

Курс лекций по дисциплине «Начертательная геометрия»



лектор

Каражанова Дарига Дюсеновна

Кандидат педагогических наук

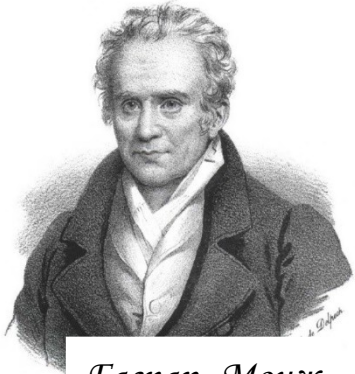
ассоциированный профессор Satbayev University



Лекция 3

Эпюр Монжа. Эпюр точки и прямой.

- **Эпюр Монжа** – основной вид обратимого изображения. Французский математик и инженер *Гаспар Монж (1746-1818гг.)*, систематизировав и обобщив накопленные к тому времени знания по теории и практике построения изображений предметов пространства, предложил получать их изображения путем прямоугольного проецирования на две или три взаимно перпендикулярные плоскости проекций. В зависимости от этого также чертежи называют двухкартинными или трехкартинными.



Гаспар Монж

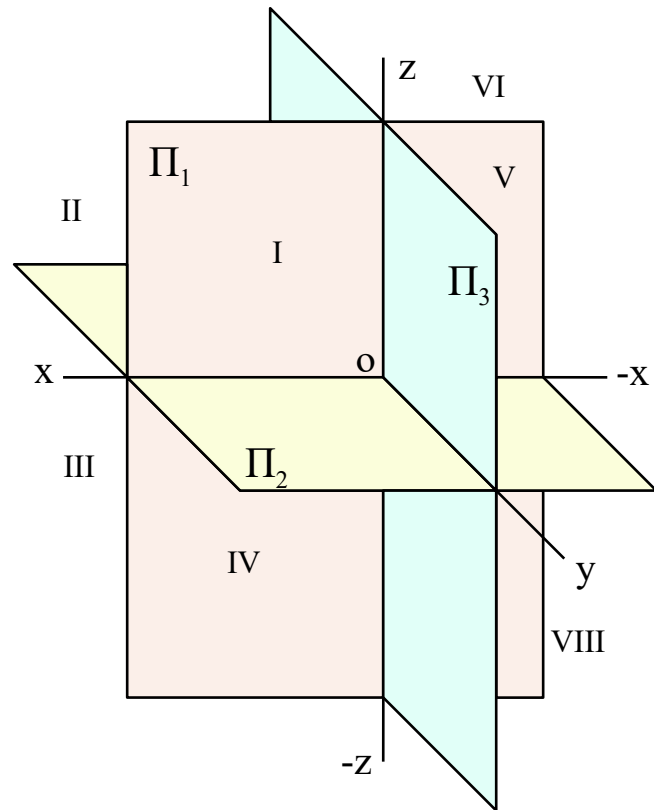
Совокупность двух или более взаимосвязанных ортогональных проекций предмета, расположенных на одной плоскости, называют **комплексным чертежом** (или **ЭПЮРОМ МОНЖА**).

Чертеж называется обратимым, если по изображению фигуры можно восстановить ее форму, размеры и положение в пространстве. В инженерной практике широко используются обратимые чертежи: - эпюр Монжа, аксонометрия, линейная перспектива, проекции с числовыми отметками.

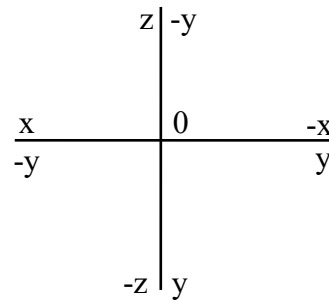
Комплексный чертеж точки (эпюр точки)

Точка представляет собой самую элементарную часть пространства и геометрических тел.

Комплексный чертеж (эпюр) точки состоит из двух или трех ортогональных проекций. Эти проекции получают на взаимно перпендикулярных плоскостях проекций. Одна из плоскостей проекций Π_1 называется *фронтальной* плоскостью проекций, вторая Π_2 - *горизонтальной*, а третья Π_3 - *профильной*.



