1934

SATBAYEV UNIVERSITY

MCH5022 Материалдар механикасы

Дәрісекер: т. ғ. к., доцент Исаметова Мадина Есдәулетқызы

Дәріс 5 Ауысым.

с 5 Ығысу

Ығысу туралы түсінік

ауысым Заңы

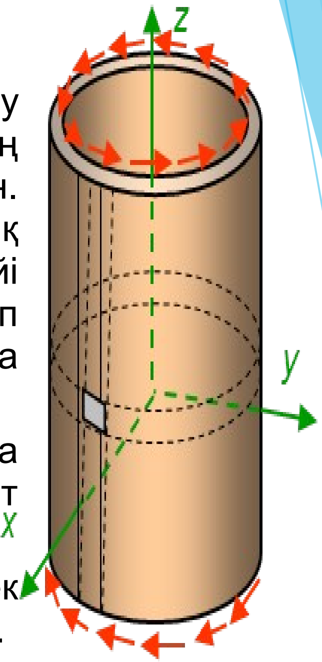
**жыту модулі мен созылу кезіндегі серпімділік модулі
ындағы байланыс**

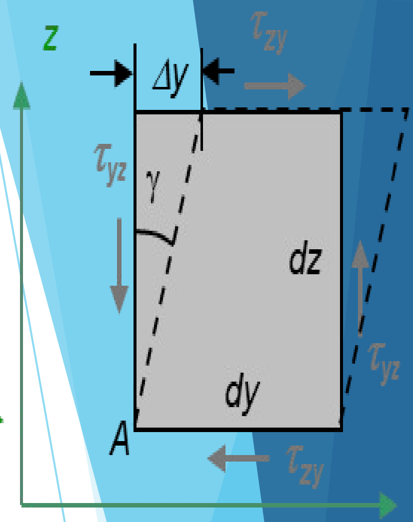
жымалы деформация

жалпыланған заңы

су **кезіндегі кернеу өзгеретін жай-күй**

- **Таза Ығысу туралы түсінік -** Созылу немесе қысылу деформациясынан басқа конструкцияның жүктелген элементінің материалы жылжудың деформациясын бастан кешіруі мүмкін. Бұған алдыңғы дәрісте қаралған еркін қимадағы арқалық қабырғасы элементінің кернеулі-деформацияланған жай-күйі мысал бола алады. Сол жерде элементтің шеттерінде бейтарап остің тірек қималарында қалыпты кернеулер жоқ, ал жанама кернеулер барынша жоғары екендігі көрсетілді.
- Классикалық деп айтуға болатын тағы бір мысал - жұқа қабырғалы құбырды айналдыру, бұл ретте кез келген элемент тек жанама кернеулердің әсерінде болады.
- Қырлардағы кернеу-деформацияланған жай-күй элементтер тек қана жанама кернеулер пайда болады, таза ығысу деп аталады.





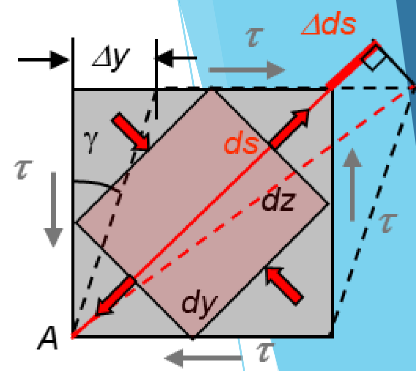
Тұрақты кернеу кезінде ығысу бұрышы артатын жанама кернеу ауысу кезіндегі тұрақсыздық шегі.

Пропорционалдық шегі деп аталатын кернеуге дейін $\tau_{пц}$ кернеу ауысу кезінде сызықтық тәуелділік әділ
(ауысу кезіндегі Гук заңы):

$$\boxed{\tau = G\gamma.}$$

мұнда γ- салыстырмалы Ығысу $\gamma \approx tg\gamma = \dfrac{\Delta y}{dy}.$ G - Жылжыту модулі

- **Ығысу кезінде Гук заңы -** Таза **Ығысу** деформациялары құбырлы үлгілерді айналдыру жолымен эксперименттік зерттеледі. Пластикалық болат үшін кернеу мен ығысу бұрышын байланыстыратын эксперименттік ығысу диаграммасы созылу диаграммасы сияқты өзгеру сипатына ие:



Пропорционалдық шегі деп аталатын кернеуге дейін τпц кернеу ауысу кезінде сызықтық тәуелділік әділ
(Ығысу кезіндегі Гук заңы) $\boxed{\tau = G\gamma.}$

мұнда γ- салыстырмалы ауысу $\boxed{\gamma \approx tg\gamma = \dfrac{\Delta y}{dy}.}$ G - Жылжыту модулі

- **Ығысу модулі мен созылу кезіндегі серпімділік модулі арасындағы байланыс -** Ығысу модулі мен созылу кезіндегі серпімділік модулі материалдың физикалық тұрақтылығы болып табылады. деформацияның осы екі түрінің әрқайсысындағы қаттылық. Жылжудан туындаған элемент диагоналының ұзаруы қалыпты кернеулердің әсерінен осы талшықты созу арқылы да алынуы мүмкін болғандықтан, бұл константалар өзара кейбір арақатынаспен байланысты болуы тиіс:

