



SATBAYEV
UNIVERSITY



МСН5022 Материалдар механикасы



Дәріскер: т. ғ. к., доцент Исаметова Мадина Есдәулетқызы



Дәріс 7 Тік сырықтарды ию.

Дәріс 7

Иілу

Деформацияны анықтау иілу

Ішкі күш факторлары

Иілу кезіндегі дифференциалдық тәуелділіктер

Рамалық бөлімдердегі ішкі күш факторлары

Таза иілу

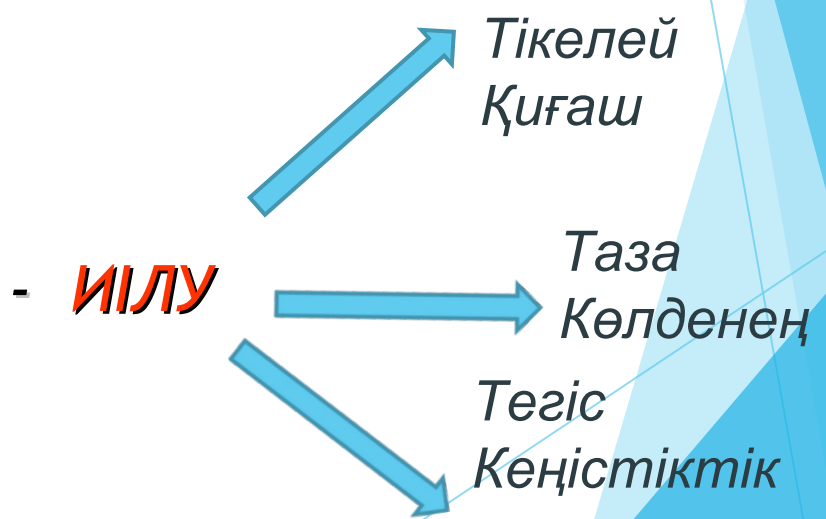
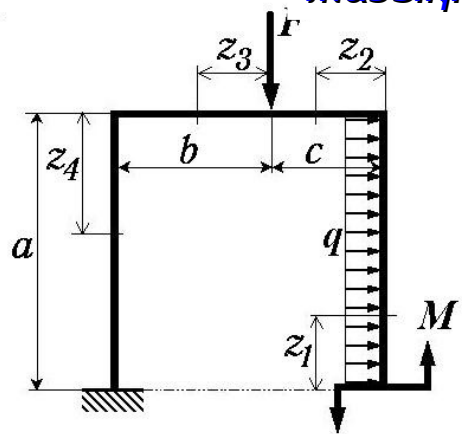
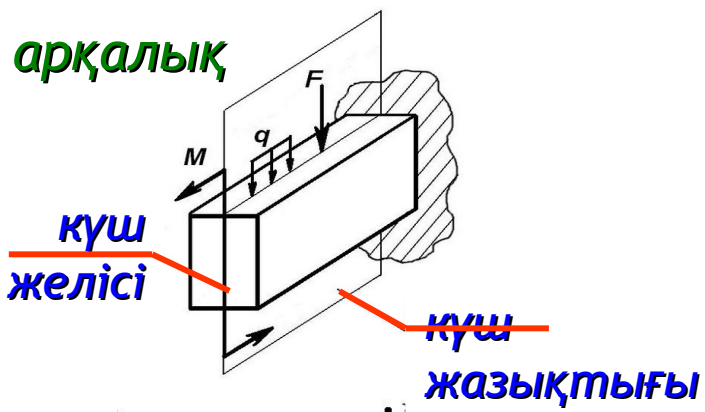
Таза иілу кезіндегі кернеулер

Иілу кезіндегі қозғалыстар

1. Сырықтың бойлық осі қисық болатын деформация түрі

Негізгі болжамдар: 1 Сырықтың бойлық талшықтары (оның осіне параллель) тек созылу-қысу деформацияларын сезінеді және бір-біріне қысым жасамайды (бойлық талшықтардың қысылмауы туралы гипотеза).

2 жалпы жағдайда сәуле X және y осьтеріне қатысты иілу моменттерінің әсерінен иілуді сезінуі мүмкін. Егер олардың біреуі нөлге тең болса, ал екіншісі қиманың негізгі жазықтығында (өзек осі мен инерцияның негізгі орталық осьтерінің бірі арқылы өтетін жазықтық) жатса, онда мұндай иілу жалпақ иілу деп аталады. Егер иілу моменті тұрақты болса, бұл көлденең күштің жоқтығын білдіреді, содан кейін мұндай иілу таза иілу деп аталады.



жақтау

Ішкі күш факторлары

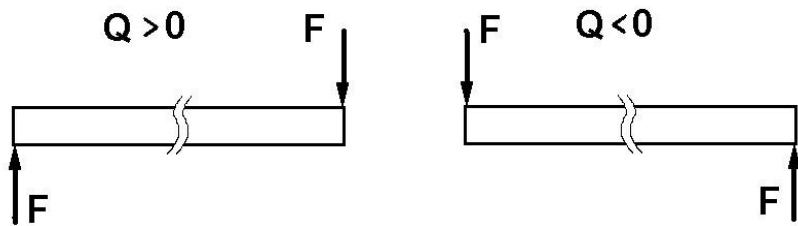
Жалпы жағдайда арқалық x және y осьтеріне қатысты иілу сәтінің әсерінен иілуді сынай алады.

