

Курс лекций по дисциплине «Начертательная геометрия»



лектор

Каражанова Дарига Дюсеновна

Кандидат педагогических наук

ассоциированный профессор Satbayev University



Лекция 13

Развертки многогранников и поверхностей вращения

К.п.н., ассоциированный профессор

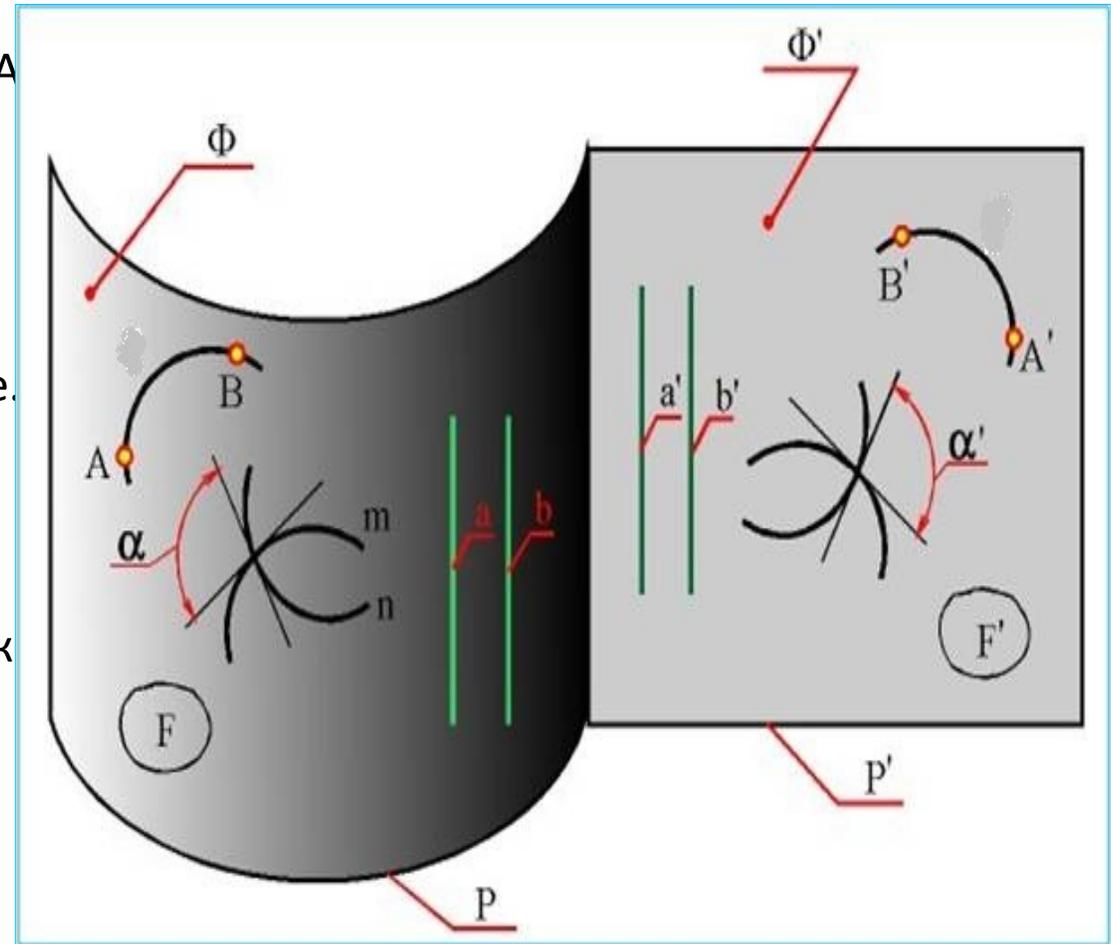
Каражанова Дарига Дюсеновна

Развертки поверхностей

- Если поверхность может быть совмещена с плоскостью без разрывов и склеивания, то такую поверхность называют **развертывающейся**, а полученную плоскую фигуру – ее **разверткой**.
- К группе развертывающихся поверхностей могут быть отнесены только линейчатые поверхности, которые имеют пересекающиеся смежные образующие – торсы (цилиндрическая поверхность, коническая поверхность, поверхность с ребром возврата).
- Построение разверток имеет большое практическое применение, так как позволяет изготавливать разнообразные изделия из листового материала путем его изгибания.

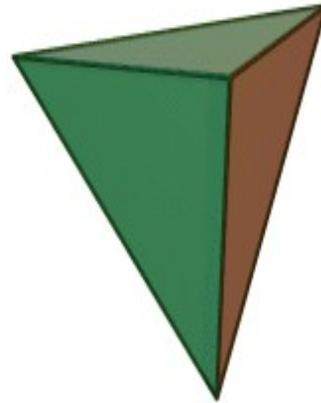
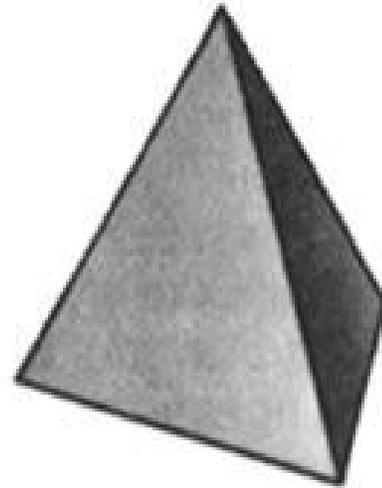
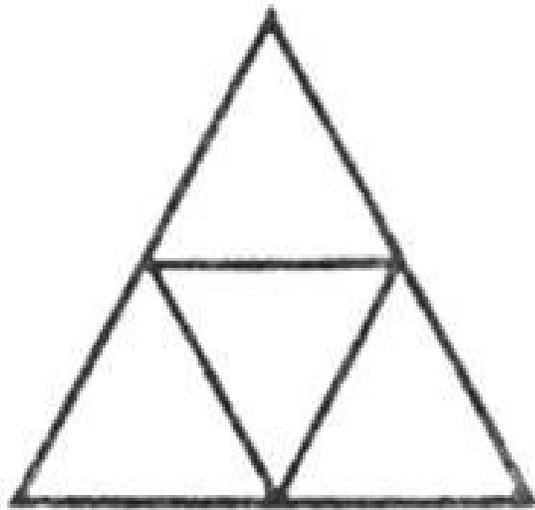
Свойства разверток

- Длина участка АВ линии ℓ на поверхности равна длине участка $A'B'$ соответствующей линии ℓ' на развертке.
- Прямой линии на поверхности соответствует прямая на развертке.
- Параллельным прямым на поверхности соответствуют параллельные прямые на развертке.
- Углы между линиями равны.
- Площадь поверхности равна площади развертки.

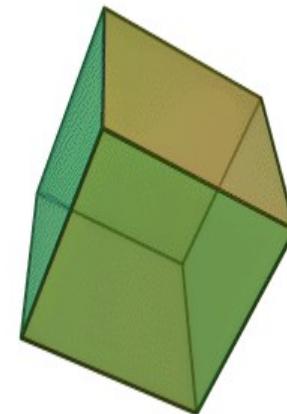
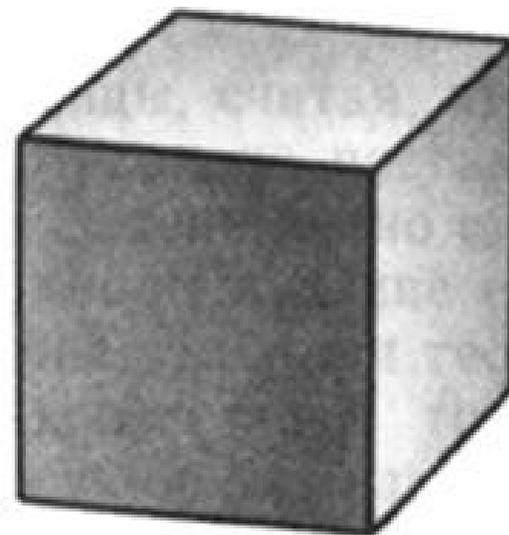
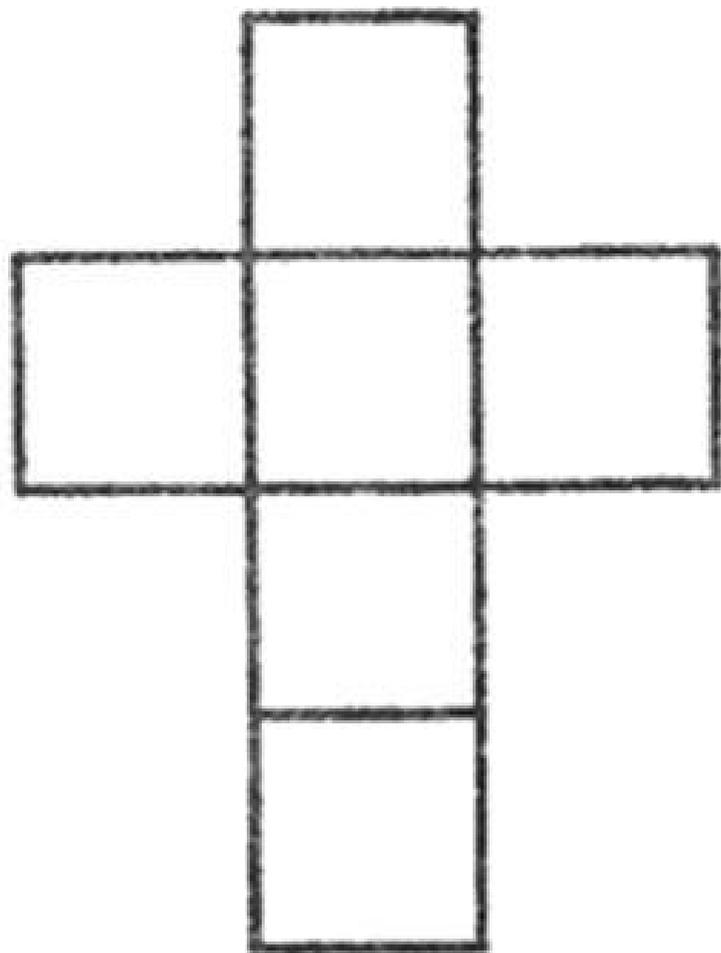


