :



Интеграцияның шегін өзгерту жеткілікті :

$$I_{\rho} = 2\pi \frac{\rho^4}{4} \Big|_r^R = \frac{\pi(R^4 - r^4)}{2} = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{32}.$$

Симметрияны ескере отырып, орталық осьтерге қатысты инерция моменттері :

$$I_x = I_y = \frac{I_{\rho}}{2} = \frac{\pi(R^4 - r^4)}{4} = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{64}.$$

Жұқа қабырғалы сақина үшін ( $t < 0,075R$ ) шамамен деп санауға болады  $\rho = R_{cp} = \text{const}$  қалыңдығы бойынша және  $A = 2\pi R_{cp}t$ .

$$I_{\rho} = \rho^2 \int_A dA = R_{cp}^2 2\pi R_{cp}t = 2\pi R_{cp}^3 t = \frac{\pi D_{cp}^3 t}{4}.$$

Техникада кейде жақындатылған мәндер қолданылады. :

$$I_{\rho} \approx 0,8D_{cp}^3 t. \quad I_x = I_y \approx 0,4D_{cp}^3 t.$$



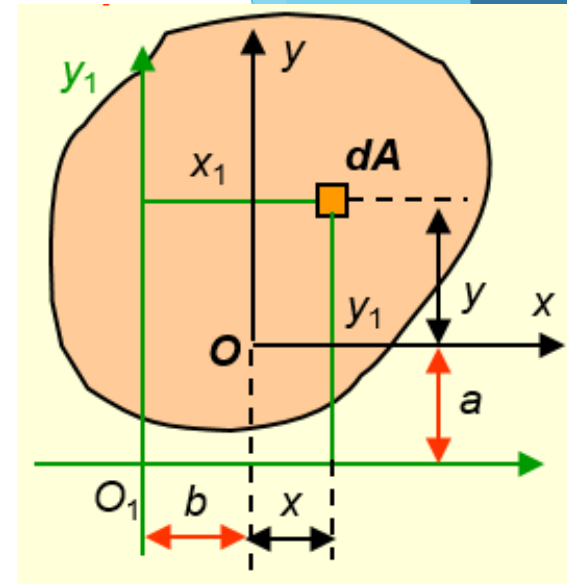
## ■ Құрама қималар ауданының инерция моменттері

- ауырлық центрінің координаттарын есептеу сияқты, ауырлық центрінің координаттары мен инерция моменттері белгілі немесе оңай есептелетін қарапайым фигураларға бөлу арқылы есептеледі.

Мысалы, сақина қимасының инерция моментін радиусы  $R$  және сол қиманың, бірақ радиусы  $r$  болатын дөңгелек қатты дененің инерция моменттерінің айырмасы ретінде есептеуге болады.

Фигуралардың әрқайсысы үшін координаталық осьтердің әрқайсысының бойымен инерция моменттерін қосқанда, инерция моменттерін қарастырылатын қимаға және барлық құраушы фигураларға ортақ осьтерге қатысты есептелуі тиіс.

Демек, бір осьтен екіншісіне өтуге мүмкіндік беретін формулалар болуы керек.



## ■ Осьтерді параллель аудару кезіндегі инерция моменттерінің арасындағы тәуелділік

$$I_{x1} = \int_A y_1^2 dA = \int_A (y + a)^2 dA = \int_A y^2 dA + 2a \int_A y dA + a^2 \int_A dA.$$

$\downarrow$   $\downarrow$   $\downarrow$   
 $I_x$   $S_x$   $A$

$$I_{x1} = I_x + 2aS_x + a^2 A. \quad I_{y1} = I_y + 2aS_y + b^2 A.$$

$$I_{x1y1} = \int_A x_1 y_1 dA = \int_A (y + a)(x + b) dA.$$

$$I_{x1y1} = I_{xy} + aS_y + bS_x + abA.$$

Егер бастапқы осьтер орталық болса, формулалар жеңілдетіледі, өйткені

$$S_{xc} = S_{yc} = 0:$$

$$I_{x1} = I_{xc} + a^2 A.$$

$$I_{y1} = I_{yc} + b^2 A.$$

$$I_{x1y1} = I_{xcyc} + abA.$$

## Қиманың негізгі осьтері

Қиманың негізгі осьтері үшін келесі шарттар орындалуы керек :

1. Осы осьтерге қатысты қиманың центрден тепкіш инерция моменті нөлге тең болуы керек :  $I_{xy} = 0$
2. Осы осьтерге қатысты осьтік инерция моменттері экстремалды болуы керек.
3. Бұл осьтер өзара перпендикуляр болуы керек.