Егер олардың біреуі нөлге тең болса, ал екіншісі қиманың басты жазықтығында (өзек осі арқылы өтетін жазықтықта) жатса және инерцияның басты орталық осьтерінің бірі), онда мұндай иілу **жазық иілім** деп аталады. Егер бұл ретте июші сәт тұрақты болса, және бұл көлденең күштің жоқтығын білдіреді, онда мұндай иілу **таза иілу** деп аталады.

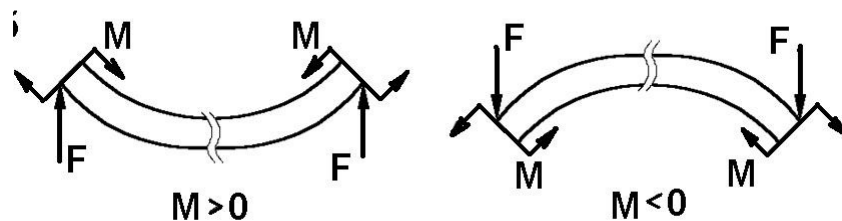
БҚФ анықтау үшін иілу кезінде қима әдісі қолданылады.

1. Көлденең қимада Q - сандық қимадан бір жақта әрекет ететін барлық сыртқы күштердің қима жазықтығына проекциялардың алгебралық сомасына тең.
2. M - сан жағынан қимадан бір жақта әрекет ететін сыртқы күштер сәттерінің алгебралық сомасына тең.

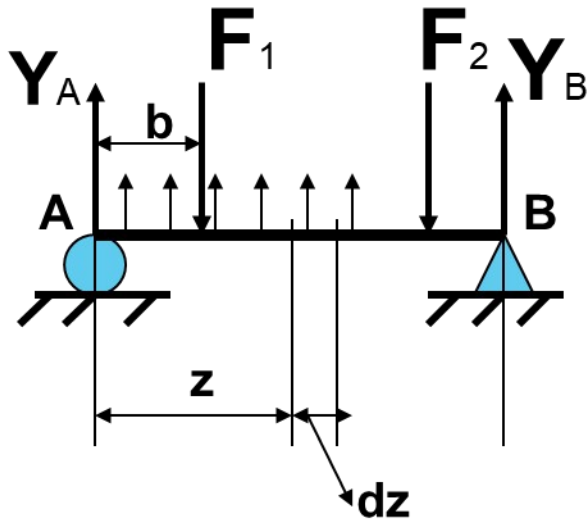
Q көлденең күштерге арналған белгілер ережесі :



Иілу сәттеріне арналған белгілер ережесі **M** :



Иілу кезіндегі дифференциалды тәуелділіктер



1, Q қимада z A-дан:

$$Q = Y_A - F_1 + qz \quad (1)$$

2. Q қимада $z + dz$ A:

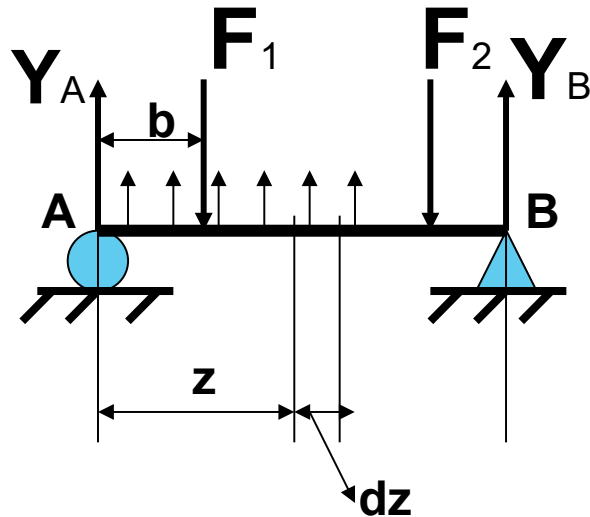
$$Q + dQ = Y_A - F_1 + q(z + dz) \quad (2)$$

3. (1) шегереміз (2):

$$dQ = qdz \rightarrow \mathbf{q = dQ / dz}$$

Арқалық қимасының абсциссы бойынша көлденең күштің толық туындысы бөлінген жүктеменің қарқындылығына тең болады.

Иілу кезіндегі дифференциалды тәуелділіктер



1. А-дан z қашықтықтағы қимадағы M :

$$M = Y_A z - F_1(z - b) + qz(z/2) \quad (3)$$

2. А-дан $z + dz$ қашықтықтағы қимадағы M :

$$M + dM = Y_A(z + dz) - F_1(z + dz - b) + q(z + dz)(z + dz)/2 \quad (4)$$

3. (4) ішінен (3) алып тастаңыз :

$$dM = Y_A dz - F_1 dz + qz dz + q dz dz / 2$$

$$dM = dz(Y_A - F_1 + qz) \rightarrow \mathbf{Q = dM/dz}$$

Сәуленің көлденең қимасының абсцисс бойымен иілу моментінің толық туындысы көлденең күшке тең.