Примеры разверток

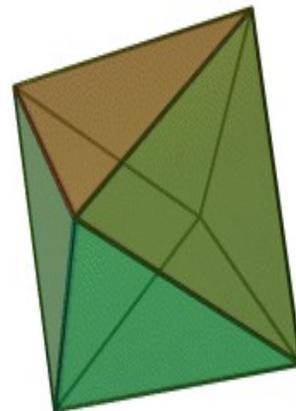
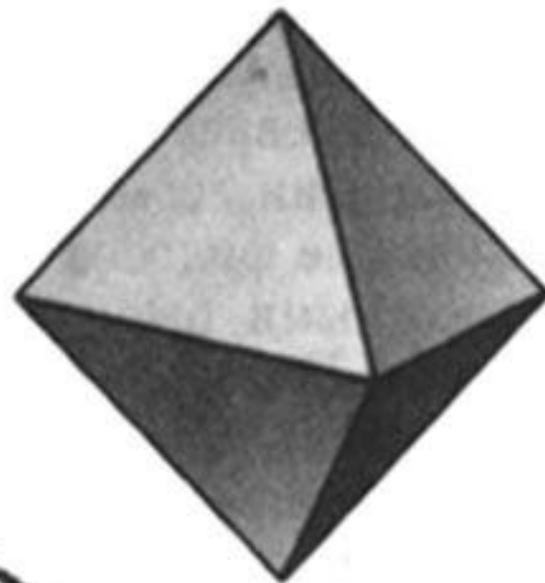
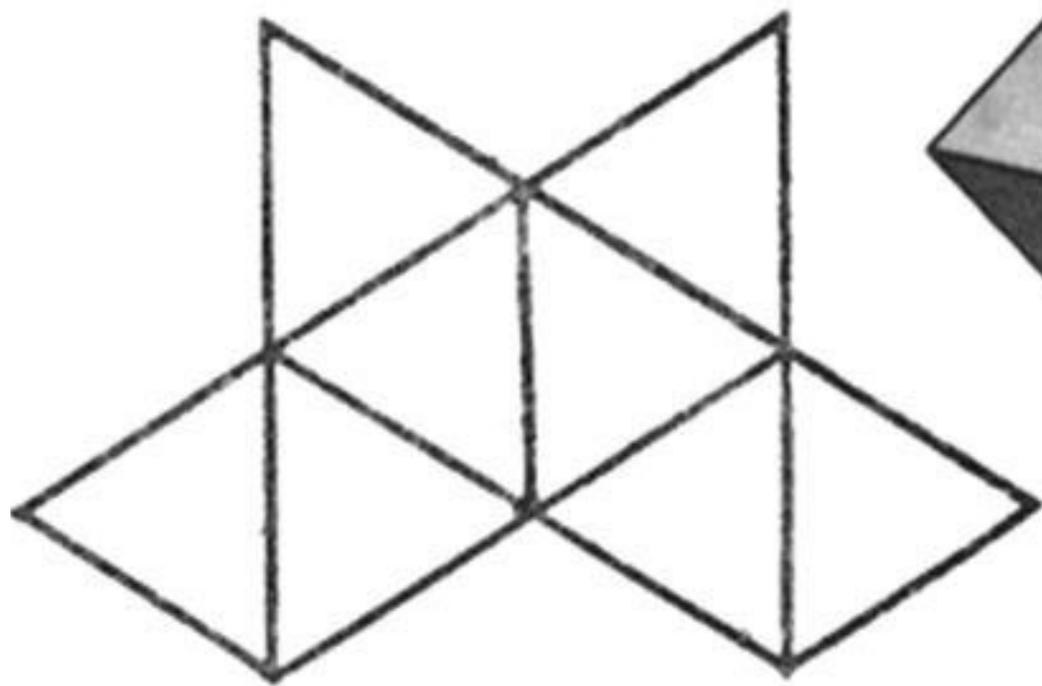
Тетраэдр



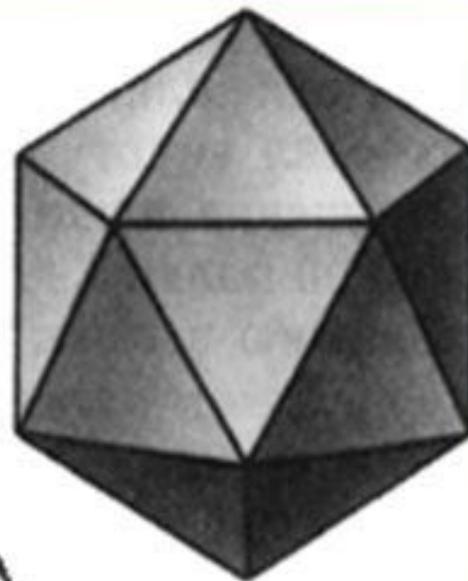
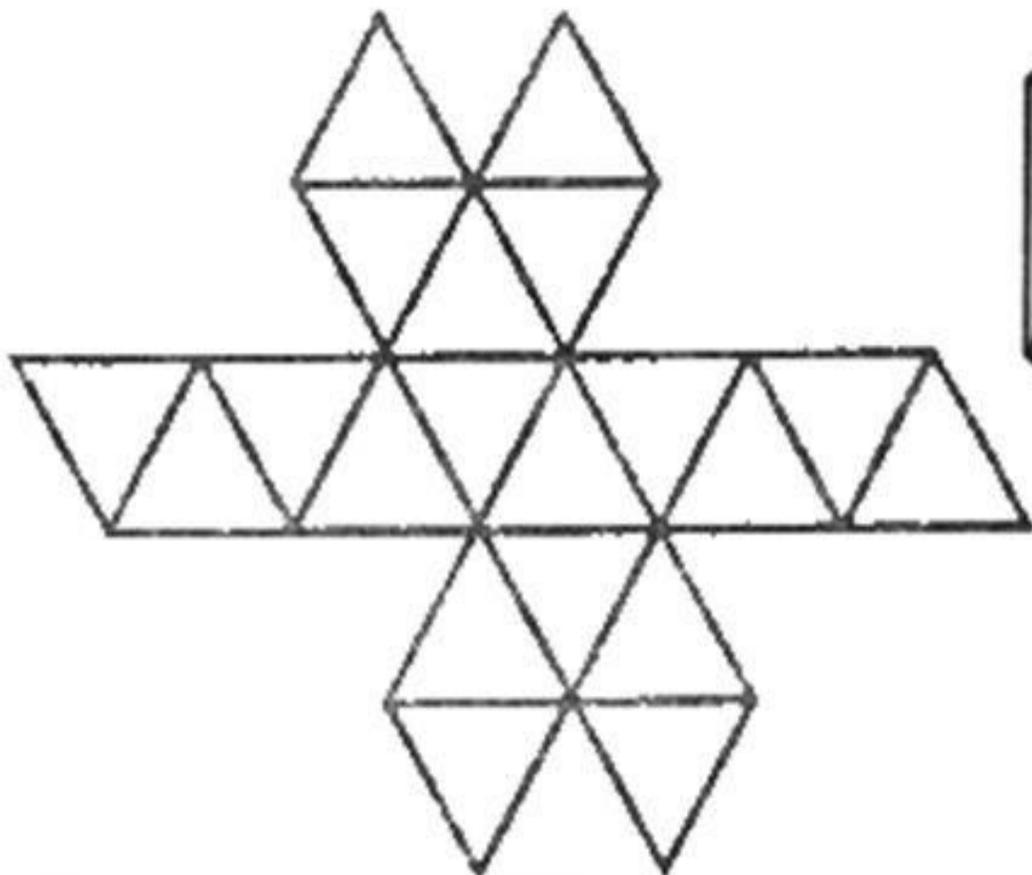
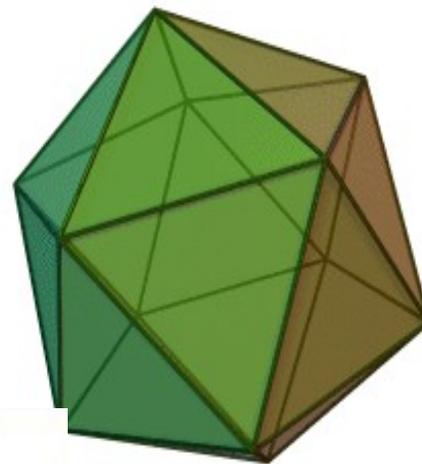
Гексаэдр

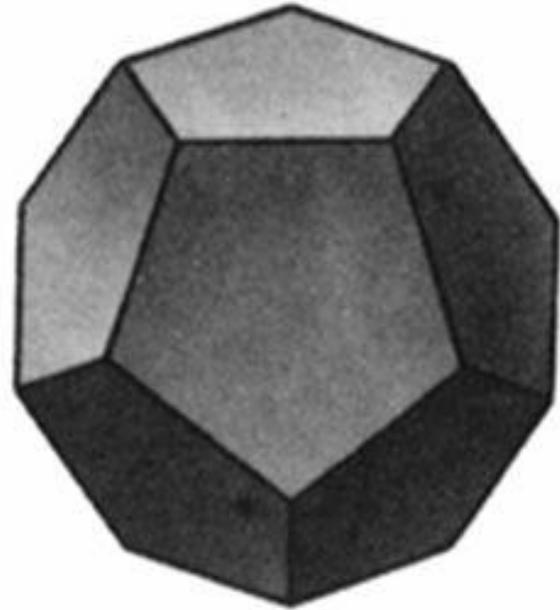
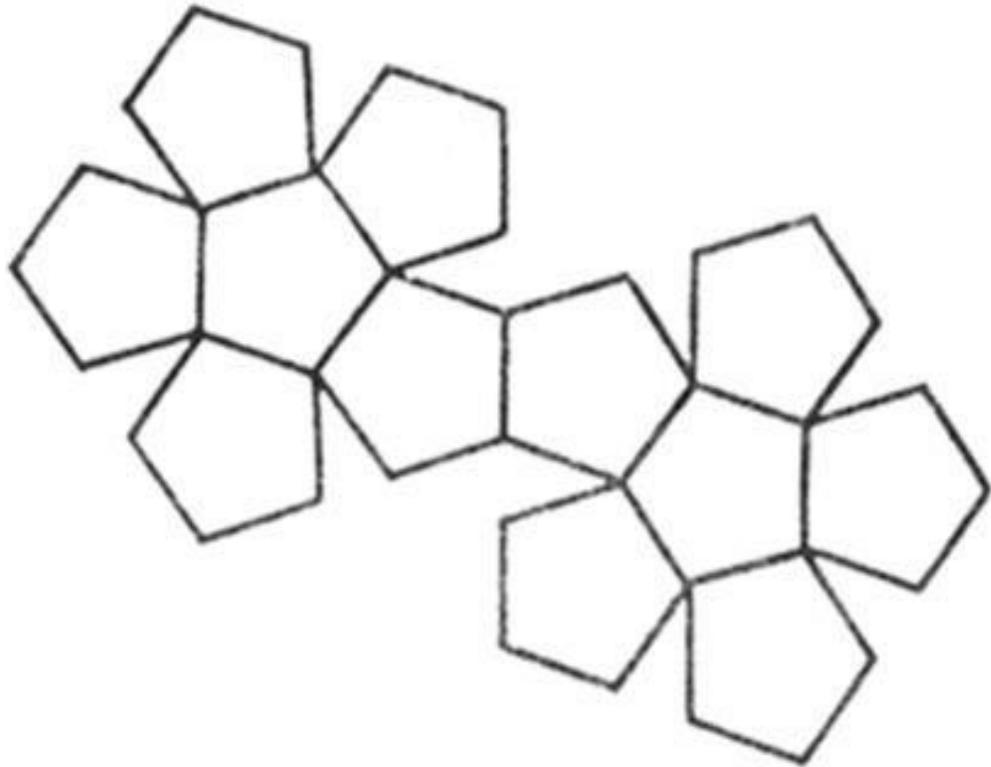
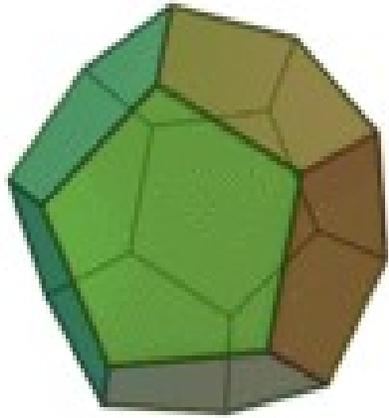