$$\Delta ds = \Delta y \cos 45^0.$$

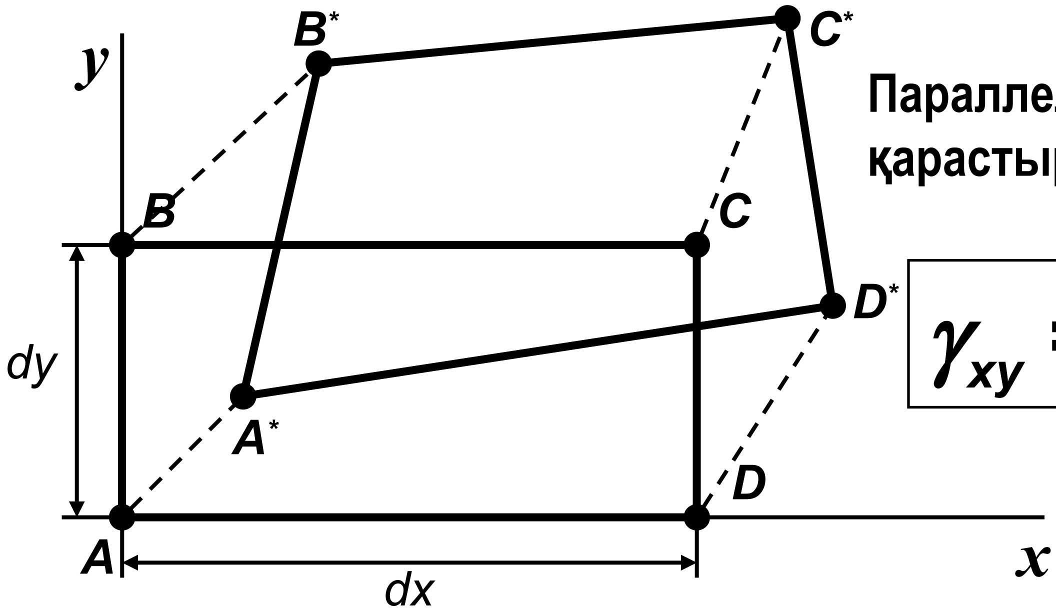
$$\Rightarrow \Delta ds = \gamma dy \cos 45^0. \Rightarrow \Delta ds = \gamma (ds \cos 45^0) \cos 45^0 = \gamma ds \cos^2 45^0. \Rightarrow \boxed{\Delta ds = \frac{\tau}{G} ds \cos^2 45^0 = \frac{\tau}{2G} ds.}$$

$$\varepsilon_1 = \frac{\Delta ds}{ds} = \frac{1}{E}(\sigma_1 - \mu\sigma_2) = \frac{1}{E}(\tau - \mu(-\tau)) = \frac{(1+\mu)\tau}{E}. \Rightarrow \boxed{\Delta ds = \frac{(1+\mu)\tau}{E} ds.} \Rightarrow \boxed{\frac{(1+\mu)}{E} = \frac{1}{2G}.}$$

Осылайша, **ығысу модулі мен серпімділік модулі арасында** Пуассон коэффициентінің қатысуымен созылу. Осы шамалардың кез келгенін анықтауға болады, егер басқа екеуі белгілі болса.

$$\boxed{G = \frac{E}{2(1+\mu)}.}$$

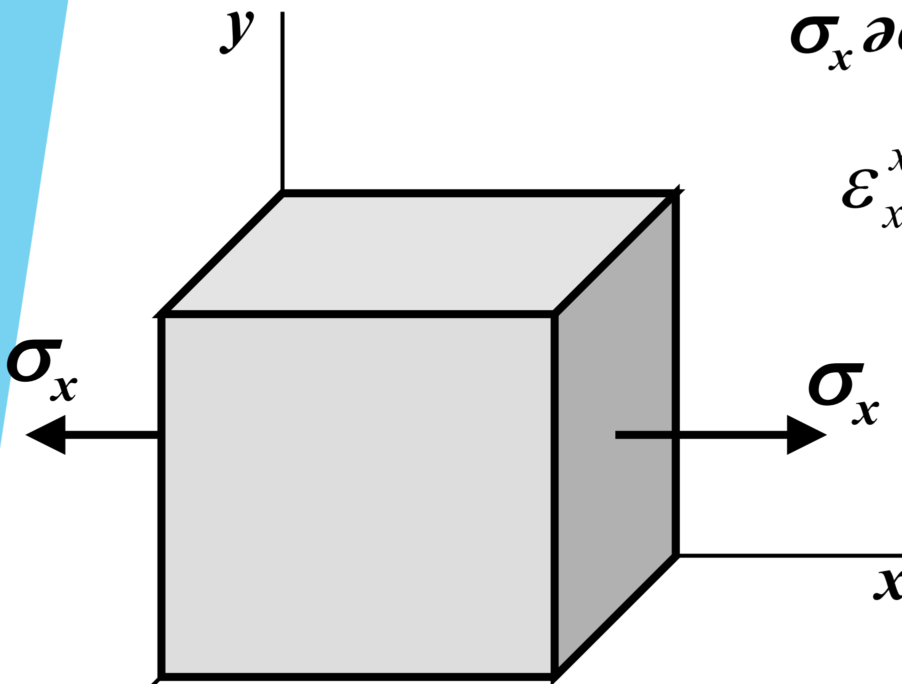
1. Жылжымалы деформация (бұрыштық деформация)



Параллелепипед деформациясын қарастырайық

$$\gamma_{xy} = \angle BAD - \angle B^*A^*D^*$$

2. Гук жалпыланған заңы



σ

σ_x ***әсер ету кезінде:***

$$\varepsilon_x^x = \frac{\sigma_x}{E}; \quad \varepsilon_y^x = -\upsilon\varepsilon_x^x = -\upsilon\frac{\sigma_x}{E}$$

$$\varepsilon_z^x = -\upsilon\varepsilon_x^x = -\upsilon\frac{\sigma_x}{E}$$

Басқа кернеулерге ұқсас

$$\varepsilon_y^y = \frac{\sigma_y}{E}; \quad \varepsilon_x^y = -\upsilon\varepsilon_y^y = -\upsilon\frac{\sigma_y}{E}; \quad \varepsilon_z^y = -\upsilon\varepsilon_y^y = -\upsilon\frac{\sigma_y}{E}$$

$$\varepsilon_z^z = \frac{\sigma_z}{E}; \quad \varepsilon_x^z = -\upsilon\varepsilon_z^z = -\upsilon\frac{\sigma_z}{E}; \quad \varepsilon_x^z = -\upsilon\varepsilon_z^z = -\upsilon\frac{\sigma_z}{E}$$