Ок-тан-ты	Знаки координат		
	x	y	z
I	+	+	+
II	+	-	+
III	+	-	-
IV	+	+	-
V	-	+	+
VI	-	-	+
VII	-	-	-
VIII	-	+	-



Линии пересечения плоскостей проекций называются *осями координат* **x, y, z**.

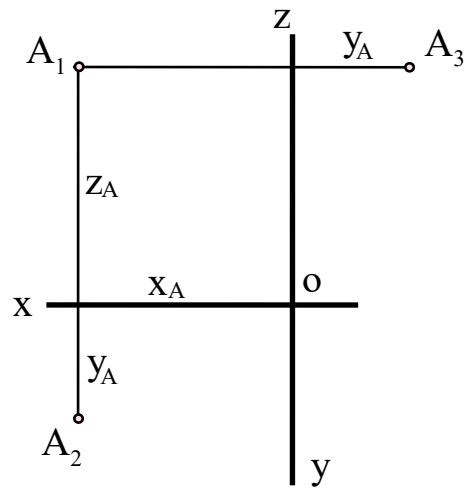
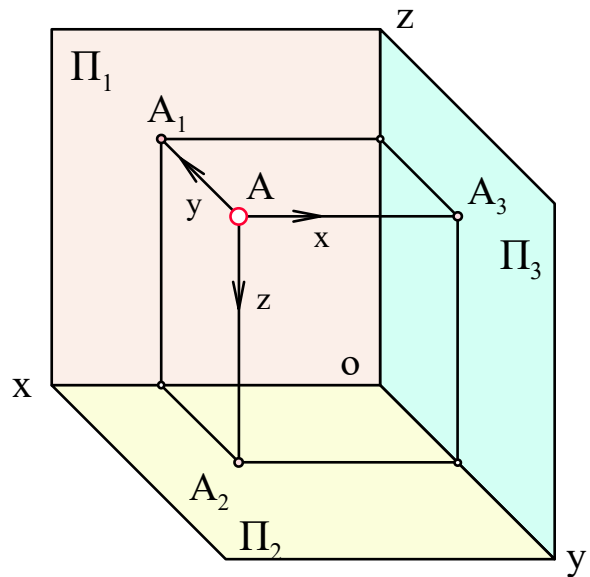
Плоскости проекций делят пространство на **8** трехгранных углов - *четверти* или *октанты*.

Система знаков соответствует "правой системе"