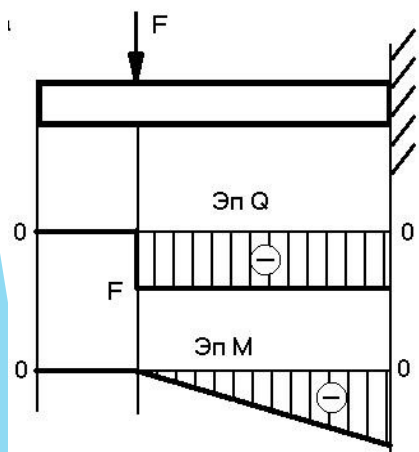
Журавскийдің дифференциалды тәуелділігі

$$Q = \frac{dM}{dz}$$

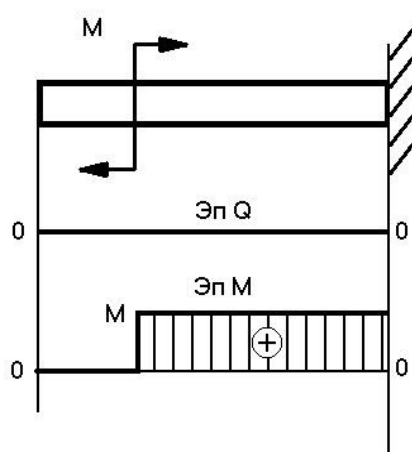
$$q = \frac{dQ}{dz}$$

$$q = \frac{d^2 M}{dz^2}$$

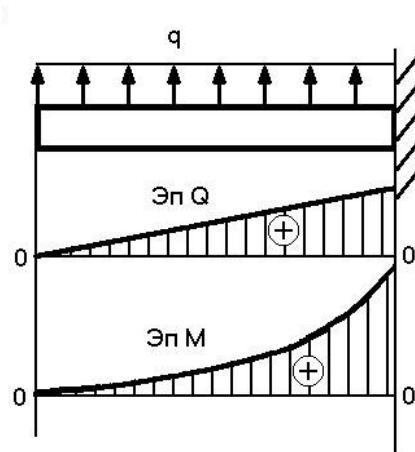
Q және M диаграммаларының жалпы заңдылықтары



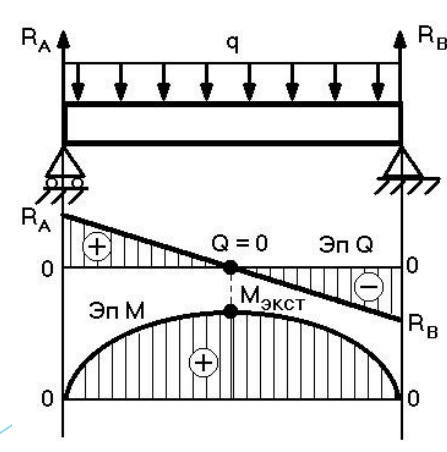
а



б

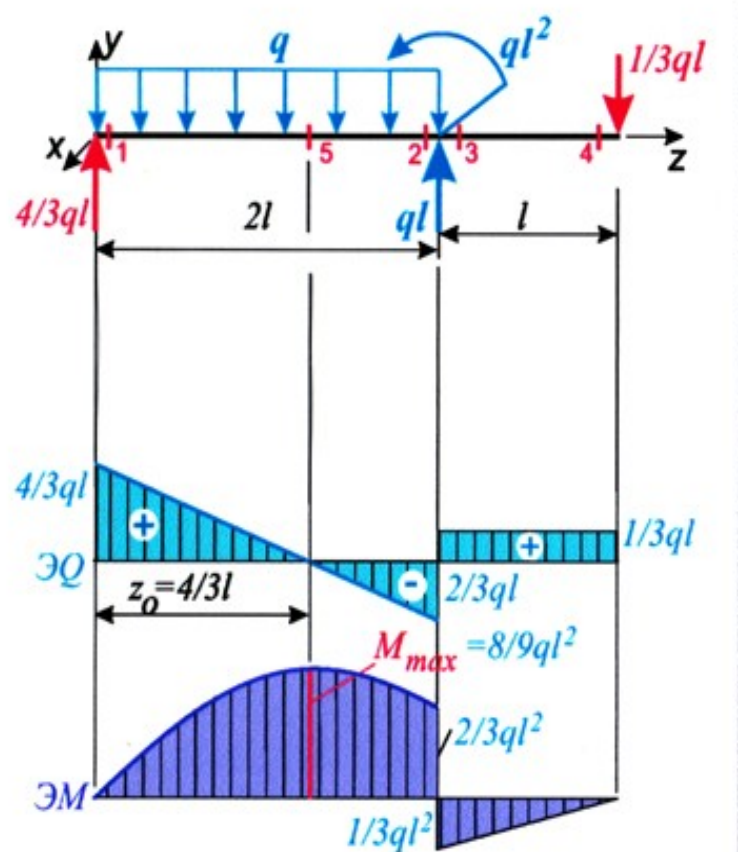


в



г

Тік өзектің иілуі



$$q = \frac{dQ}{dz}; \quad Q = \frac{dM}{dz}; \quad q = \frac{d^2M}{dz^2};$$

1) $q=0$;

$$Q(z) = \text{const}; \quad M(z) = az+b;$$

2) $q = \text{const}$;

$$Q(z) = az+b; \quad M(z) = ax^2 + bz + c$$

3) $q = az + b$;

$$Q(z) = az^2+bz + c; \quad M(z) = az^3 + bz^2 + cz + d;$$

Участок 1-2: $q(z) = q$;

$$Q_{y1} = 4/3ql; \quad Q_{y2} = 4/3ql - q \cdot 2l - 2/3ql;$$

$$M_{x1} = 0; \quad M_{x2} = -ql \cdot 2l - q2l \cdot l = 1/3ql^2;$$

Участок 3-4: $q(z) = 0$; $Q_{x3} = Q_{x4} = 1/3ql$;