2. Гук жалпыланған заңы

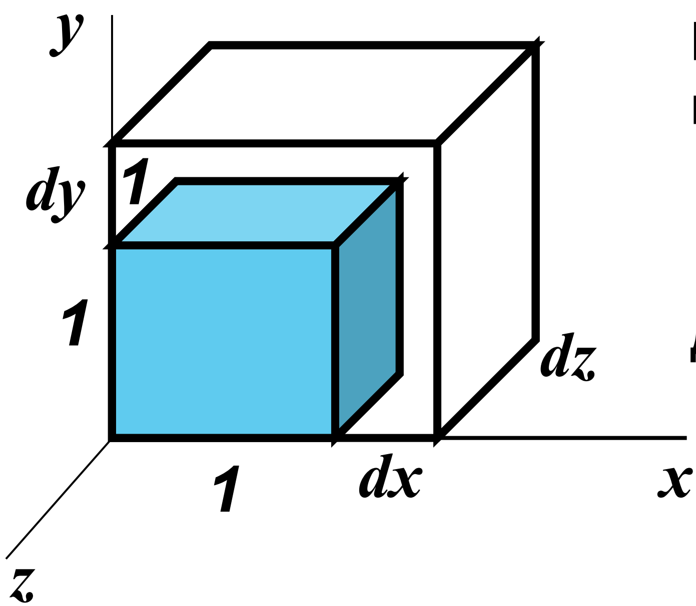
Суперпозиция қағидатын пайдалана отырып:

$$\boldsymbol{\varepsilon_x = \varepsilon_x^x + \varepsilon_x^y + \varepsilon_x^z =} \quad \frac{\sigma_x}{E} + \left(-\upsilon\frac{\sigma_y}{E} - \upsilon\frac{\sigma_z}{E}\right)$$

$$\left.\begin{aligned}
\varepsilon_x &= \frac{1}{E}\left[\sigma_x - \upsilon(\sigma_y + \sigma_z)\right] \\
\varepsilon_y &= \frac{1}{E}\left[\sigma_y - \upsilon(\sigma_x + \sigma_z)\right] \\
\varepsilon_z &= \frac{1}{E}\left[\sigma_z - \upsilon(\sigma_x + \sigma_y)\right]
\end{aligned}\right\}$$

Изотропты денеге арналған Гуктің жалпыланған заңы

2. Гук көлемі заңы



Бірлі-жарым текше көлемінің өзгеруін қарастырайық:

$$V_0 = 1$$

Деформациядан кейін кубиктің өлшемдері:

$$V_1 = (1 + \varepsilon_x)(1 + \varepsilon_y)(1 + \varepsilon_z) =$$

$$= 1 + \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z + \varepsilon_x \varepsilon_y + \varepsilon_y \varepsilon_z$$

$$+ \varepsilon_z \varepsilon_x + \varepsilon_x \varepsilon_y \varepsilon_z$$

Салыстырмалы деформацияның аз болуына байланысты($10^{-3} \ldots 10^{-5}$)

$$V_1 = 1 + \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z; \qquad \Delta V = \Delta V_1 - V_0 = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z$$

$$\varepsilon_V = \frac{\Delta V}{V_0} = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z$$

2. Гук көлемі заңы

Гуктің жалпыланған заңын қолданамыз:

$$\varepsilon_V = 1/E[\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z - \nu(\sigma_y + \sigma_z + \sigma_x + \sigma_z + \sigma_x + \sigma_y)] =$$

$$(1 - 2\nu)/E\,(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)$$

$$\boxed{\varepsilon_V = (1 - 2\nu)/E\,(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)}$$

Гук көлемі заңы

Белгілейміз: $\sigma_0 = 1/3\,(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)$ - орташа кернеу

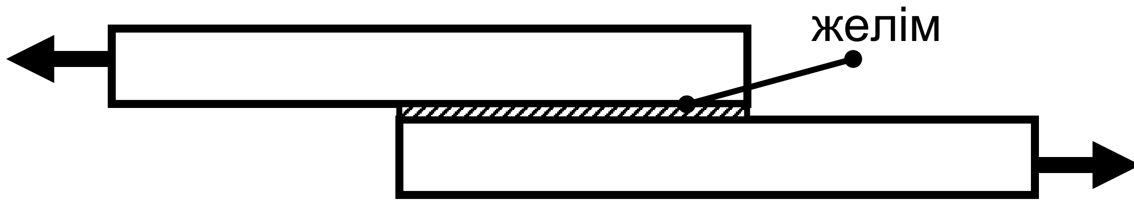
Сонда: $\boxed{\varepsilon_V = \frac{(1-2\nu)3}{E}\sigma_0}$