**Негізгі орталық осьтер** - қиманың ауырлық центрінен өтетін негізгі осьтер.

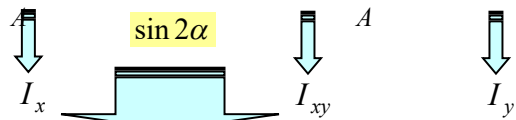
## Осьтерді бұру кезінде инерция моменттері арасындағы байланыс

u, v координаттар жүйесіндегі dA элементарлық алаңының координаттары сызықтық тәуелділікпен x, y бастапқы координаттары арқылы көрсетіледі:

$$u = x \cos \alpha + y \sin \alpha; \quad v = -x \sin \alpha + y \cos \alpha.$$

$$I_u = \int_A v^2 dA = \int_A (y \cos \alpha - x \sin \alpha)^2 dA =$$

$$= \cos^2 \alpha \int_A y^2 dA - 2 \sin \alpha \cos \alpha \int_A xy dA + \sin^2 \alpha \int_A x^2 dA.$$



$$I_u = I_x \cos^2 \alpha + I_y \sin^2 \alpha - I_{xy} \sin 2\alpha.$$

$$I_v = \int_A u^2 dA = \int_A (y \sin \alpha + x \cos \alpha)^2 dA =$$

$$= \sin^2 \alpha \int_A y^2 dA + 2 \sin \alpha \cos \alpha \int_A xy dA + \cos^2 \alpha \int_A x^2 dA.$$



$$I_u = I_x \sin^2 \alpha + I_y \cos^2 \alpha + I_{xy} \sin 2\alpha.$$

$$I_x + I_y = \text{const} = \text{invar}$$

$$I_u + I_v = I_x + I_y.$$

u және v осіне қатысты  
центрден тепкіш инерция моменті:

$$I_{uv} = \int_A uv dA = \int_A (y \sin \alpha + x \cos \alpha)(y \cos \alpha - x \sin \alpha) dA =$$

$$\frac{1}{2} \sin 2\alpha$$

$$\sin \alpha \cos \alpha \left( \int_A y^2 dA - \int_A x^2 dA \right) + (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) \int_A xy dA.$$

$$\cos 2\alpha$$

$$I_{uv} = \frac{I_x - I_y}{2} \sin 2\alpha + I_{xy} \cos 2\alpha.$$

**Бас осьтер және бас инерция моменттері** - Алынған тәуелділіктер осьтердің айналу бұрышы өзгерген кезде инерция моменттерінің мәндері өзгертінін көрсетеді, ал осьтік инерция моменттерінің қосындысы тұрақты болып қалады. Бұл осьтік моменттердің бірі максималды мәнге, ал екіншісі сәйкесінше ең төменгі мәнге жететін осьтердің орнын анықтауға болатынын білдіреді.

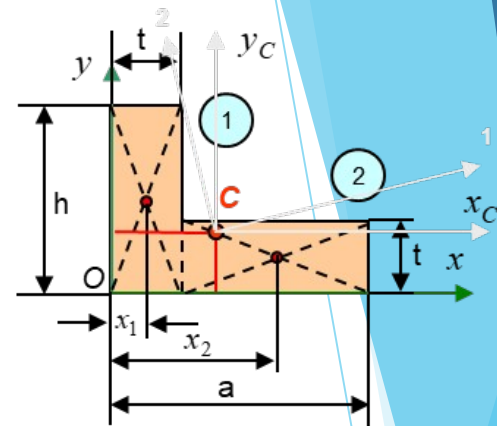
$$I_u = I_x \cos^2 \alpha + I_y \sin^2 \alpha - I_{xy} \sin 2\alpha.$$

■ **Инерция радиусы** – инерция моментін көлденең қима ауданымен байланыстыратын және теңдіктерден анықталатын шама:

$$I_x = i_x^2 A.$$

$$I_y = i_y^2 A.$$

Инерция радиусы қарастырылып отырған осьтен көлденең қиманың бүкіл ауданын шартты түрде шоғырландыруға болатын нүктеге дейінгі қашықтықты білдіреді. Бұл шама қиманың қаншалықты жақсы «дамыған» екенін, қиманың жекелеген аудандары осьтен қаншалықты алыс тұрғанын сипаттайды, бұл өз кезегінде иілу және иілумен қысу кезіндегі қиманың үнемділігін сипаттайды.



Сығылған өзекшелердің икемділігін бағалау кезінде инерция радиусын пайдалану ыңғайлы.