$$M_{x1} = 0; \quad M_{x3} = 1/3ql \cdot l = 1/3 ql^2.$$

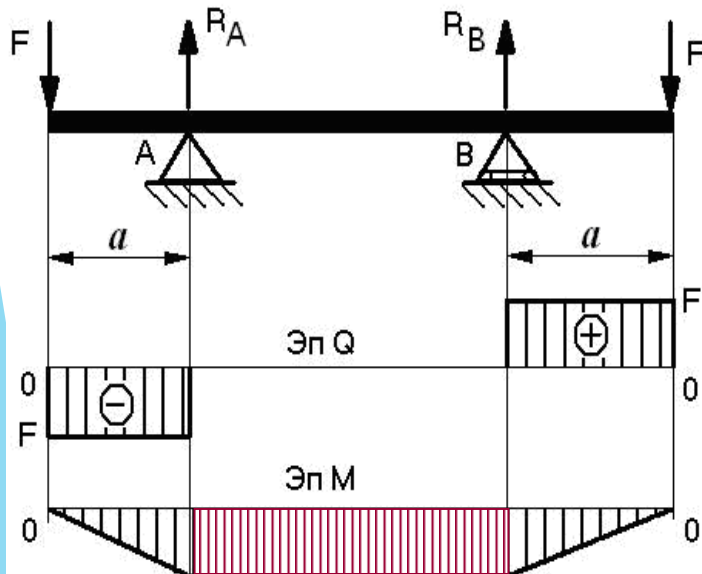
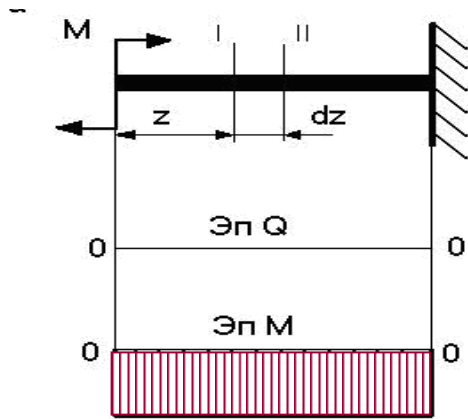
Төменгі талшықтар
кысылды

$$M_{x5} = M_{\max} = 4/3 ql \cdot 4/3l - q \cdot 4/3l \cdot 1/2 \cdot 4/3l = 8/9 ql^2.$$

ІШКІ КҮШ ФАКТОРЛАРЫ РАМА ҚИМАЛАРЫНДА

- Рама өзектерінің қималарында M июші сәттері мен Q көлденең күштерінен басқа, әдетте N . бойлық күштері де әрекет етеді.
- Жақтауға тән учаскелердің шекаралары жақтау осі бағытының өзгеру орындары болып табылады.
- Ішкі күштік факторлардың белгілерін анықтау кезінде бақылаушыға рама контурының ішінен қарауға ыңғайлы.
- Осы эпюрдерді құру кезінде оң M , Q және N ординаттарын сыртқы жағынан, ал теріс ординаттарды - рама контурының ішіне орналастырады.

Таза майысу

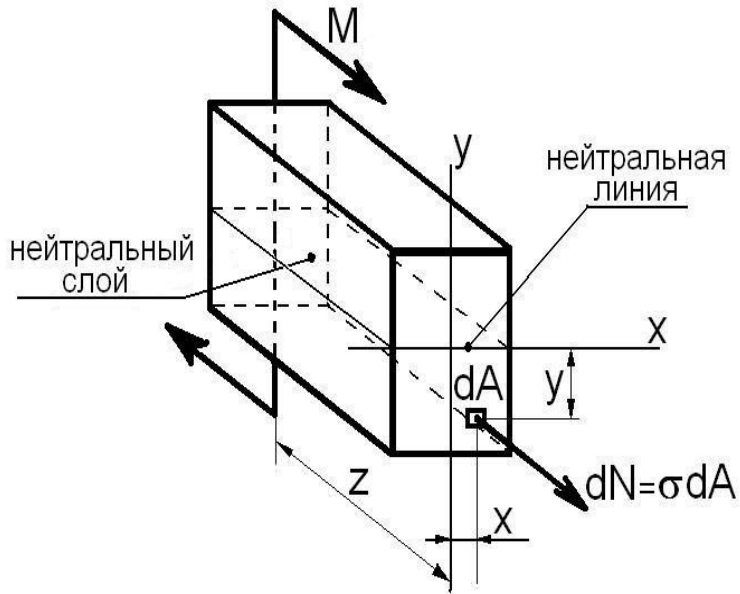
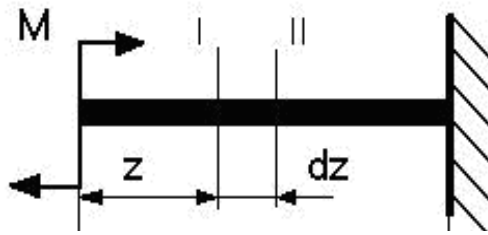


Бейтарап қабат - талшықтардың бойлық қабаты, ол қисайтыла отырып, не созылуын, не қысылуын сезінбейді