Белгілейміз: $\frac{E}{3(1-2\nu)}$ - серпімділіктің көлемдік модулі

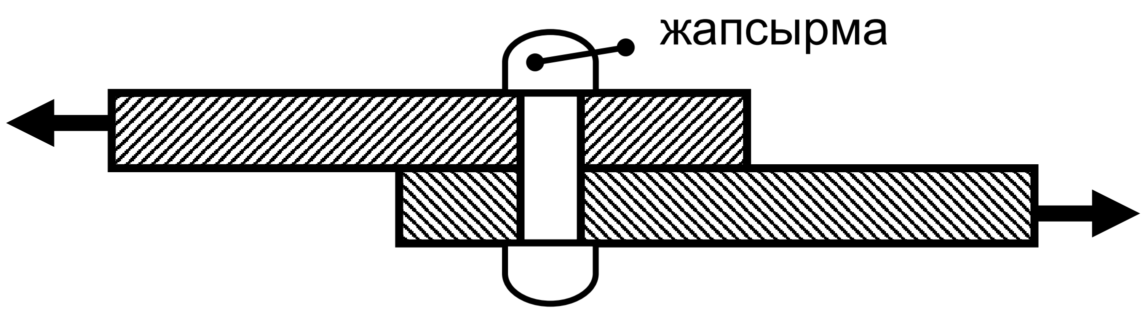
$\nu_{пред} = 0.5$ екенін көруге болады

3. Ығысу

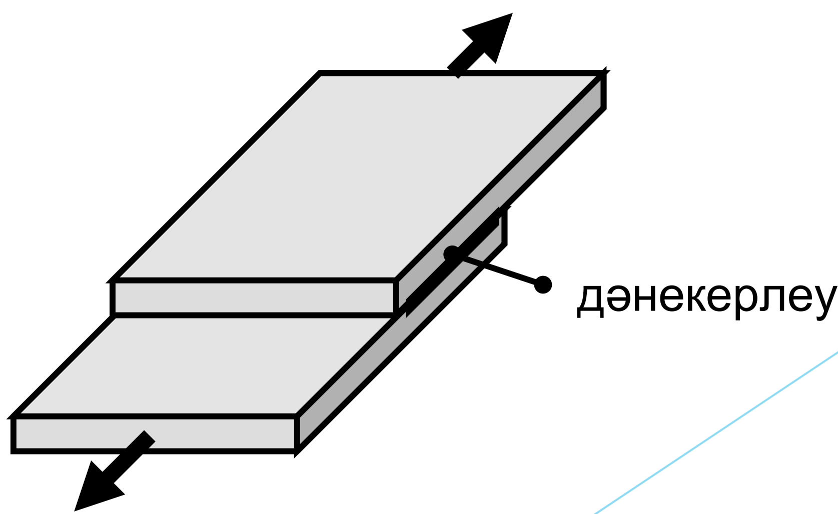
П



П

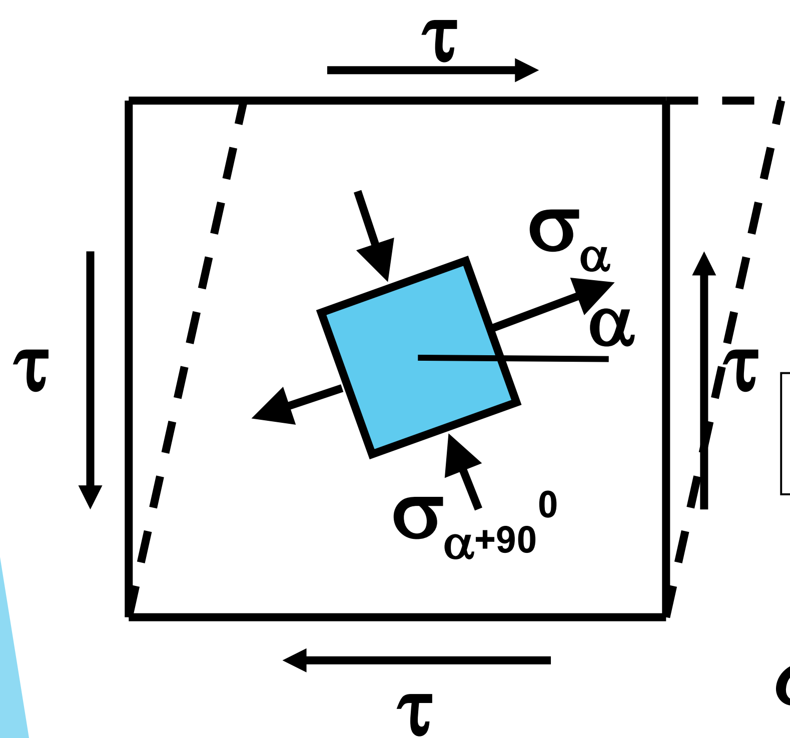


П



3. Ығысу

Таза жылжуды қарастырайық - тікбұрышты элемент жақтардың ұзаруын сезінбейді, алаңдарда $\perp$ тек τ ғана әрекет етеді



Бұрын алынған:

$$\boxed{\sigma_\alpha = \sigma_x \cos^2\alpha + \sigma_y \sin^2\alpha - \tau_{yx} \sin 2\alpha}$$

$$\boxed{\tau_{y1x1} = \tfrac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y) \sin 2\alpha + \tau_{yx} \cos 2\alpha}$$

Біздің жағдайда бастапқы алаңдарда:

$$\sigma_x = \sigma_y = 0, \;\; \tau_{yx} = -\tau$$

$$\boxed{\begin{aligned} \sigma_\alpha &= \tau \sin 2\alpha \\ \tau_{y1x1} &= -\tau \cos 2\alpha \end{aligned}} \quad (1)$$

$\sigma_\alpha = 0$ кезінде $\alpha = 0, \pm n\pi/2$

$$\boxed{\text{Әрқашан } \sigma_\alpha = -\sigma_{\alpha+90}}$$

Таза ауысу кезіндегі қалыпты кернеудің «жұптылығы» заңы

3. Ығысу

Бұрын алынған:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}\left[\sigma_x - \upsilon(\sigma_y + \sigma_z)\right] \qquad \varepsilon_1 = \frac{1}{E}\left[\sigma_1 - \upsilon(\sigma_2 + \sigma_3)\right]$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}\left[\sigma_y - \upsilon(\sigma_x + \sigma_z)\right] \quad \text{немесе} \quad \varepsilon_2 = \frac{1}{E}\left[\sigma_2 - \upsilon(\sigma_1 + \sigma_3)\right]$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E}\left[\sigma_z - \upsilon(\sigma_x + \sigma_y)\right] \qquad \varepsilon_3 = \frac{1}{E}\left[\sigma_3 - \upsilon(\sigma_1 + \sigma_2)\right]$$