Бұл үшін инерция радиустары мынадай формулалар бойынша үлгілік және прокаттық қималар үшін алдын ала есептеледі:

$$i_{\max} = \sqrt{\frac{I_{\max}}{A}}.$$

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{I_{\min}}{A}}.$$

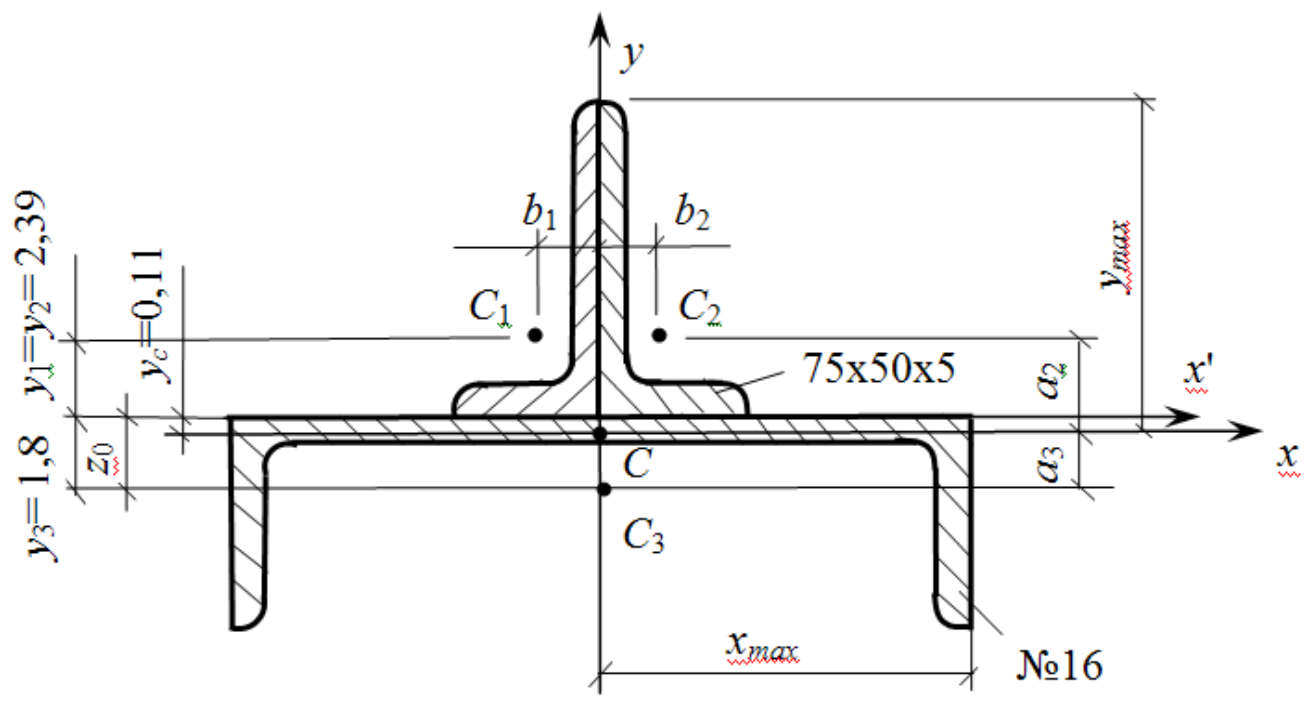
■ **Күрделі фигуралардың Инерция моменттерін есептеу** - келесі ретпен орындалады:

1. Бөлім ауырлық центрлерінің координаталары мен инерция моменттері белгілі немесе оңай табуға болатын бөліктерге бөлінеді..
2. Бастапқы осьтер таңдалады, оларға қатысты қиманың ауырлық центрінің координаталары есептеледі.
3. Қиманың ауырлық центрінің координаттары есептеледі.
4. Орталық осьтер (қиманың ауырлық центрінен өтетін) өткізіледі, оларға қатысты инерция моменттері есептеледі.
5. Орталық осьтерге қатысты қиманың осьтік және центрден тепкіш инерция моменттері есептеледі.
6. Негізгі орталық моменттері есептеліп, негізгі осьтердің орны анықталады.

**МЫСАЛ** Инерцияның негізгі орталық моменттерін, стандартты прокат профилдерінен тұратын қиманың осьтік қарсылық моменттерін анықтау.

Қима  $75 \times 50 \times 5$  (мм-мен таңбалау) екі тегіс емес бұрыштан және № 16 швеллерден (швеллердің № оның см биіктігі туралы көрсетеді) тұрады.