Октаэдр



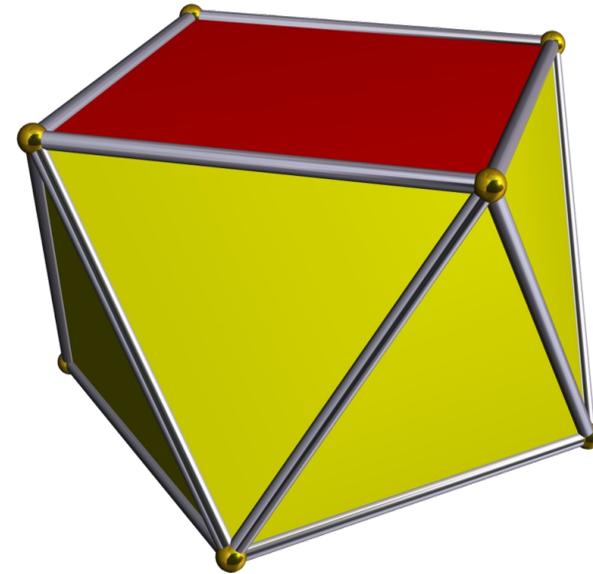
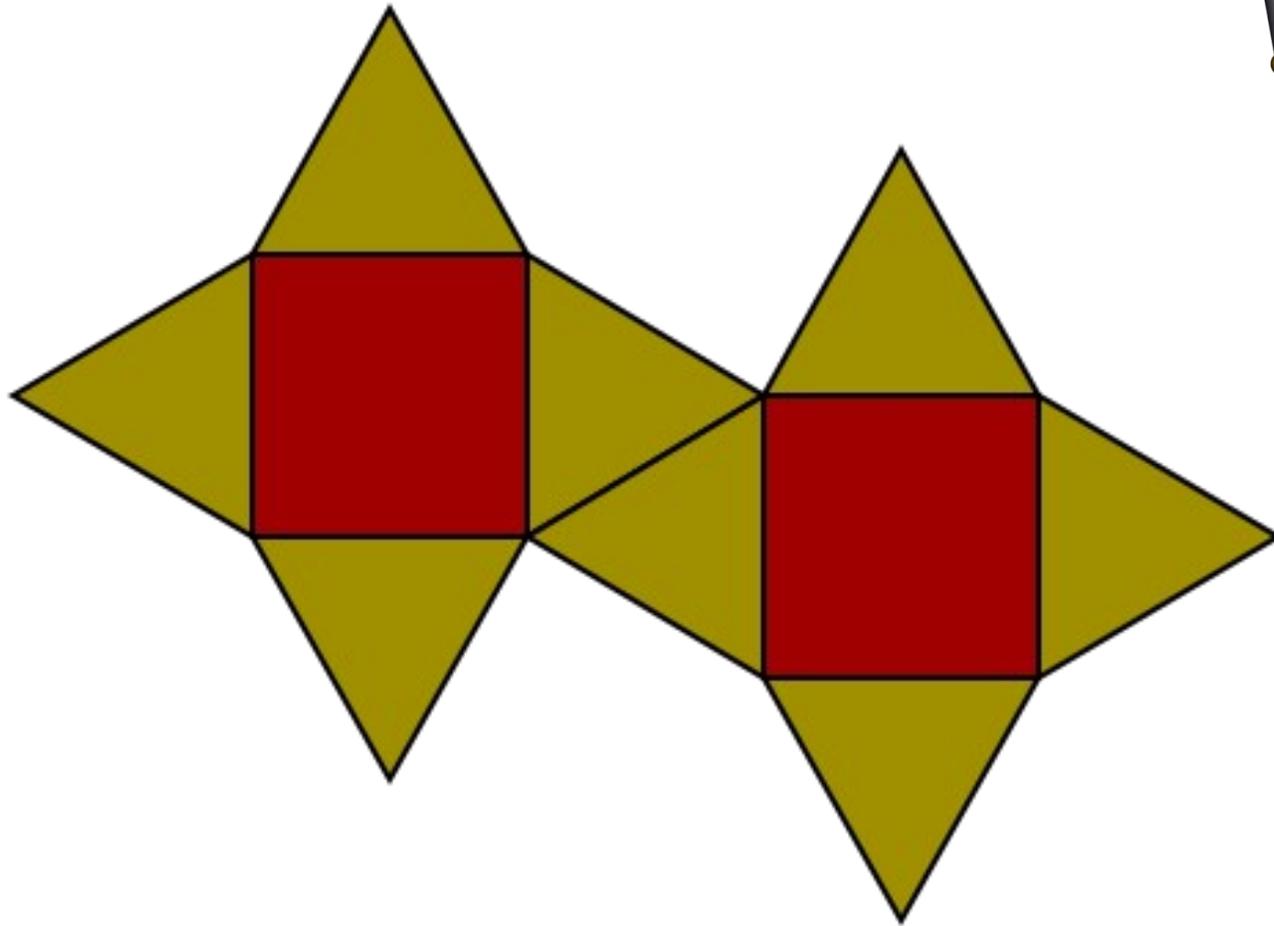
Икосаэдр



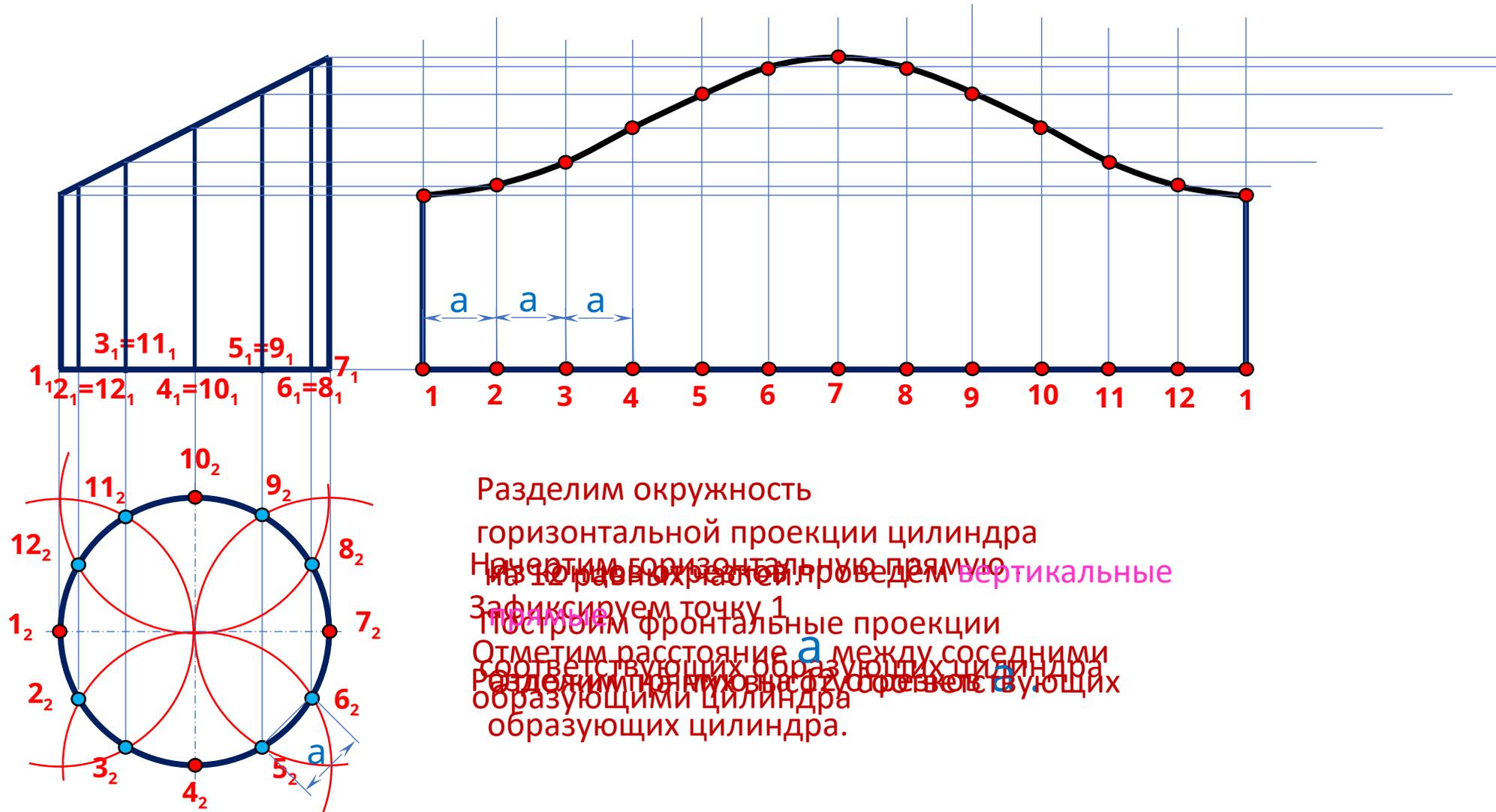


Квадратная антипризма

(антикуб)