$$\boxed{\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3}$$

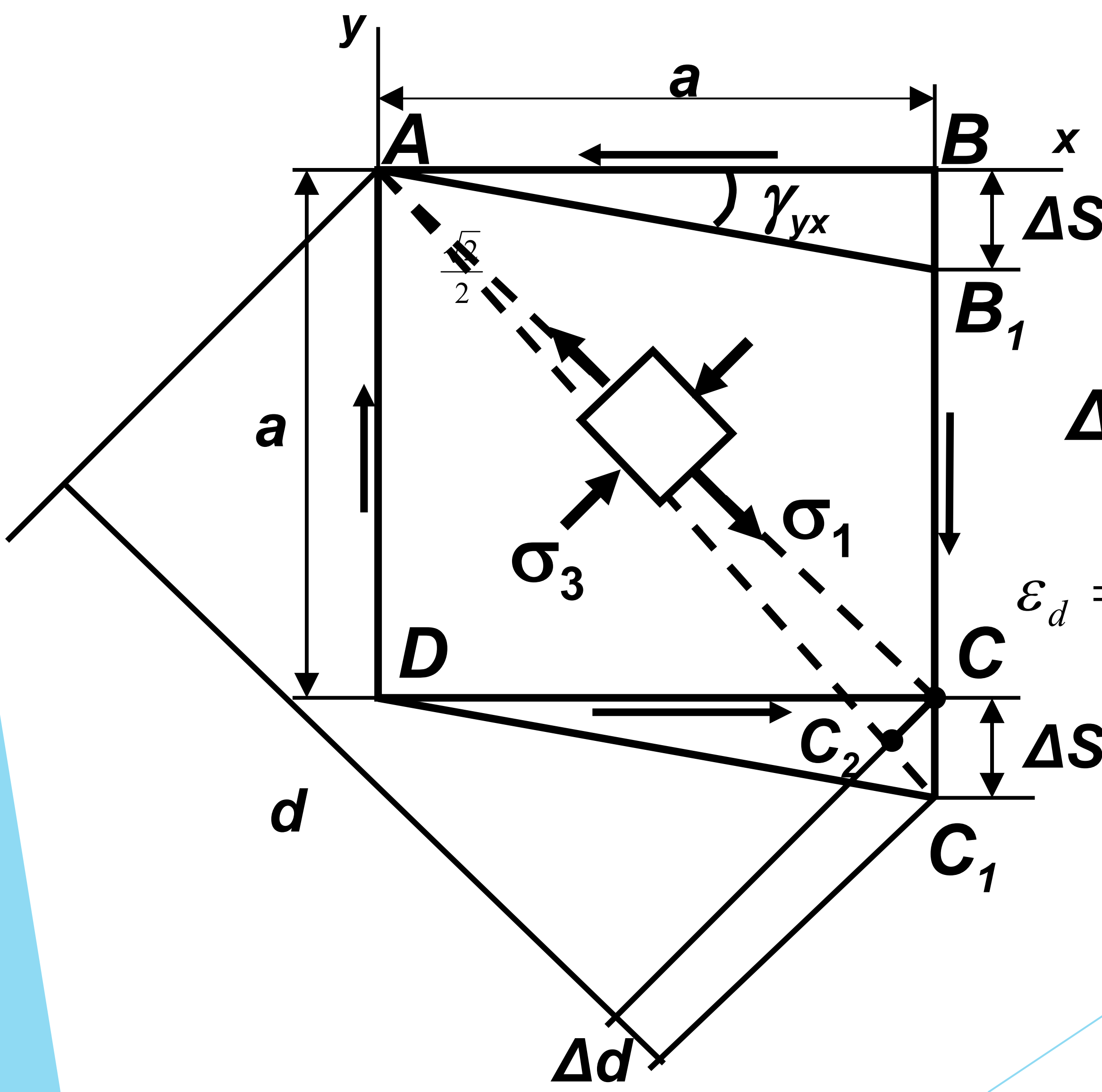
(1) ішінен: $\sigma_{max} = \tau$ *кезінде* $\alpha = 45^0$

$\sigma_{min} = -\tau$ *кезінде* $\alpha = -45^0$

$\Rightarrow \quad \sigma_1 = \tau, \; \sigma_2 = 0, \; \sigma_3 = -\tau$

3. Жылжыту

Қарапайым квадраттың деформациясын қарастырайық:



$$\Delta d = C_2C_1 = \Delta S$$

$$\cos 45^0 = a\gamma$$

$$\Delta d = \varepsilon_d AC = \varepsilon_d a$$

$$\varepsilon_d = \frac{1}{E}\left[\sigma_1 - \upsilon(\sigma_3)\right] = \frac{\tau}{E}\left[1 + \upsilon\right]$$

$$\tau = \frac{E}{2(1+\upsilon)}\gamma$$

3. Ығысу

Ұқсастықты қарастырайық:

$$\sigma = E\varepsilon \qquad \tau = G\gamma$$

$$G = \frac{E}{2(1+\upsilon)}$$

- жылжыту модулі немесе «екінші түрдегі серпімділік модулі»

3. Ығысу

Кеңістіктік кернеу күйі үшін теңдеулердің толық жиынтығы:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}\left[\sigma_x - \upsilon(\sigma_y + \sigma_z)\right]$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G}$$

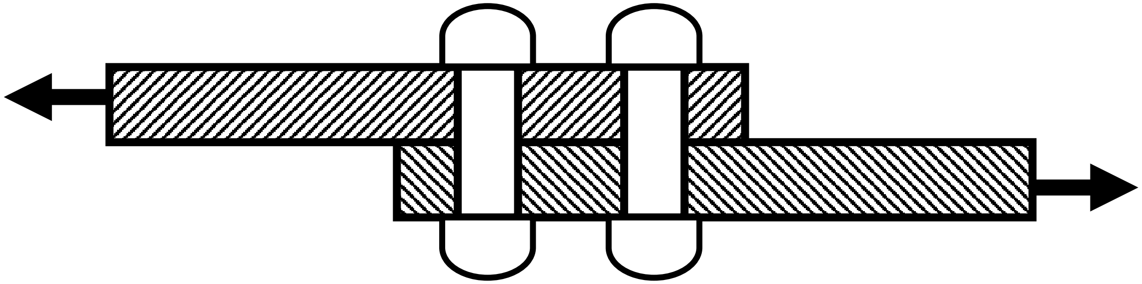
$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G}$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}\left[\sigma_y - \upsilon(\sigma_x + \sigma_z)\right]$$