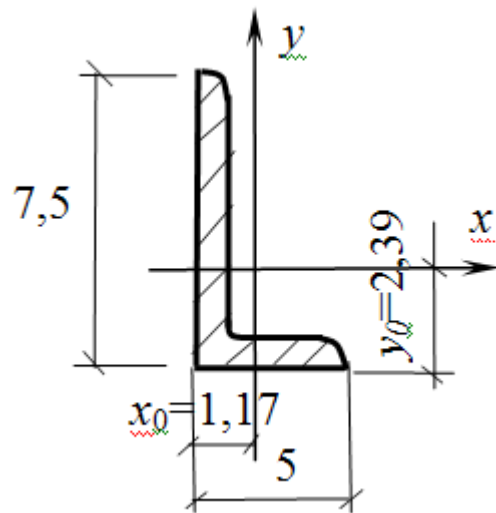
<https://prosopromat.ru/category/zadachi/geometricheskie-karakteristiki>



Қиманың ауырлық центрінің орнын анықтаймыз.

Кесінді у осіне қатысты симметриялы, оны негізгі және орталық ось ретінде саламыз. Координата  $x_C=0$ .  $y_C$  табу үшін кездейсоқ  $x'$  осін саламыз (кездейсоқ таңдалған). Біз барлық профильдердің ауырлық центрін белгілейміз және болат прокат сортынан профильдердің қажетті сипаттамаларын жазамыз.

Фигура 1,2 - бұрыш 75×50×5

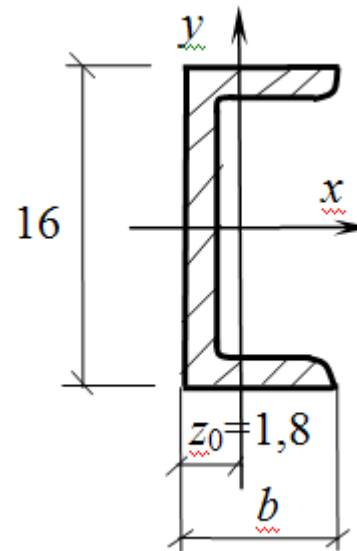


$$A_1 = A_2 = 6,11 \text{ см}^2$$

$$I_{x1} = I_{x2} = 34,8 \text{ см}^4$$

$$I_{y1} = I_{y2} = 12,5 \text{ см}^4$$

Фигура 3 - швеллер №16



$$A_3 = 18,1 \text{ см}^2,$$

$$I_{x3} = 747 \text{ см}^4,$$

$$I_{y3} = 63,3 \text{ см}^4.$$

Сызбада көрсетеміз және профильдер үшін координаттарды анықтаймыз  
 $y_1 = y_2 = y_0 = 2,39$  см,

$y_1 = -z_0 = -1,8$  см.

$y_C$  координатын мына формула бойынша анықтаймыз:

$$y_C = \frac{S_{x'}}{\sum A_i} = \frac{\sum A_i y_i}{\sum A_i}$$

мұнда  $A_i$  - әр профильдің ауданы,

$y_i$  - координата.

$$\begin{aligned} y_C &= \frac{A_1 \cdot y_1 + A_2 \cdot y_2 + A_3 \cdot y_3}{A_1 + A_2 + A_3} = \frac{(A_1 \cdot y_1) \cdot 2 + A_3 \cdot y_3}{A_1 \cdot 2 + A_3} = \\ &= \frac{(6,11 \cdot 2,39) \cdot 2 + 18,1 \cdot (-1,8)}{6,11 \cdot 2 + 18,1} = \frac{29,2 - 32,58}{12,22 + 18,1} = -\frac{3,38}{30,32} = -0,11 \text{ см} \end{aligned}$$

Біз негізгі орталық осьті  $x$  осінен төмен қарай  $x'$  осінен  $0,11$  см түсіреміз,  $m.C$  - бүкіл қиманың ауырлық центрін саламыз.

2. Өтпелі формулалар арқылы инерцияның негізгі орталық моменттерін анықтаймыз :

$$I_x = \sum (I_{xi} + A_i a_i^2), I_y = \sum (I_{yi} + A_i b_i^2)$$

Мұнда  $I_{xi}$  ,  $I_{yi}$  – әр фигураның инерция моменттері;

$A_i$  - әр фигураның көлденең қимасының ауданы;

$a_i$  - әрбір фигураның ауырлық центрінен негізгі орталық осіне дейінгі қашықтық  $x$ ;

$b_i$  - әр фигураның ауырлық центрінен негізгі орталық оське дейінгі қашықтық  $y$ .