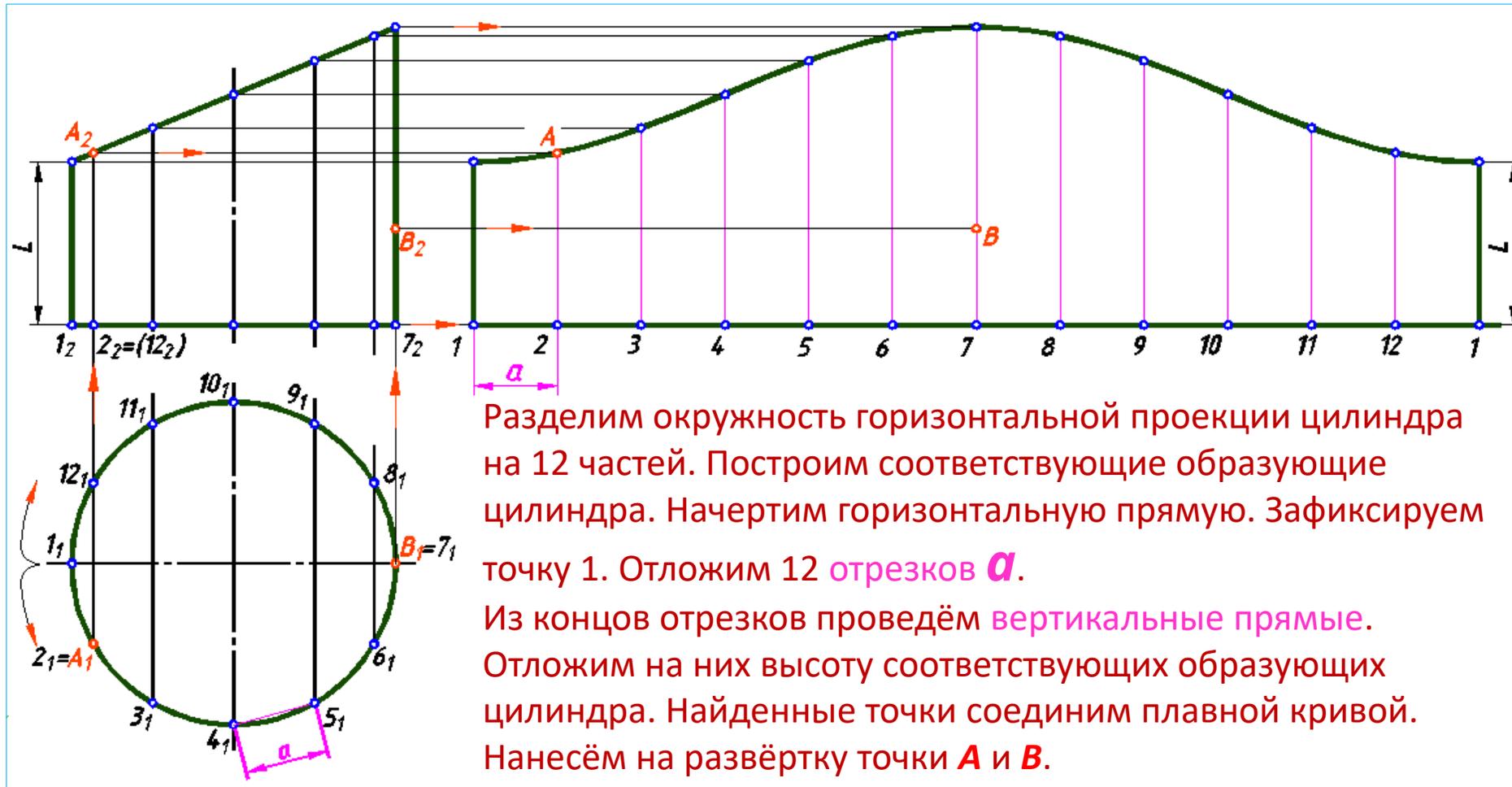


Задача. Построить боковую развертку усеченного цилиндра (R25)



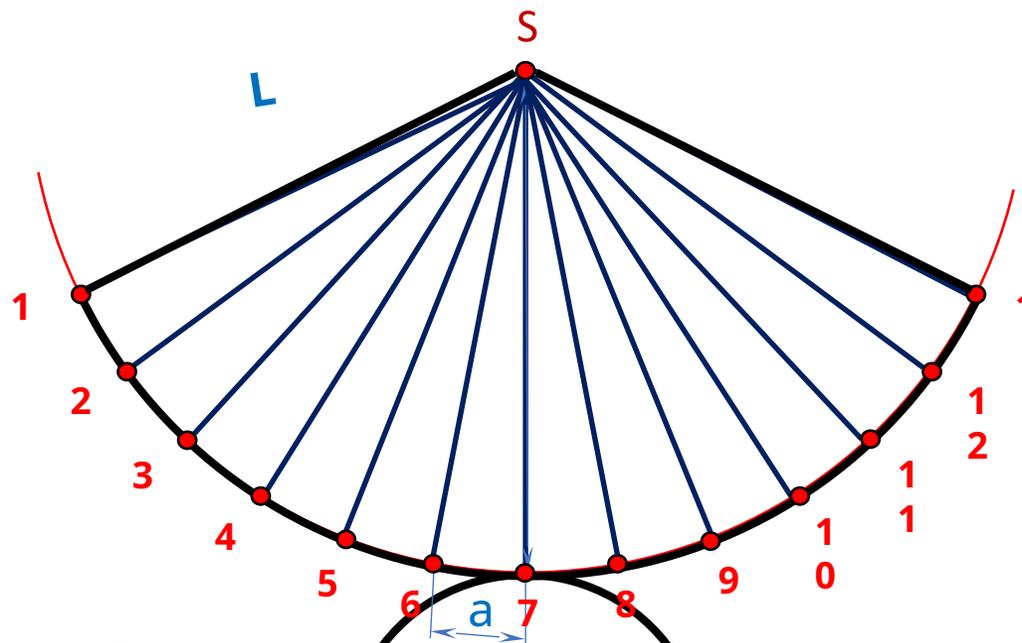
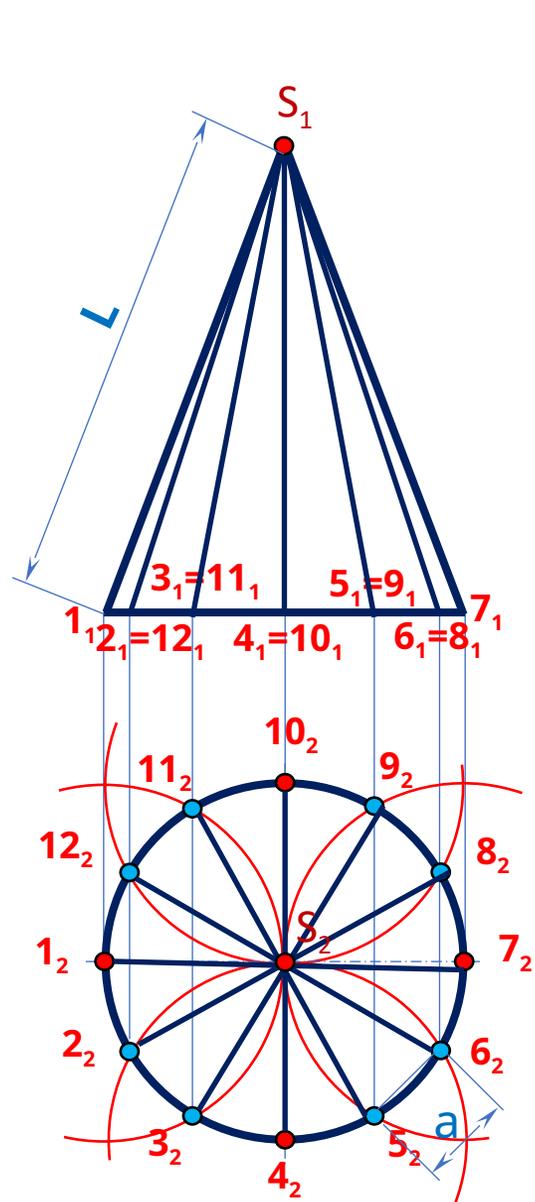
Разделим окружность
горизонтальной проекции цилиндра
на 10 равных частей. **Начертим горизонтальную дугу**
и проведем **вертикальные**
Зафиксируем точку 1
построим фронтальные проекции
Отметим расстояние **a** между соседними
соответствующих образующих цилиндра
Разделим отрезок **a** на 10 равных частей
образующими цилиндра
образующих цилиндра.

Задача. Построить боковую развертку усеченного цилиндра и нанести на нее точки **A** и **B**, принадлежащие поверхности цилиндра.