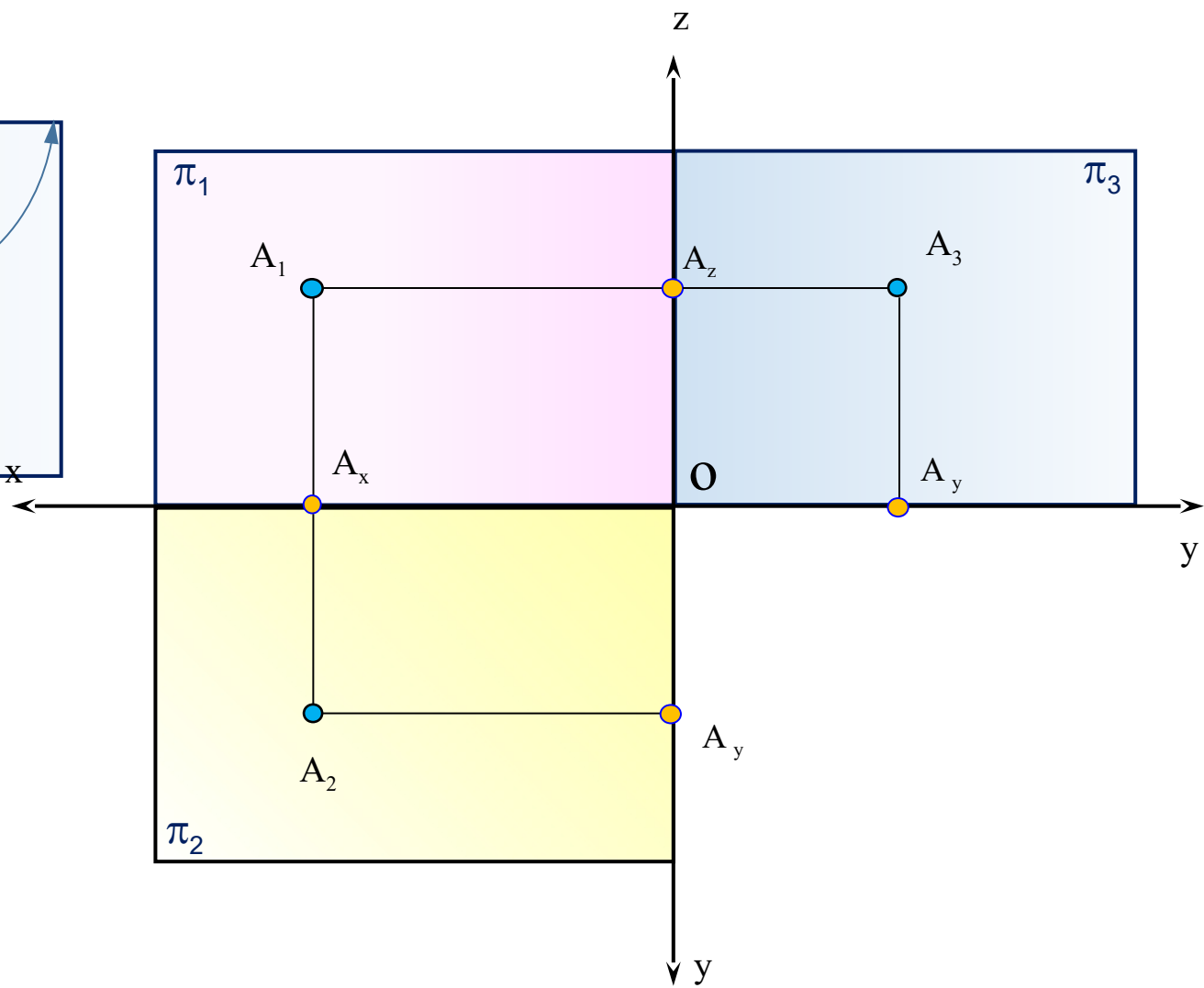
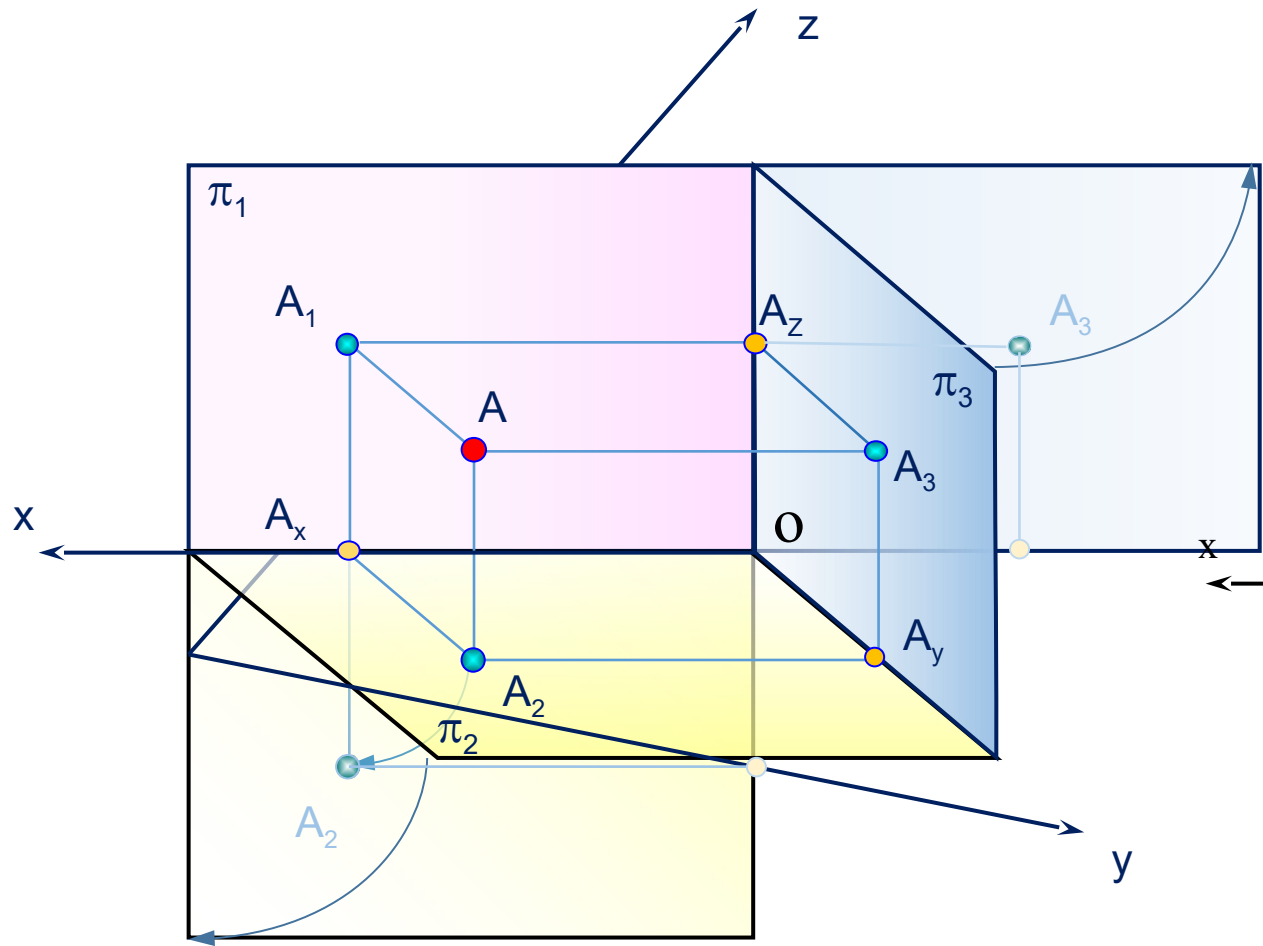
координат, принятой в большинстве европейских стран.