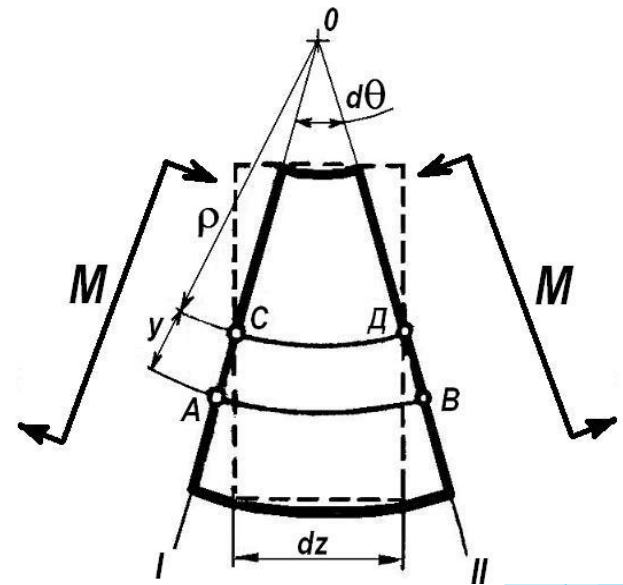
Серпімді сызық - арқалықтың деформацияланған осі, ол бейтарап қабаттың бөлігі бола отырып, ұзындығын өзгертпейді.

Бейтарап сызық (бейтарап ось) - бейтарап қабаттың көлденең қима жазықтығымен қиылысу сызығы

Таза иілу кезіндегі кернеу



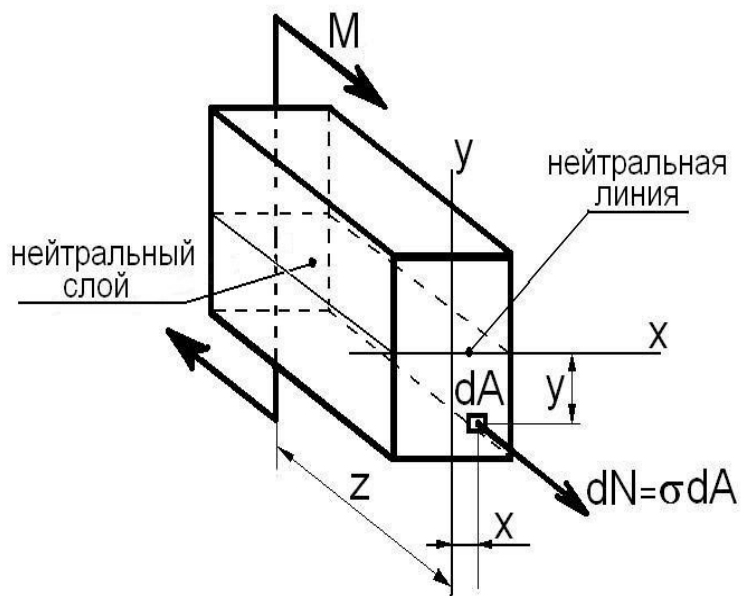
$$M_x = \int_A \sigma y dA$$



$$dz = \rho d\theta.$$

$$\sigma = E y / \rho.$$

Таза иілу кезіндегі кернеу



Тепе-теңдік теңдеулері:

$$\sum_{k=1}^n F_{kz} = \sigma \cdot dA = 0,$$

$$\sum_{k=1}^n m_x(F_k) = \int_A \sigma \cdot dA \cdot y - M = 0,$$

$$\sum_{k=1}^n m_y(F_k) = \int_A \sigma \cdot dA \cdot x = 0.$$

Тепе-теңдіктің бірінші теңдеуінен: $\int_A \sigma \cdot dA = \frac{E}{\rho} \int_A y \cdot dA = 0,$

өйткені $\frac{E}{\rho} \neq 0,$ онда

$$\int_A y \cdot dA = S_y = 0$$

*Бейтарап
ауырлығының
өтеді*

*ось
ортасынан
қима*

Таза иілу кезіндегі кернеу

Тепе-теңдік теңдеулерінің үшіншісі

$$\int_A \sigma \cdot dA \cdot x = \frac{E}{\rho} \int_A y \cdot x \cdot dA = 0.$$

Өйткені $\frac{E}{\rho} \neq 0$, нда $\int_A y \cdot x \cdot dA = 0$

$$\int_A y \cdot x \cdot dA = I_{xy} = 0.$$

Бейтарап сызық арқалықтың көлденең қимасының басты орталық осімен сәйкес келеді.

Тепе-теңдік теңдеулері:

$$\sum_{k=1}^n F_{kz} = \sigma \cdot dA = 0,$$

$$\sum_{k=1}^n m_x(F_k) = \int_A \sigma \cdot dA \cdot y - M = 0,$$

$$\sum_{k=1}^n m_y(F_k) = \int_A \sigma \cdot dA \cdot x = 0.$$

Таза иілу кезіндегі кернеу

Тепе-теңдік теңдіктерінің екіншісі:

$$\int_A \sigma \cdot dA \cdot y = \frac{E}{\rho} \int_A y^2 \cdot dA = M.$$

өйткені $\int_A y^2 \cdot dA = I_x$ онда

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI_x}$$

- серпімді сызықтың теңдеуі

$(E \cdot I_x)$ - арқалық қимасының қаттылығы

өйткені $\sigma = E \cdot y / \rho$,

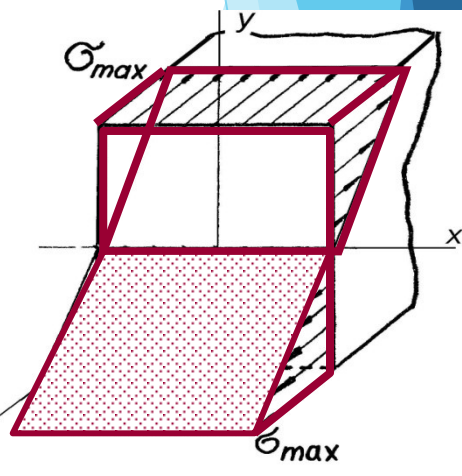
Қиманың кез келген нүктесіндегі кернеу:

Тепе-теңдік теңдеулері:

$$\sum_{k=1}^n F_{kz} = \sigma \cdot dA = 0,$$

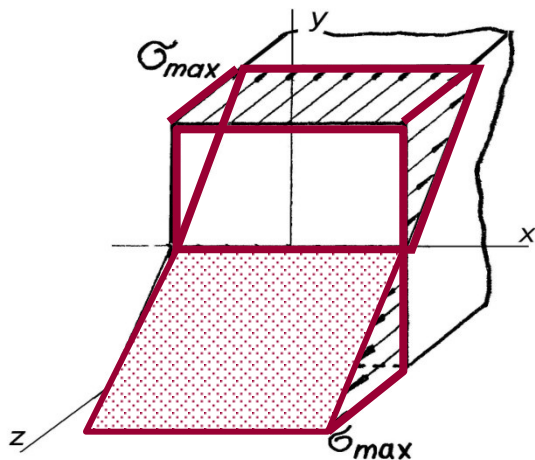
$$\sum_{k=1}^n m_x(F_k) = \int_A \sigma \cdot dA \cdot y - M = 0,$$

$$\sum_{k=1}^n m_y(F_k) = \int_A \sigma \cdot dA \cdot x = 0.$$



$$\sigma = \frac{M \cdot y}{I_x}$$

Таза иілу кезіндегі кернеу



$$\sigma = \frac{M \cdot y}{I_x}$$

Ең жоғары кернеу арқалықтың жоғарғы және төменгі талшықтарында пайда болады:

$$\sigma_{max} = \frac{M \cdot y_{max}}{I_x}$$

$$\sigma_{max} = \frac{M}{W_x}$$

мұнда:
$$W_x = \frac{I_x}{y_{max}}$$

- *иілу кезіндегі қима кедергісінің осьтік сәті*

Жазық көлденең иілу кезіндегі кернеу

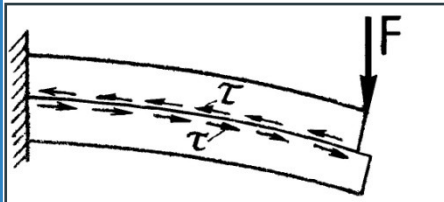
Жанама кернеу

Қалыпты кернеу

$$\sigma_{max} = \frac{M}{W_x}$$

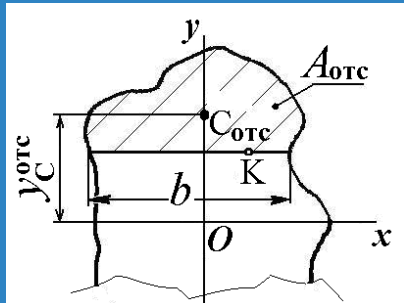
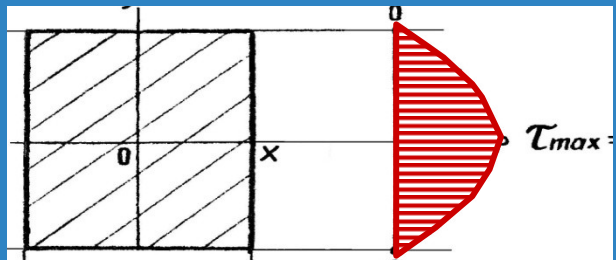
$$\sigma = \frac{M \cdot y}{I_x}$$

Формулалар таза иілу үшін қалыпты кернеулер көлденең иілу үшін де қолданылады аз ауыспалы деформацияларға байланысты:



Жанама τ кернеулері

деформациялардың пайда болуымен ілесе жүредіций γ


$$\tau = \frac{Q \cdot S_x^{отс}}{I_x \cdot b}$$


ИЛУ КЕЗІНДЕГІ БЕРІКТІК ШАРТТАРЫ

$$\begin{aligned} \sigma_{\max} &\leq [\sigma] \\ \tau_{\max} &\leq [\tau] \end{aligned} \quad \sigma \gg \tau.$$

$$\sigma_{\max} = \frac{M_x}{W_x} \leq [\sigma]$$

Тексеру есебі: σ_{\max} мәнін $[\sigma]$ салыстырады және арқалықтың беріктігі туралы қорытынды жасайды.

Жоба есебі:

$$W_x \geq \frac{M_{\max}}{[\sigma]}$$

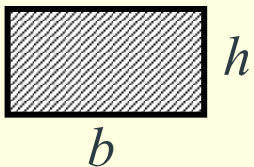
M және $[\sigma]$: белгілі мәндері кезінде рұқсат етілетін кернеу.