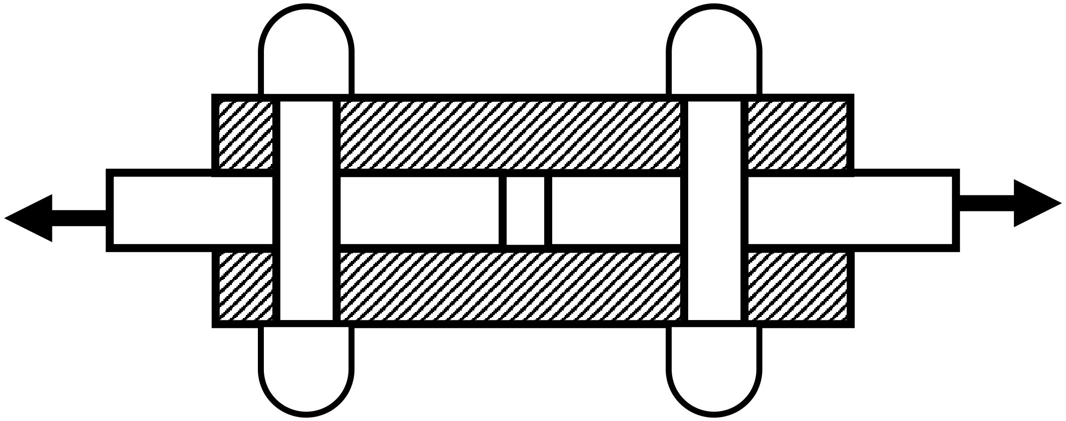
$$\varepsilon_z = \frac{1}{E}\left[\sigma_z - \upsilon(\sigma_x + \sigma_y)\right]$$

$$\gamma_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{G}$$

4. Шегендеу қосылыстарын есептеу

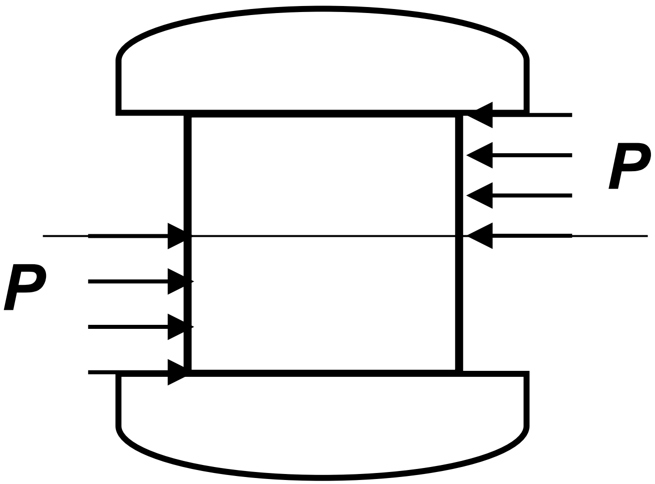


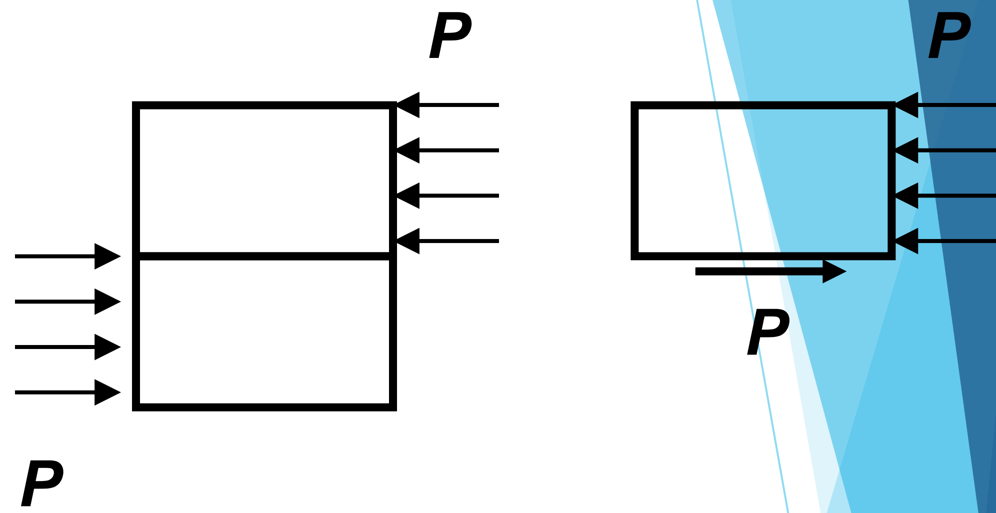
«Қабаттасу»



«Тіреу»

Бір тойтарманың жұмысын қарастырайық. Шегендеуді кесу.