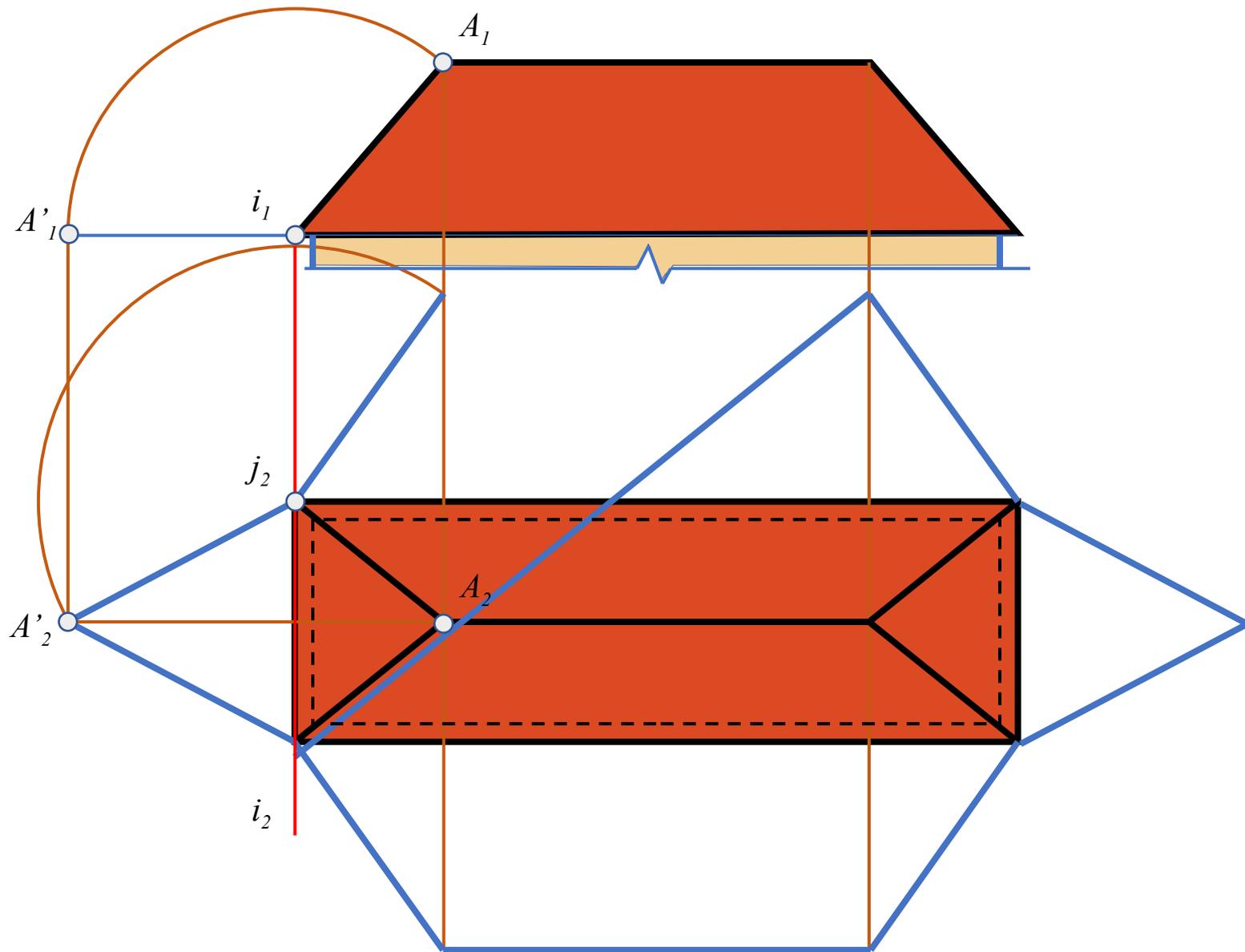


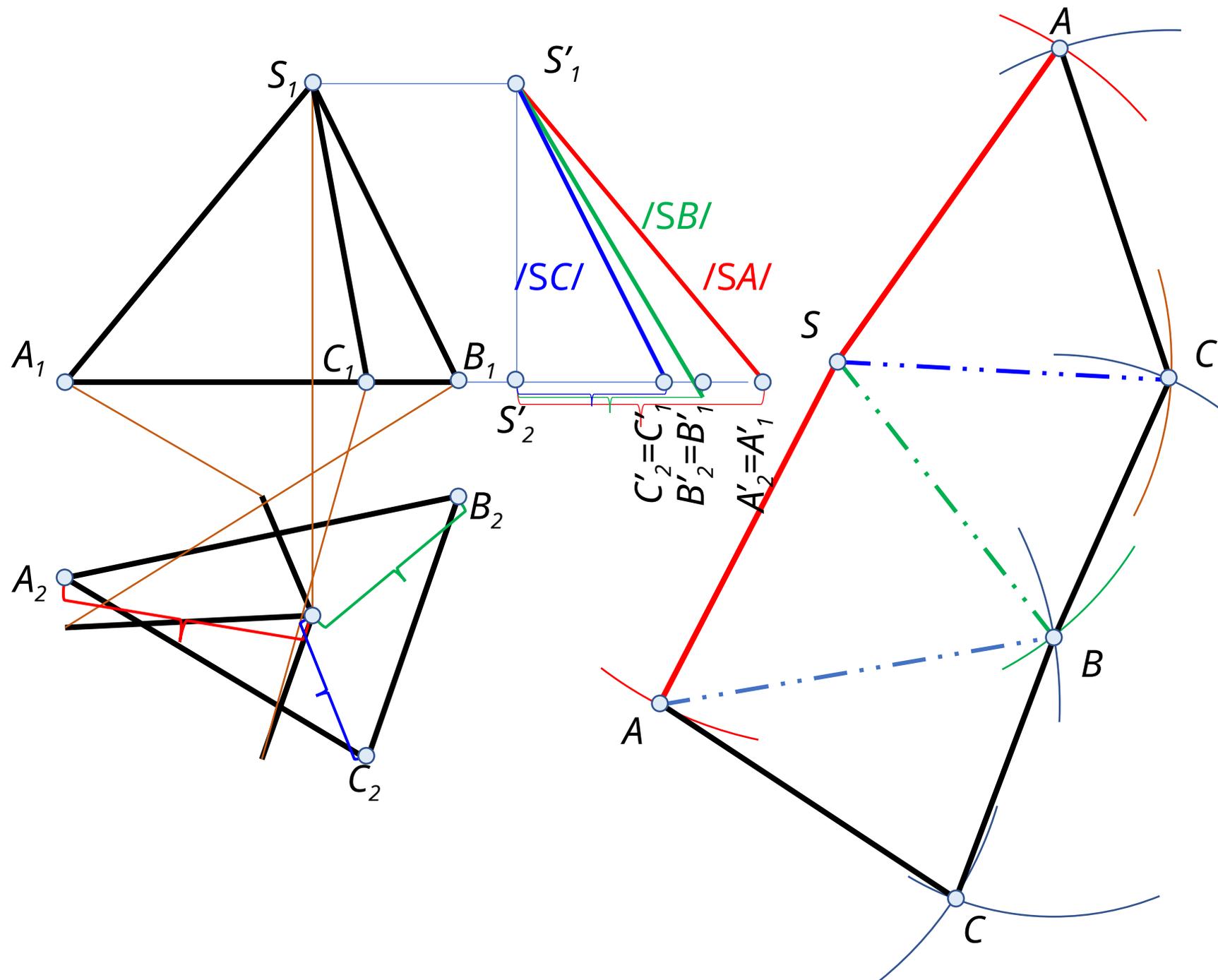
Разделим окружность горизонтальной проекции цилиндра на 12 частей. Построим соответствующие образующие цилиндра. Начертим горизонтальную прямую. Зафиксируем точку 1. Отложим 12 отрезков a . Из концов отрезков проведём вертикальные прямые. Отложим на них высоту соответствующих образующих цилиндра. Найденные точки соединим плавной кривой. Нанесём на развёртку точки **A** и **B**.

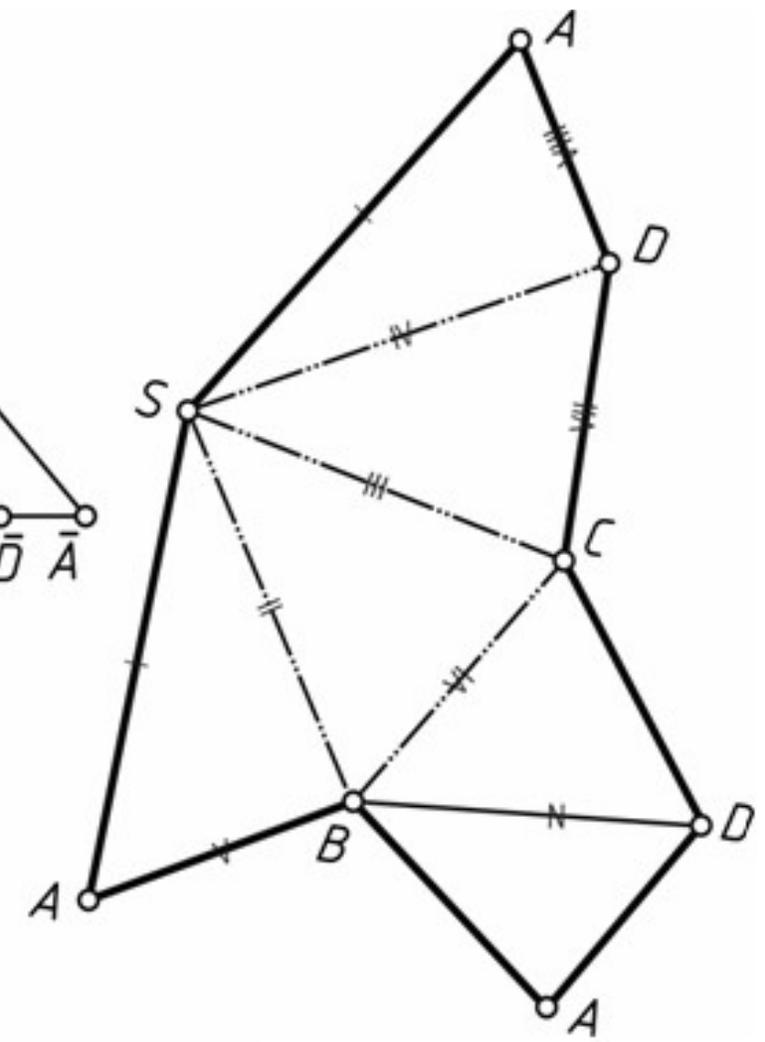
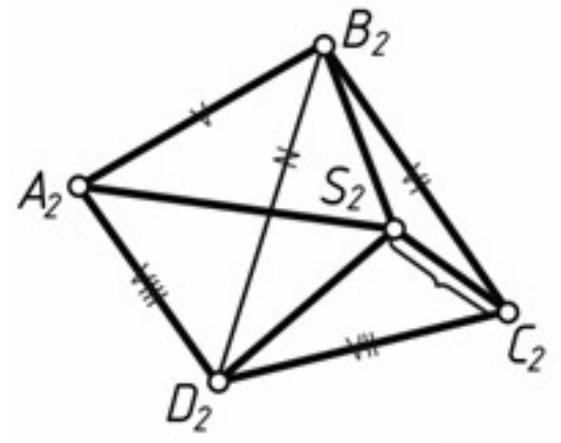
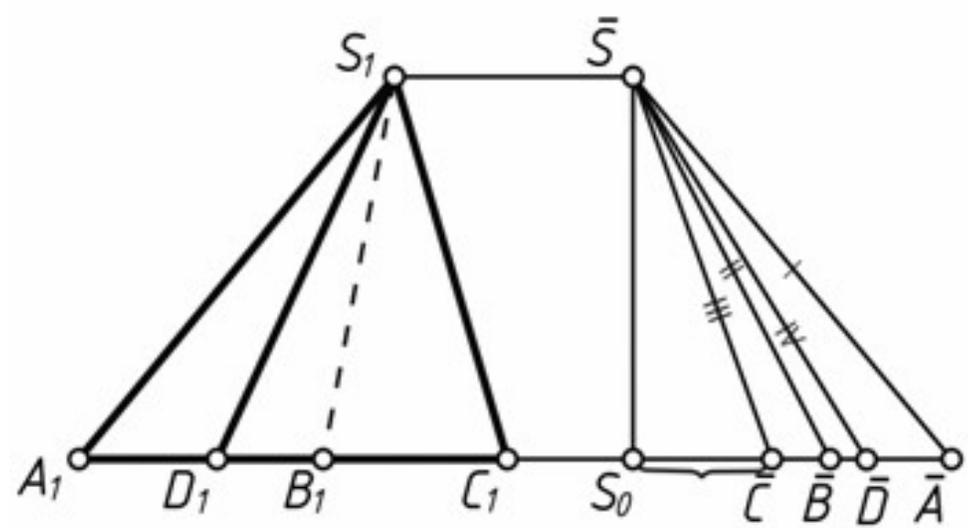
Задача. Построить развертку конуса (R25)