Рұқсат етілген жүктемені есептеу:

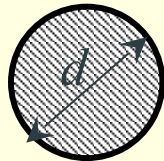
$$[M] \leq [\sigma] \cdot W_x$$

белгілі болғанда $[\sigma]$ және W_x

Қиманың қарсыласу сәті

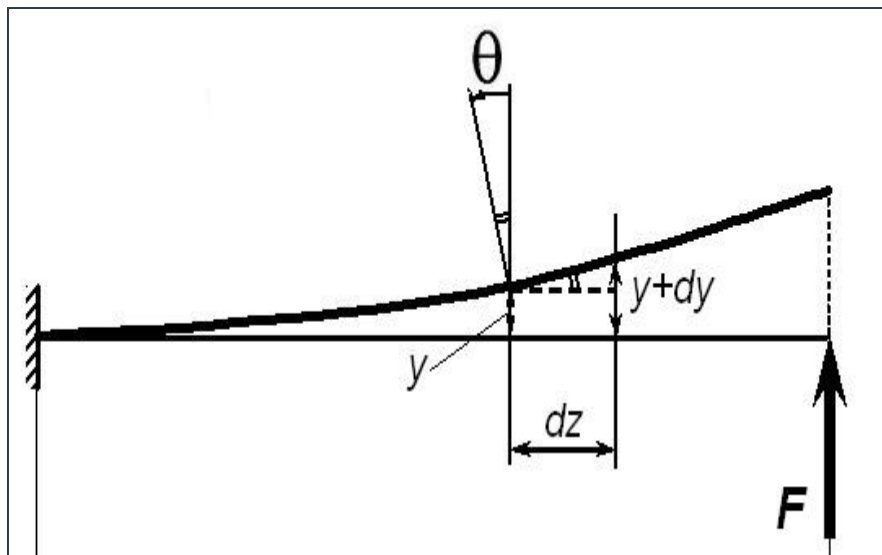


$$W_x = bh^2/6$$



$$\begin{aligned} W_x &= \pi d^3/32 \\ &\approx 0,1d^3 \end{aligned}$$

ИІЛУ КЕЗІНДЕГІ ОРЫН АУЫСТЫРУЛАР

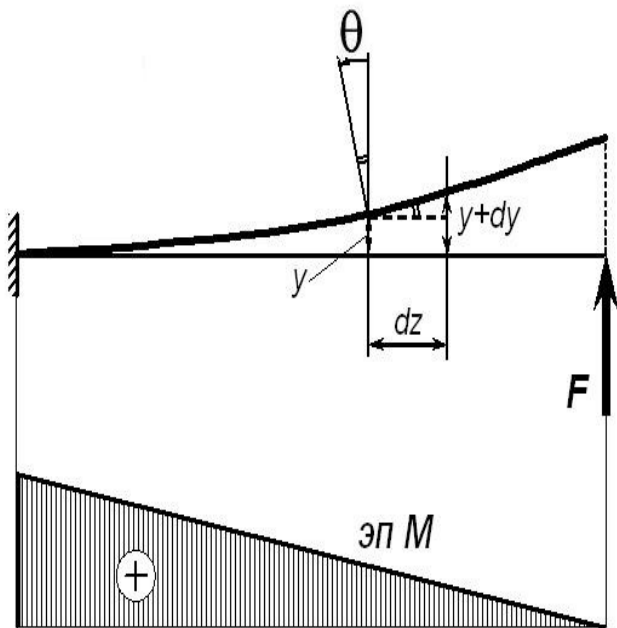


y арқалығының бұгілуі - арқалықтың көлденең қимасының ауырлық орталығының оның осіне перпендикуляр бағытқа жылжуы. Жылжыту жоғары көтерілсе, $y > 0$.

θ қимасының бұрышы - қима өзінің бастапқы жағдайына қатысты бұрылатын бұрыш.

$\theta > 0$ Сағат тілінің жүрісіне қарама-қарсы бұрылғанда.

ИІЛУ КЕЗІНДЕГІ ОРЫН АУЫСТЫРУЛАР



Бұрылу бұрыштары мен Y
қисықтары θ

өзара байланысты:

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{dy}{dz} = y' \approx \theta$$

$$\frac{1}{\rho} = \frac{y''}{[1 + (y')^2]^{3/2}}$$

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI_x}$$

$$\frac{y''}{[1 + (y')^2]^{3/2}} = \frac{M}{EI_x}$$

**серпімді сызықтың
сараланған теңдеуі**

Өйткені $(y')^2 \ll 1$ онда

$$y'' = \frac{M}{EI_x}$$

**серпімді сызықтың
жақындатылған сараланған
теңдеуі**

ИІЛУ КЕЗІНДЕГІ ОРЫН АУЫСТЫРУЛАР

Серпінді сызықтың жақындатылған сараланған теңдеуі:

$$EI_x y'' = M$$

Біріктіру арқылы оны аламыз бұрылыс бұрыштары үшін:

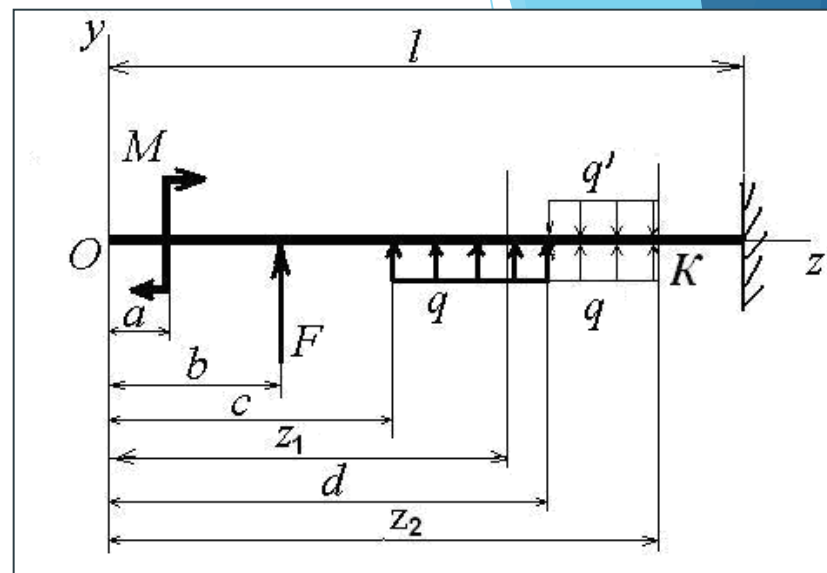
$$EI_x y_1' = C + M(z_1 - a) + F \frac{(z_1 - b)^2}{2!} + q \frac{(z_1 - c)^3}{3!}$$