$a_i$  анықтаймыз (схеманы қараймыз)

$$a_1 = a_2 = y_1 + |y_C| = 2,39 + 0,11 = 2,5 \text{ см},$$

$$a_3 = - (|y_3| - |y_C|) = -1,69 \text{ см}.$$

$I_x$  анықтаймыз. 3 фигура - швеллер бұрылғанына назар аудару керек, сондықтан  $I_x$  анықтау үшін сортаменттен  $I_y$  швеллерді алу керек.

$$I_{x3} = 63,3 \text{ см}^4$$

$$\begin{aligned} I_x &= (I_{x1} + A_1 a_1^2) \cdot 2 + I_{x3} + A_3 a_3^2 = (34,8 + 6,11 \cdot 2,5^2) \cdot 2 + 63,3 + 18,1(-1,69)^2 = \\ &= 145,97 + 63,3 + 51,69 = 261 \text{ см}^4. \end{aligned}$$



Іі анықтаймыз. Швеллер үшін (бұрылған)  $I_{y3} = I_x = 747 \text{ см}^4$ .

бі өлшемдерін анықтаймыз, схемада көрсетеміз.

$$b_1 = -x_0 = -1,17 \text{ см},$$

$$b_2 = x_0 = 1,17 \text{ см},$$

$b_3 = 0$ , өйткені швеллердің ауырлық центрі у осінде жатыр.

$$I_y = (I_{y1} + A_1 b_1^2) \cdot 2 + I_{y3} + A_3 b_3^2 = (12,5 + 6,11 \cdot 1,17^2) \cdot 2 + 747 + 0 = 788,73 \text{ см}^4$$

$$I_{\max} = I_y; I_{\min} = I_x$$

$$I_y = (I_{y1} + A_1 b_1^2) \cdot 2 + I_{y3} + A_3 b_3^2 = (12,5 + 6,11 \cdot 1,17^2) \cdot 2 + 747 + 0 = 788,73 \text{ см}^4$$

$$I_{\max} = I_y; I_{\min} = I_x$$

3. Формулалар арқылы қима кедергісінің осьтік моменттерін анықтаймыз :

$$W_x = \frac{I_x}{y_{\max}}, W_y = \frac{I_y}{x_{\max}}$$

Схемадан мынаны көруге болады

$$x_{\max} = \frac{1}{2} 16 = 8 \text{ см};$$

$$y_{\max} = |y_c| + h_{\text{уголка}} = 0,11 + 7,5 = 7,61 \text{ см}$$

3. Формулалар бойынша көлденең қиманың осьтік моменттерін анықтаймыз :

$$W_x = \frac{I_x}{y_{max}}, W_y = \frac{I_y}{x_{max}}$$

Схемадан мынаны көруге болады

$$x_{max} = \frac{1}{2} 16 = 8 \text{ см};$$

$$y_{max} = |y_c| + h_{\text{уголка}} = 0,11 + 7,5 = 7,61 \text{ см}$$

$$W_x = \frac{261}{7,61} = 34,3 \text{ см}^3, W_y = \frac{788,73}{8} = 98,6 \text{ см}^3$$

## Ұсынылатын әдебиет

1. Арапов Б.Р., Сейтказенова К.К., Материалдар кедергісі . Учебное пособие. – Караганда: ТОО «Медет Групп», 2020. – 82 с.
2. Қ. Алдияров, Материалдар кедергісі. Оқу құралы, Фолиант 2018-156 с
4. Степин П.А. Сопротивление материалов - М.: ИНТЕГРАЛ-ПРЕСС, 1997.-320 с.
5. Ицкович Г.М., Минин Л.С., Винокуров А.И Руководство к решению задач по сопротивлению материалов - М.: Высшая школа, 1999. -592 с.
6. Миролубов И.Н. и др. Пособие к решению задач по сопротивлению материалов -М: Высшая школа, 1985. -399 с.
7. Бондаренко А.Н. Электронный учебник по сопротивлению материалов. Москва. 2007 г.
8. Панков А.Д. Руководство по курсовому проектированию по сопротивлению материалов Расчет валов. г. Саров. 2008 г.
9. Панков А.Д. Вопросы для электронного тестирования по курсу “Сопротивление материалов”. г. Саров. 2009 г.
10. Панков А.Д. Лабораторный практикум по курсу “Сопротивление материалов”. г. Саров. 2010 г.
1. Шелюфаст В.В. Основы проектирования машин. Изд –во АПМ., 2007 г.