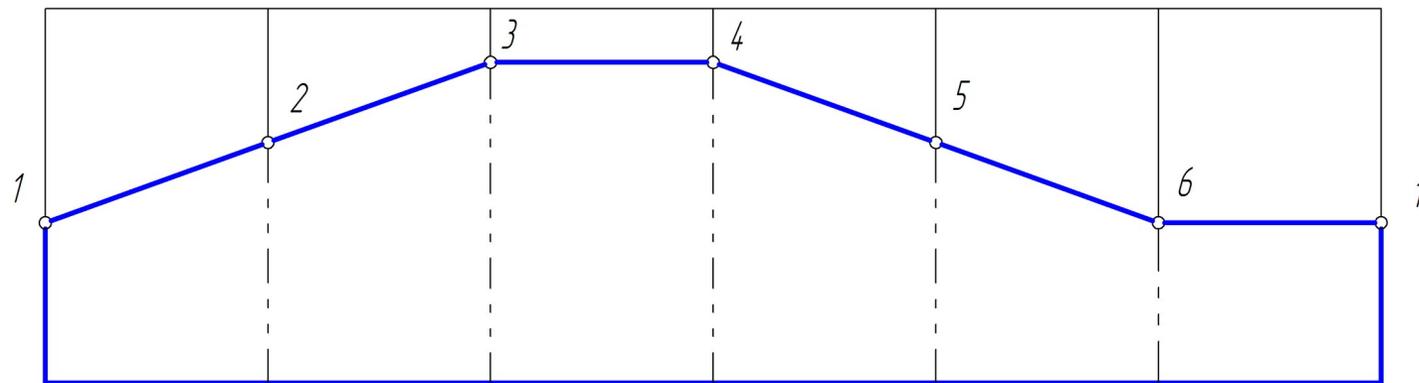
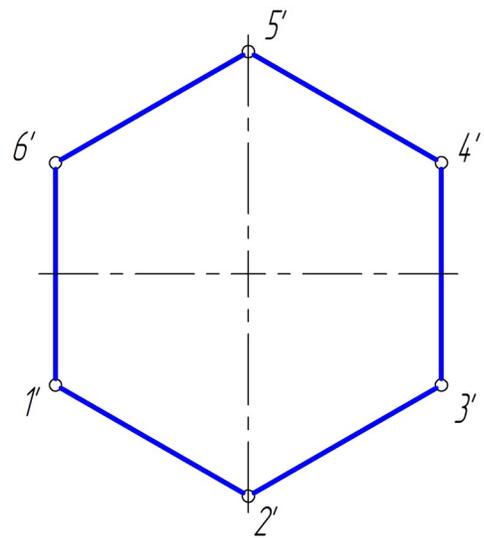
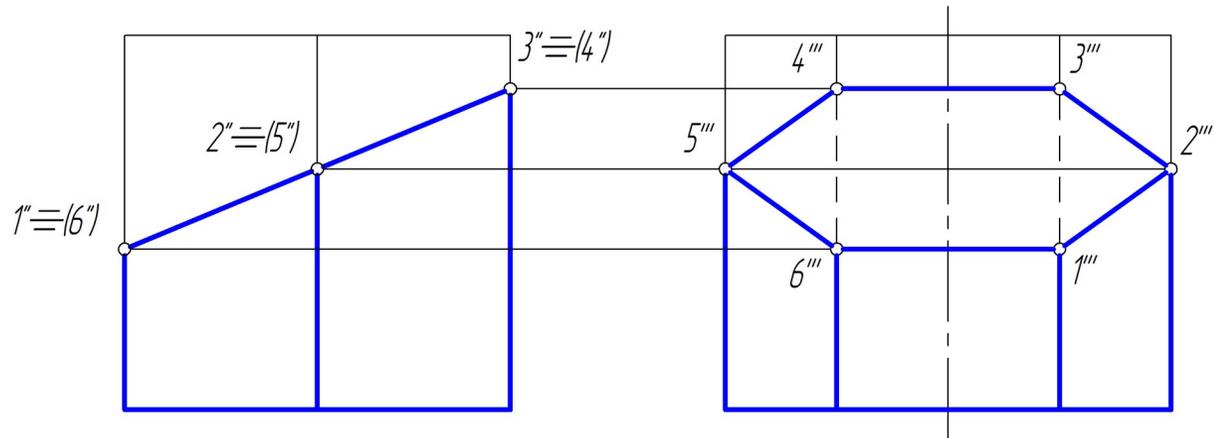


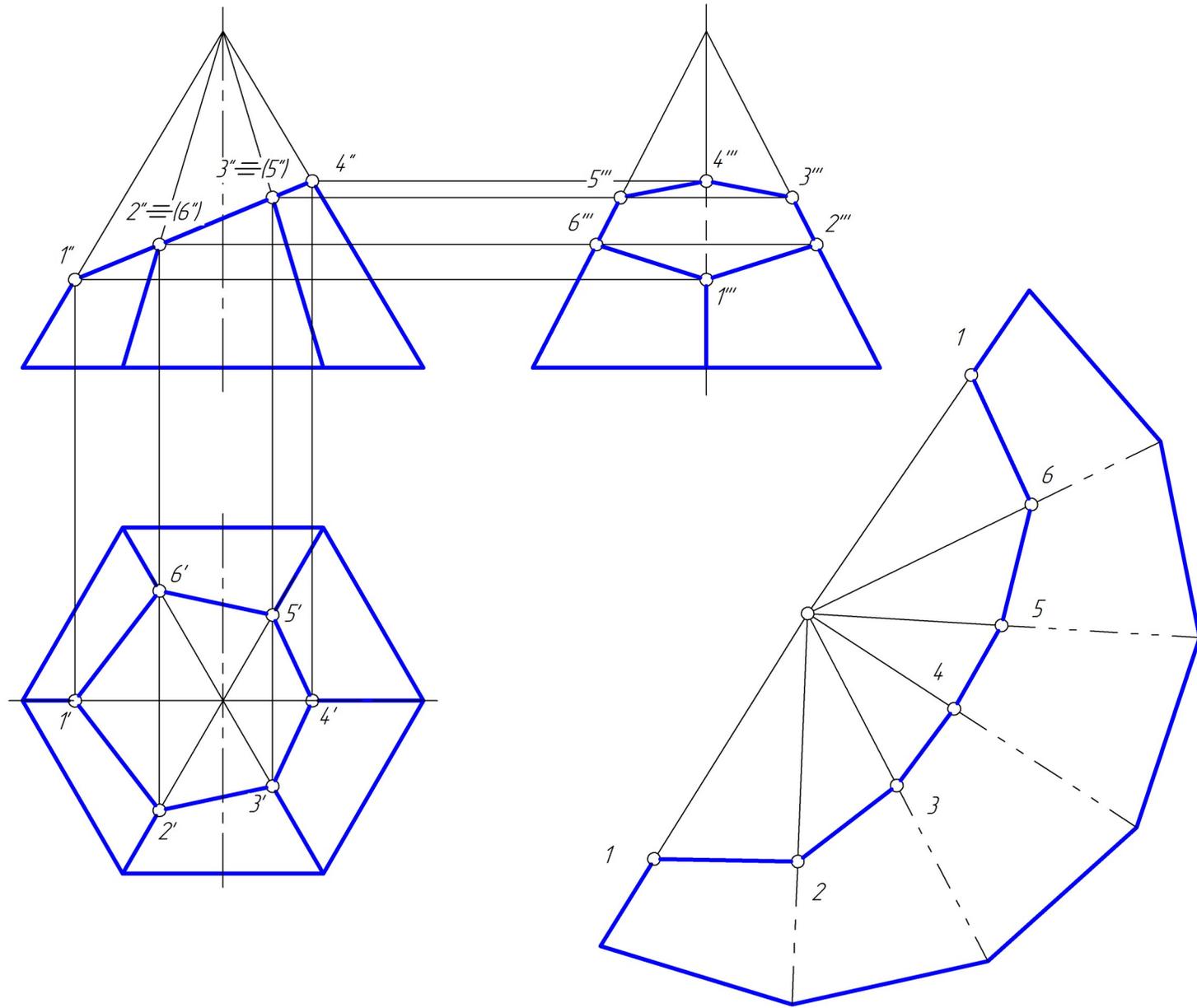
Разделим окружность горизонтальной проекции основания конуса на 12 равных частей. Разделим дугу на 12 частей равных a . Отметим в основании цилиндра расстояние a между соседними образующими цилиндра. Построим фронтальные проекции образующих цилиндра. Построим горизонтальные проекции образующих цилиндра. Для построения развертки зафиксируем точку S и проведем дугу, радиус которой равен длине образующей L .