$$C = EI_x \theta_0$$

иілу үшін:

$$EI_x y_1 = D + EI_x \theta_0 z_1 + M \frac{(z_1 - a)^2}{2!} + F \frac{(z_1 - b)^3}{3!} + q \frac{(z_1 - c)^4}{4!}$$

$$D = EI_x y_0$$



ИІЛУ КЕЗІНДЕГІ ОРЫН АУЫСТЫРУЛАР

Жалпы түрдегі әмбебап теңдеулер

іілу үшін:

$$EI_x y = EI_x y_0 + EJ_x \theta_0 z + \sum M \frac{(z - l_M)^2}{2!} + \sum F \frac{(z - l_F)^3}{3!} + \sum q \frac{(z - l_q)^4}{4!}$$

бұрылу бұрыштары үшін:

$$EI_x \theta = EI_x \theta_0 + \sum M \frac{(z - l_M)}{1!} + \sum F \frac{(z - l_F)^2}{2!} + \sum q \frac{(z - l_q)^3}{3!}$$

Бастапқы параметрлер арқалықты бекіту шарттарынан табылған.

- тығыздаудағы консоль арқалығы үшін : $y_0 = 0$, $\theta_0 = 0$,
- тірек нүктелеріндегі топсалы тіректердегі Арқалық үшін: $y_A = 0$,
 $y_B = 0$.

ИІЛУ КЕЗІНДЕГІ ҚОЗҒАЛЫСТАР

Мора Әдісі:

Қажетті орын ауыстыруы бар нүктеде құрылым мүмкін (қалаған) қозғалыста жұмыс істейтін бірлік күшімен жүктеледі.

Орын ауыстыруды анықтау тәртібі :

1. Олар "көмекші жүйені" салады және оны қажетті қозғалыс нүктесінде бірлік жүктемемен жүктейді .
2. Жүйенің әр бөлімі үшін иілу моменттерінің өрнектері қолданылған M_f жүктемесінен және бірлік жүктемеден - M_1 жазылады.
3. Жүйенің барлық бөлімдері бойынша Мора интегралдарын есептейді және қорытындылайды, нәтижесінде қажетті орын ауыстыруды алады :

$$\Delta = \sum \int \frac{M_f M_1}{EI_x} dz$$

ИІЛУ КЕЗІНДЕГІ ҚОЗҒАЛЫСТАР

Верещагин Ережесі (графоаналитикалық әдіс)

A_f – иілу сызбасының ауданы
берілген жүктемеден M_f моменті;

$$\Delta = \sum \frac{A_f y_c}{EI_x}$$

y_c – эпюраның ауырлық
центрінің астындағы бірлік жүктемеден
алынған эпюраның ординаты M_f ;

EI_x – арқалық учаскесі қимасының
қаттылығы.

- ❖ Есептеулер әрқайсысында тік сызықты эпюра сынықсыз болуы тиіс учаскелер бойынша жүргізіледі.
- ❖ M_f күрделі эпюрасы қарапайым фигураларға бөлінеді.
- ❖ Әрбір фигураның ауданы оның ауырлық ортасындағы ординатқа көбейтіледі

Ұсынылатын әдебиет

1. Арапов Б.Р., Сейтказенова К.К., Материалдар кедергісі . Учебное пособие. – Караганда: ТОО «Медет Групп», 2020. – 82 с.
2. Қ. Алдияров, Материалдар кедергісі. Оқу құралы, Фолиант 2018-156 с
4. Степин П.А. Сопротивление материалов - М.: ИНТЕГРАЛ-ПРЕСС, 1997.-320 с.
5. Ицкович Г.М., Минин Л.С., Винокуров А.И Руководство к решению задач по сопротивлению материалов - М.: Высшая школа, 1999. -592 с.
6. Миролубов И.Н. и др. Пособие к решению задач по сопротивлению материалов -М: Высшая школа, 1985. -399 с.
7. Бондаренко А.Н. Электронный учебник по сопротивлению материалов. Москва. 2007 г.
8. Панков А.Д. Руководство по курсовому проектированию по сопротивлению материалов Расчет валов. г. Саров. 2008 г.
9. Панков А.Д. Вопросы для электронного тестирования по курсу “Сопротивление материалов”. г. Саров. 2009 г.
10. Панков А.Д. Лабораторный практикум по курсу “Сопротивление материалов”. г. Саров. 2010 г.
1. Шелюфаст В.В. Основы проектирования машин. Изд –во АПМ., 2007 г.

**НАЗАР АУДАРҒАНЫҒЫЗ ҮШІН
РАХМЕТ!**