$$\tau = \frac{P}{A_{cp}} = \frac{P}{n\dfrac{\pi d^2}{4}}$$

$$\tau \le R^{з}_{cp}$$

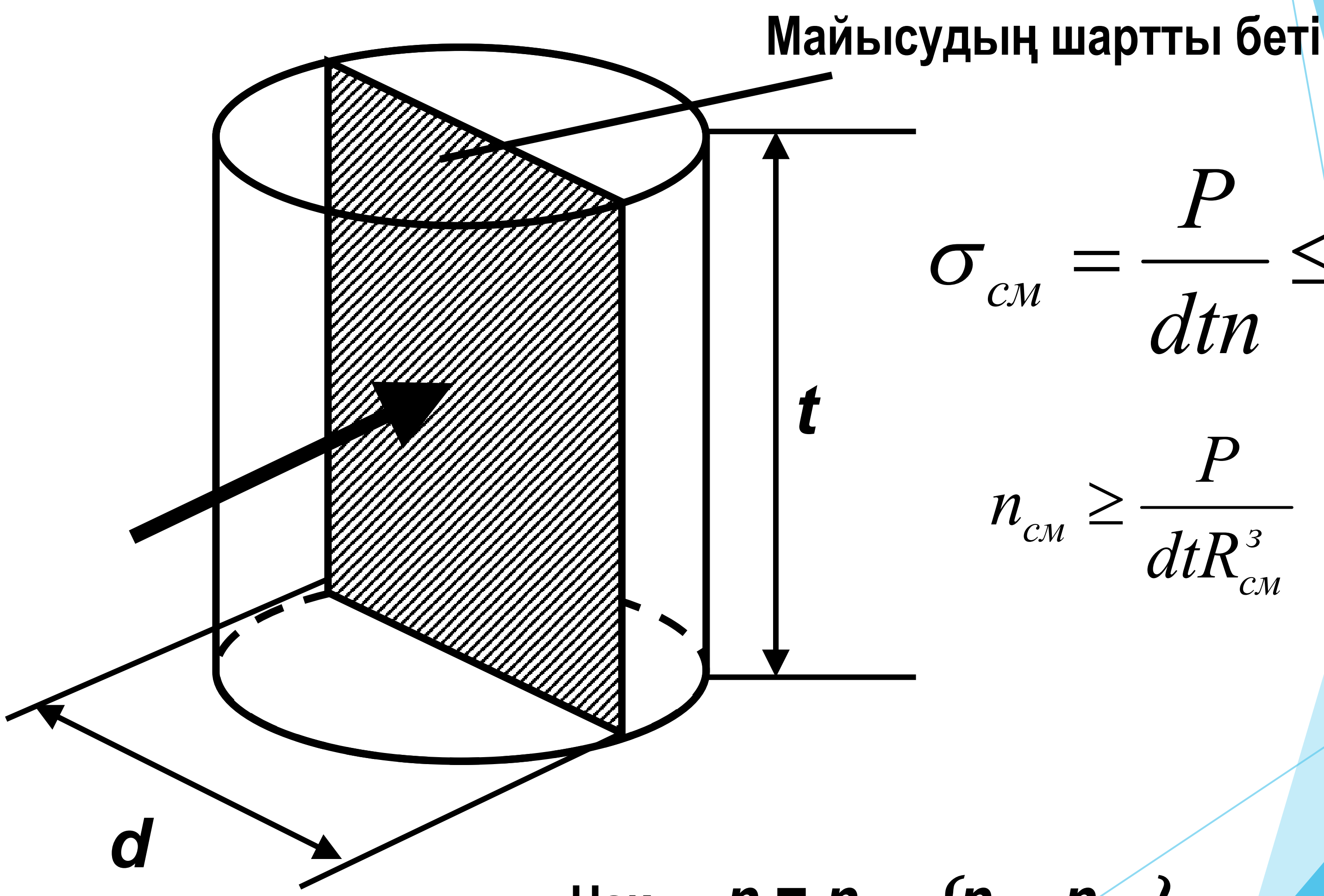
$$n_{cp} \ge \frac{4P}{\pi d^2 R^{з}_{cp}}$$