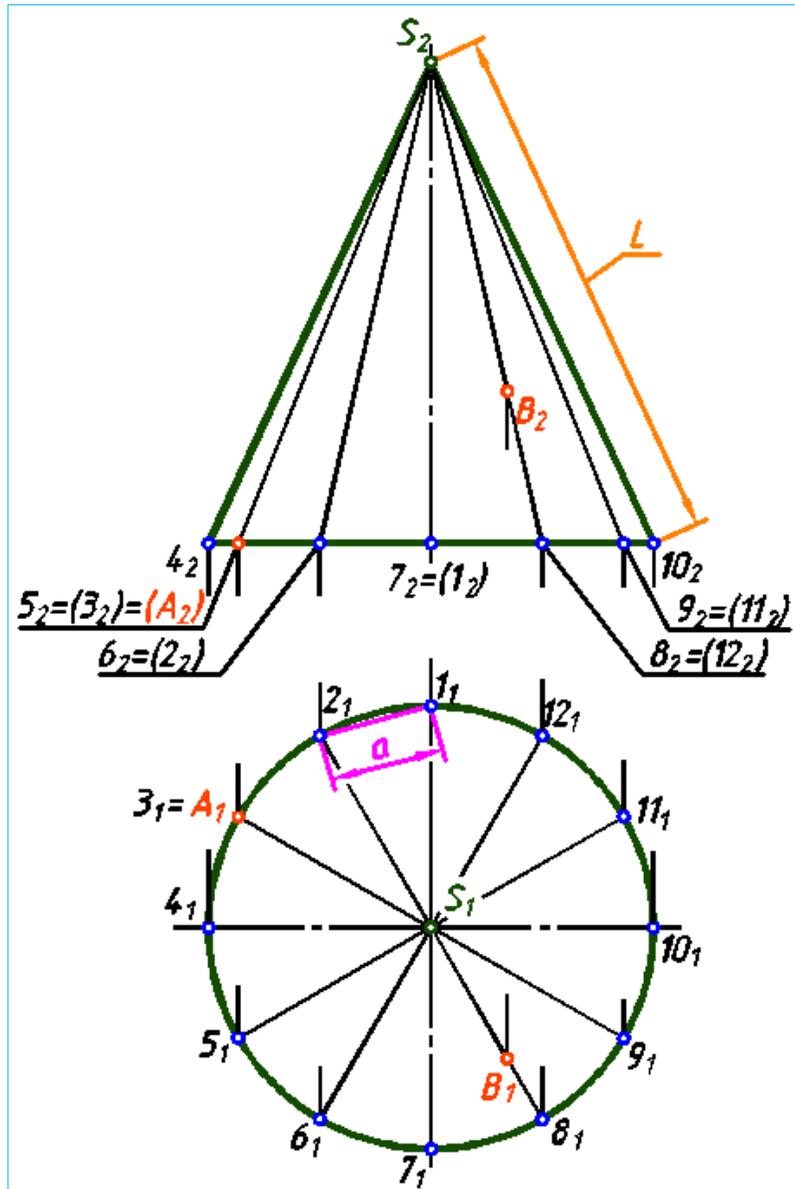






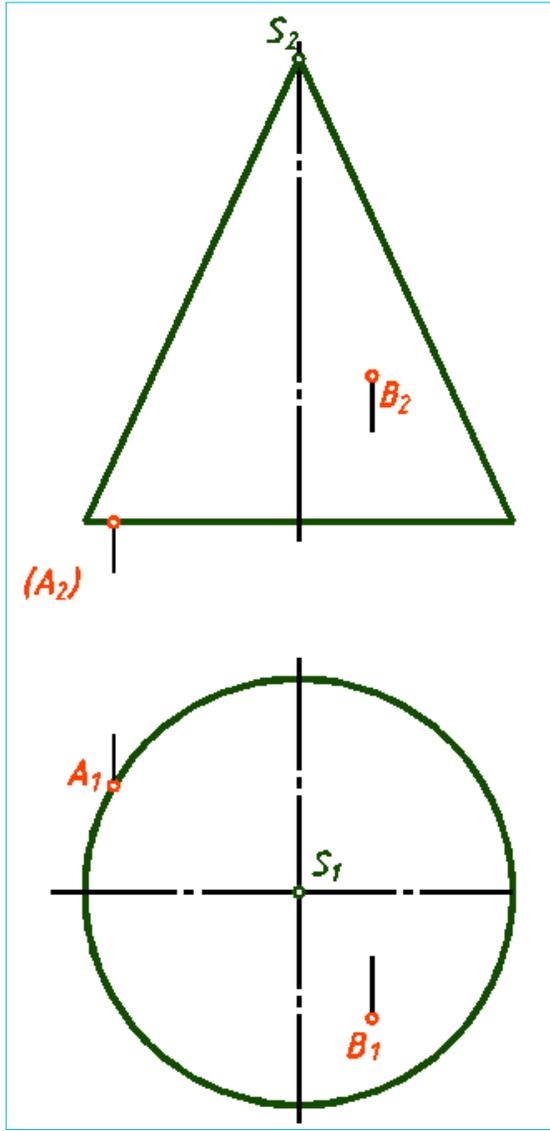


Определение кратчайшего расстояния между точками **A** и **B** по поверхности конуса



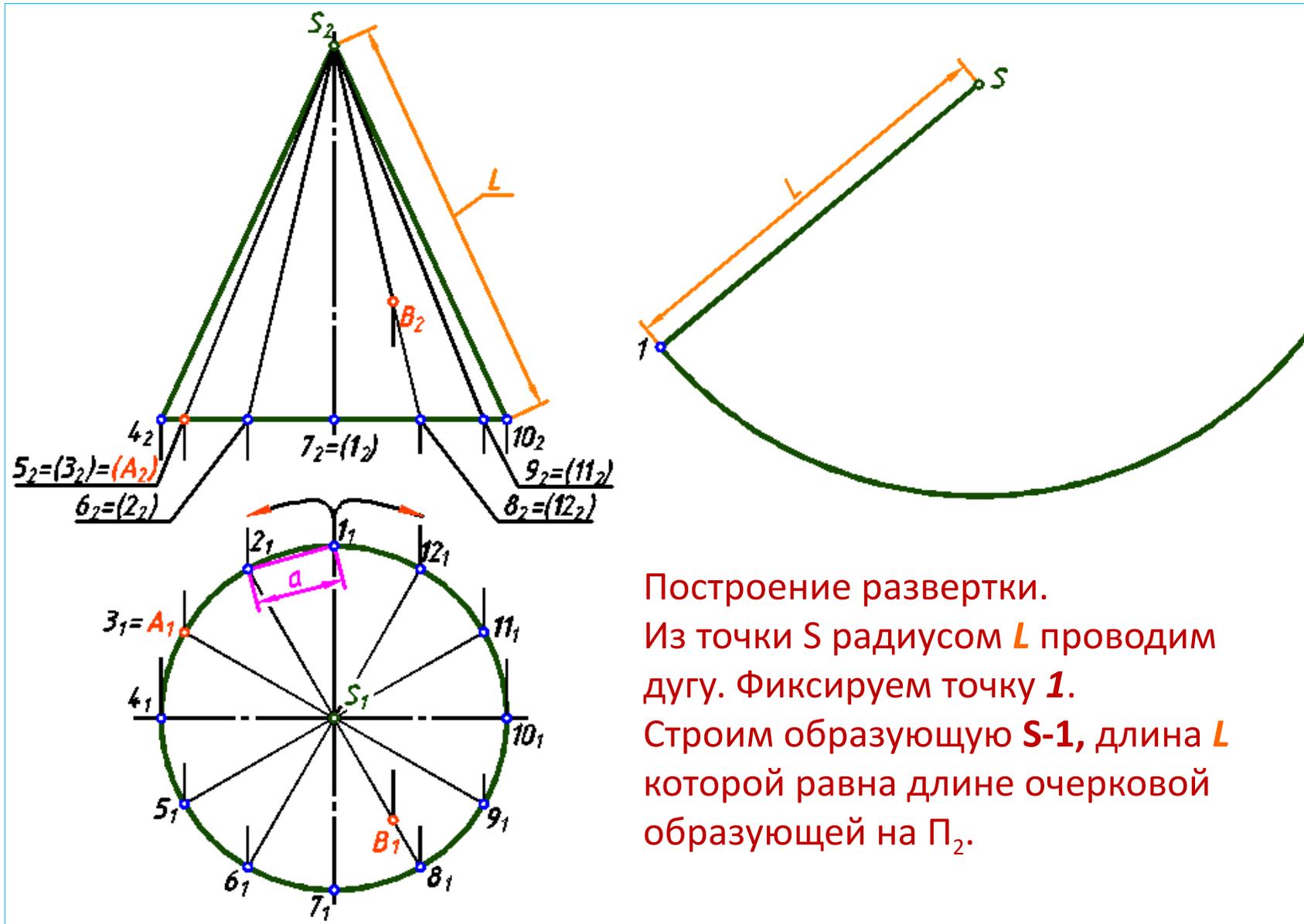
- **Делим** окружность основания конуса на достаточное количество частей (чем больше, тем точнее развертка), например, на двенадцать.
- **Строим** соответствующие образующие конуса.

Задача. Определить кратчайшее расстояние между точками **A** и **B** по поверхности конуса. Построить проекции линии, соединяющей точки **A** и **B**.



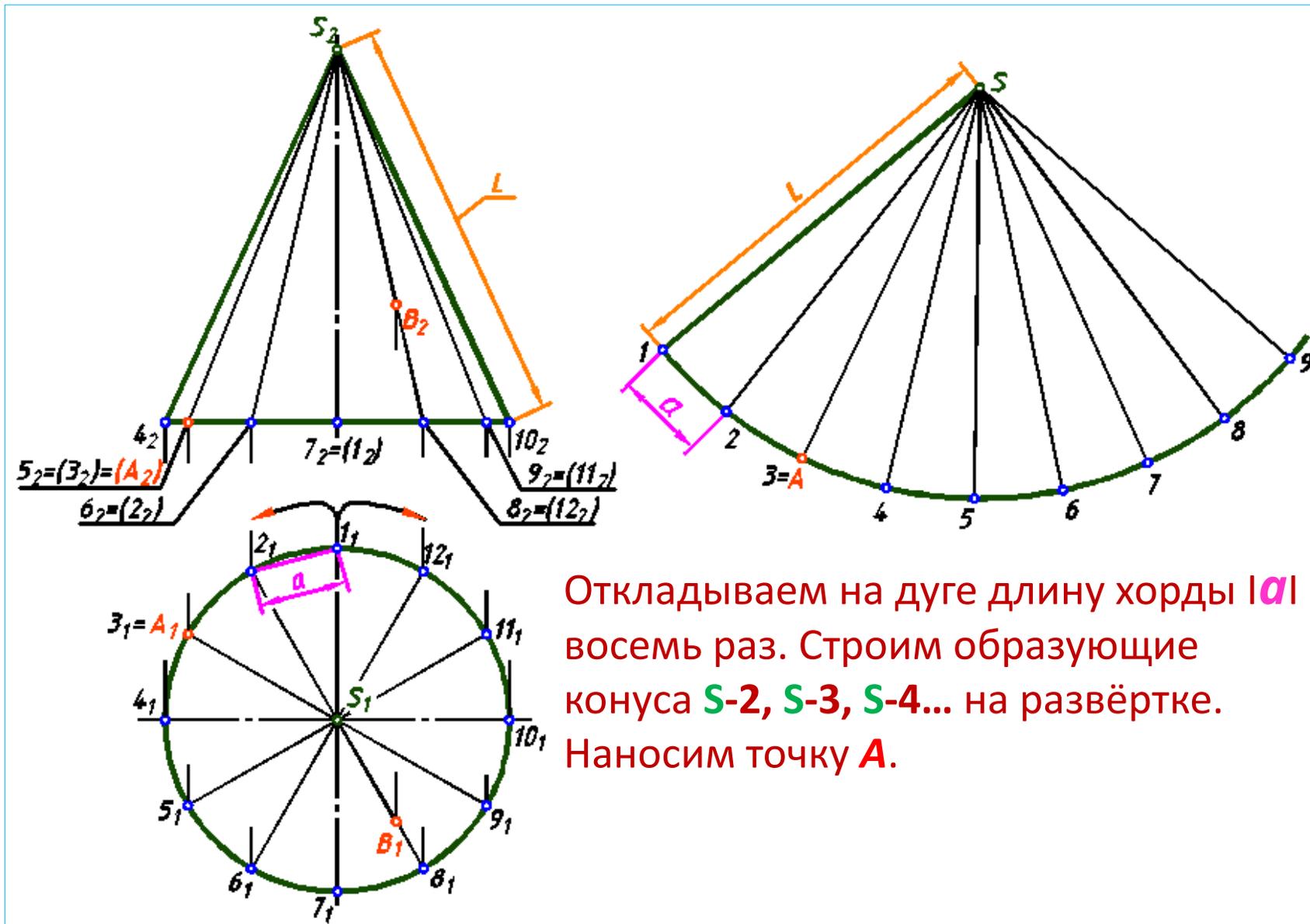
- Кратчайшее расстояние между точками на поверхности конуса равно длине отрезка **AB** на развёртке.
- Следует построить ту часть развёртки, на которой будет расположен отрезок **[AB]**.
- Расстояние от точки **A** до точки **B**, измеренное **против часовой стрелки** **короче**, чем по часовой.

Определение кратчайшего расстояния между точками **A** и **B** по поверхности конуса

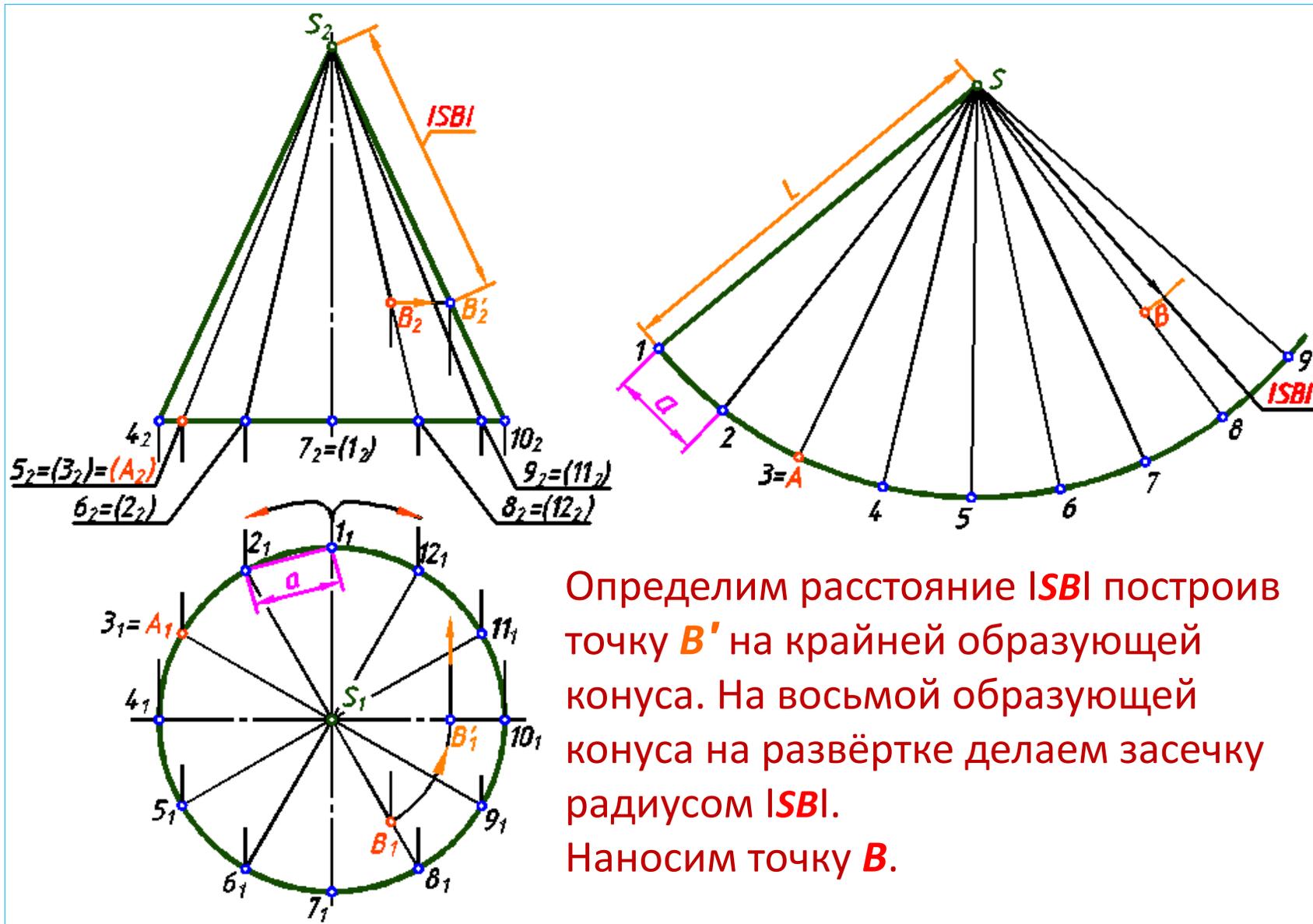


Построение развертки.
Из точки S радиусом L проводим дугу. Фиксируем точку 1 .
Строим образующую $S-1$, длина L которой равна длине очерковой образующей на Π_2 .

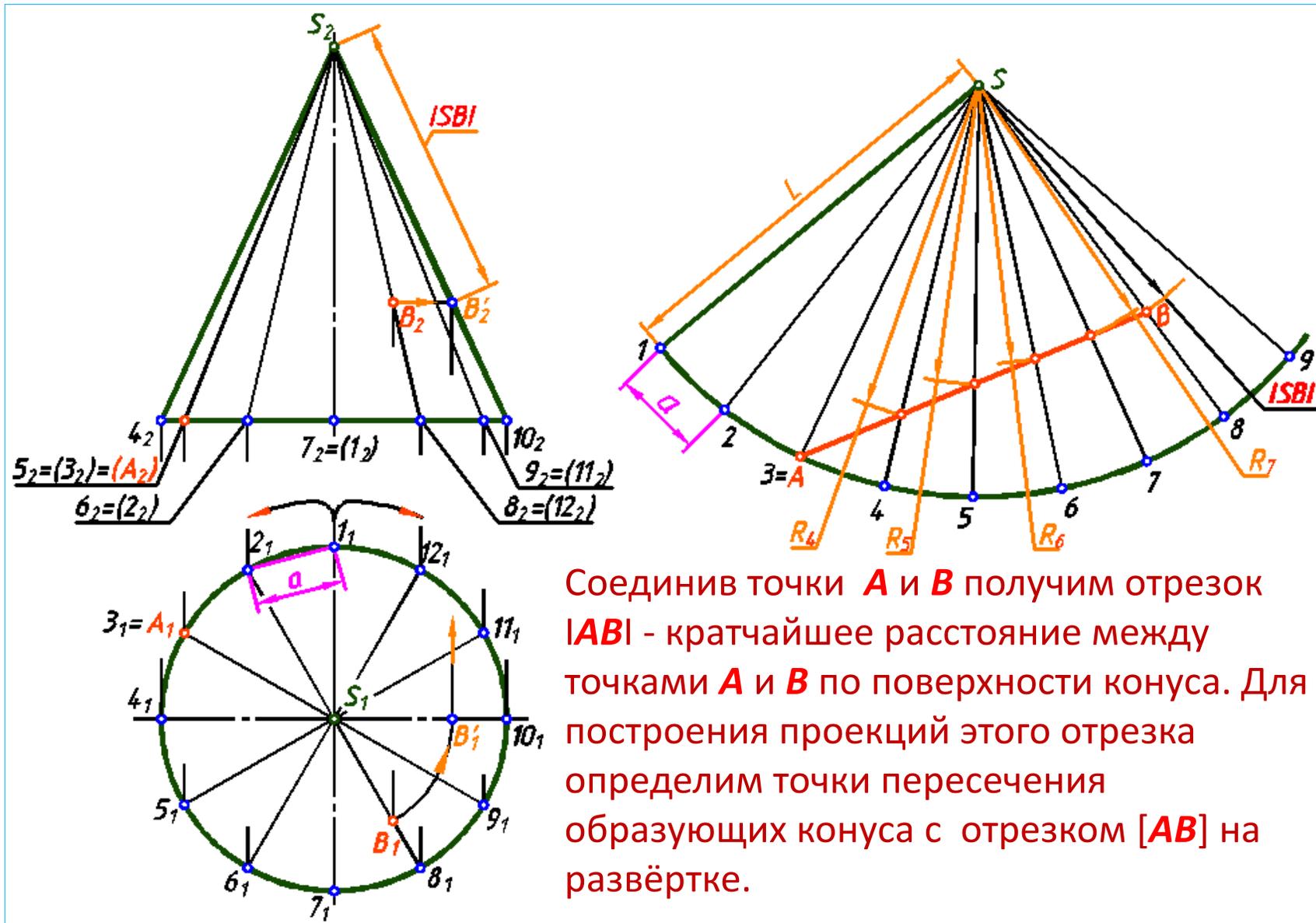
Определение кратчайшего расстояния между точками **A** и **B** по поверхности конуса



Определение кратчайшего расстояния между точками **A** и **B** по поверхности конуса



Определение кратчайшего расстояния между точками **A** и **B** по поверхности конуса



Соединив точки **A** и **B** получим отрезок **AB** - кратчайшее расстояние между точками **A** и **B** по поверхности конуса. Для построения проекций этого отрезка определим точки пересечения образующих конуса с отрезком **[AB]** на развёртке.