мұндағы n - тойтармалардың саны,

d - тойтарманың диаметрі

мұнда $R^{з}_{cp}$ – тойтарманың қимаға есептік кедергісі

Тойтарма шегені майыстыру

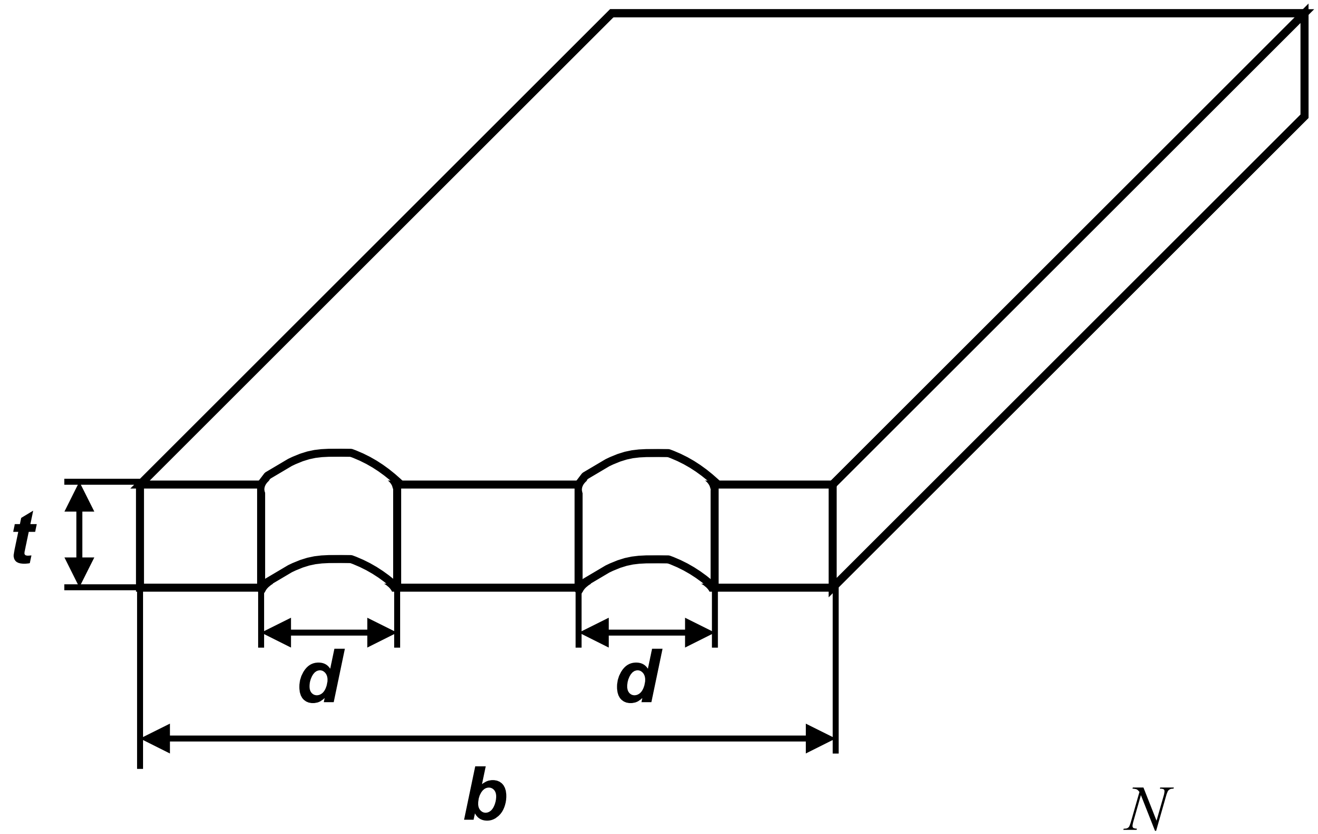


$$\sigma_{см} = \frac{P}{dtn} \le R^{з}_{см}$$

$$n_{см} \ge \frac{P}{dtR^{з}_{см}}$$

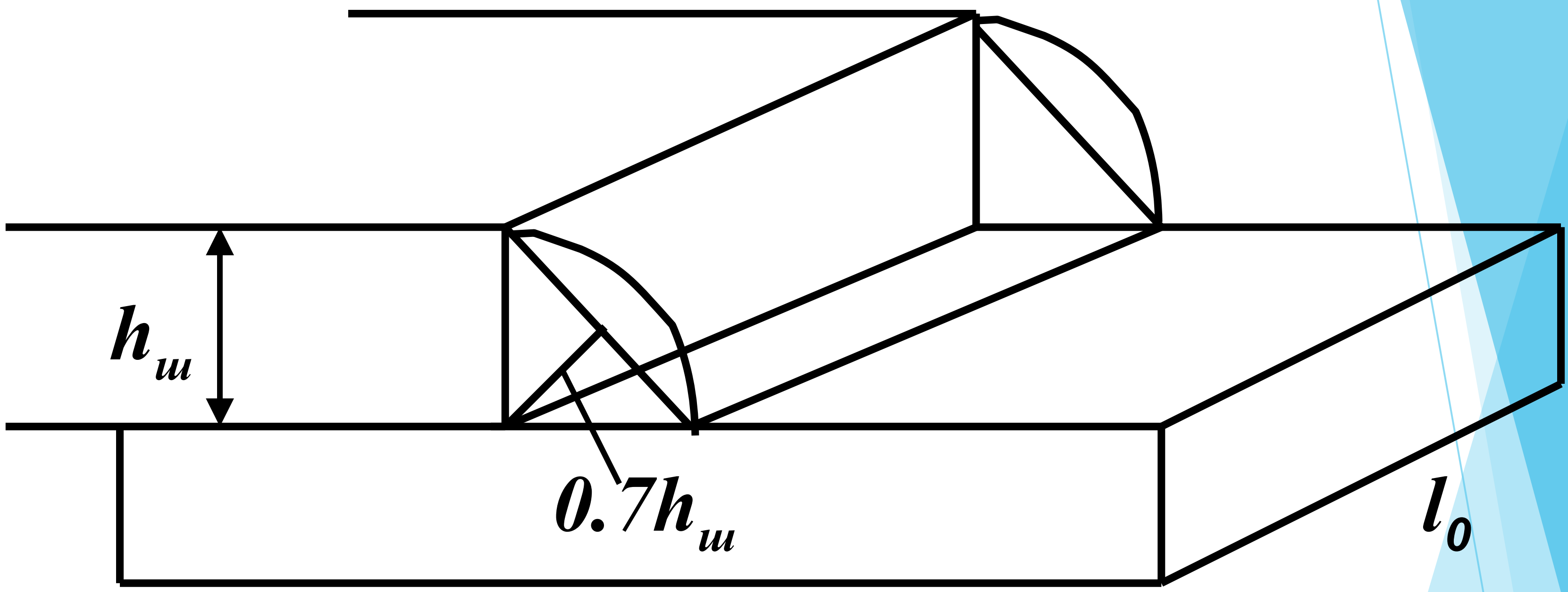
Нақты $n = n_{max}\{n_{ср}, n_{см}\}$

Негізгі материалдың бұзылуы



$$\sigma = \frac{N}{A_{нетто}} = \frac{P}{t(b - md)} \le R$$

Дәнекерлеу



$$\tau = \frac{P}{A_ш} = \frac{P}{0.7hl_0}$$

Ұсынылатын әдебиет

1.Арапов Б.Р., Сейтказенова К.К, Материалдар кедергісі . Учебное пособие. – Караганда: ТОО «Медет Групп», 2020. – 82 с.
2. Қ. Алдияров, Материалдар кедергісі. Оқу құралы, Фолиант 2018-156 с
4. Степин П.А. Сопротивление материалов - М.: ИНТЕГРАЛ-ПРЕСС, 1997.-320 с.
5. Ицкович Г.М., Минин Л.С., Винокуров А.И Руководство к решению задач по сопротивлению материалов - М.: Высшая школа, 1999. -592 с.
6. Миролюбов И.Н. и др. Пособие к решению задач по сопротивлению материалов -М: Высшая школа, 1985. -399 с.
7. Бондаренко А.Н. Электронный учебник по сопротивлению материалов. Москва. 2007 г.
8. Панков А.Д. Руководство по курсовому проектированию по сопротивлению материалов Расчет валов. г. Саров. 2008 г.
9. Панков А.Д. Вопросы для электронного тестирования по курсу “Сопротивление материалов”. г. Саров. 2009 г.
10. Панков А.Д. Лабораторный практикум по курсу “Сопротивление материалов”. г. Саров. 2010 г.
1. Шелофаст В.В. Основы проектирования машин. Изд –во АПМ., 2007 г.

SATBAYEV
UNIVERSITY

Назарларыңызға рахмет!