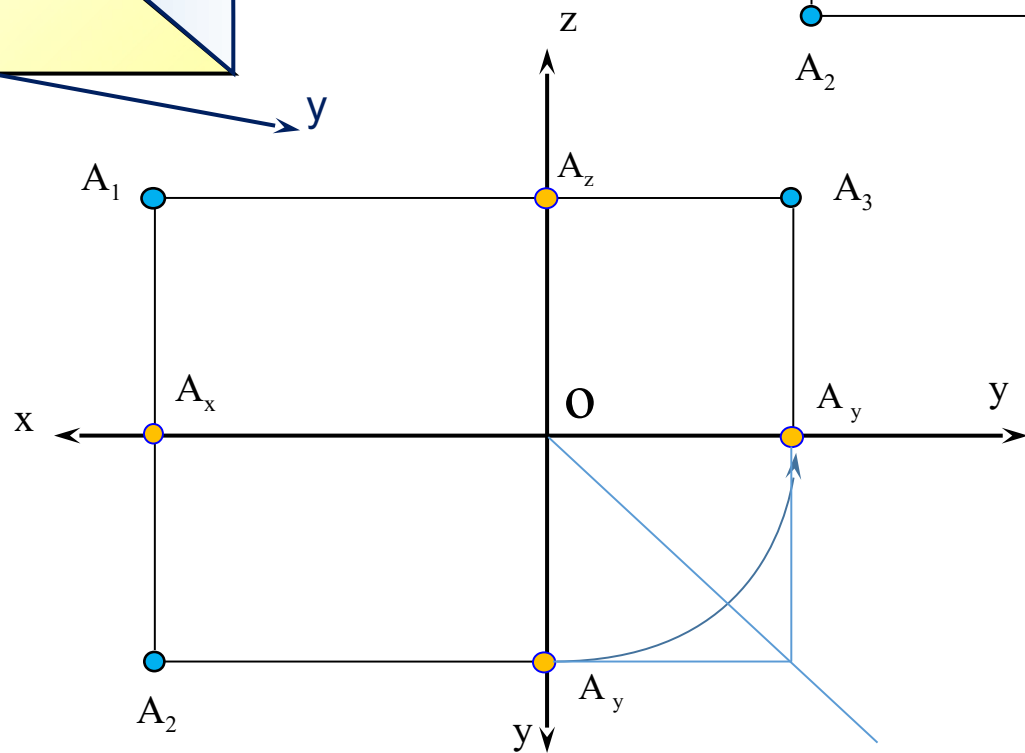
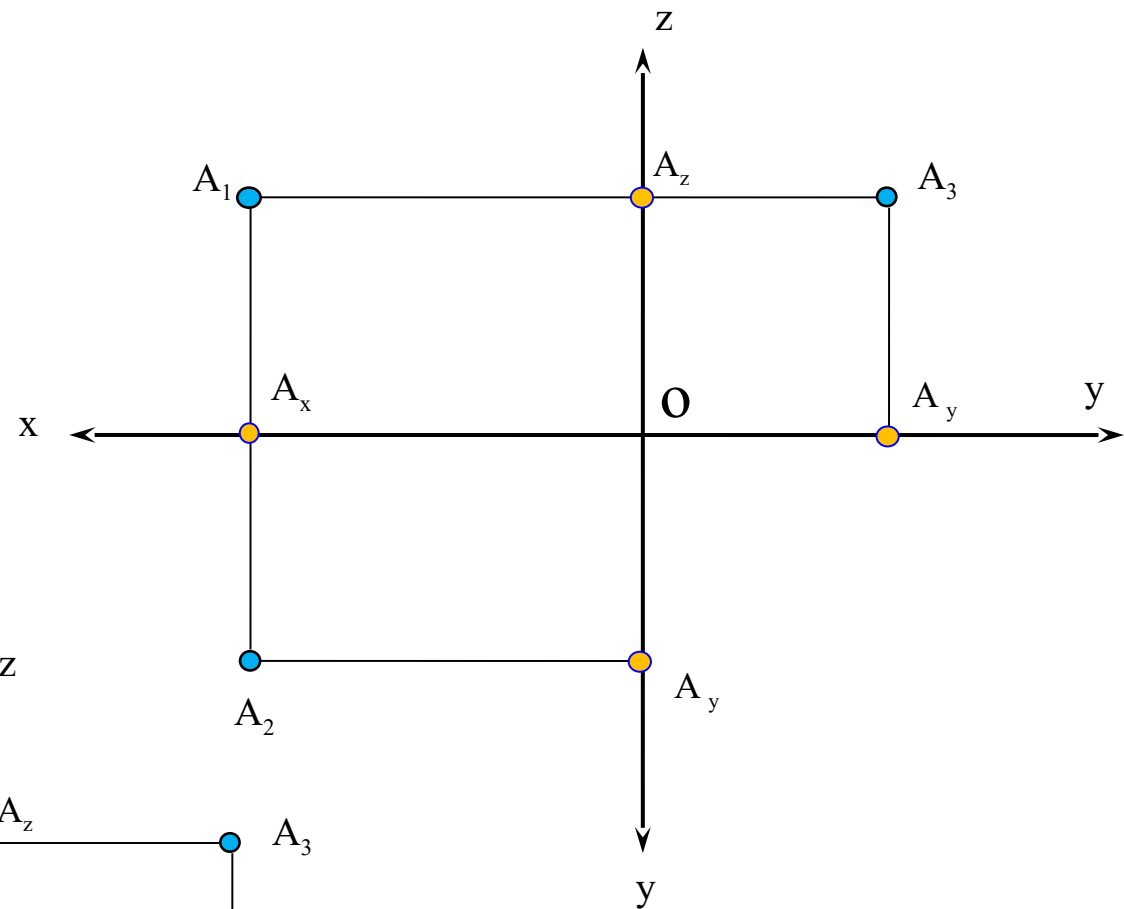
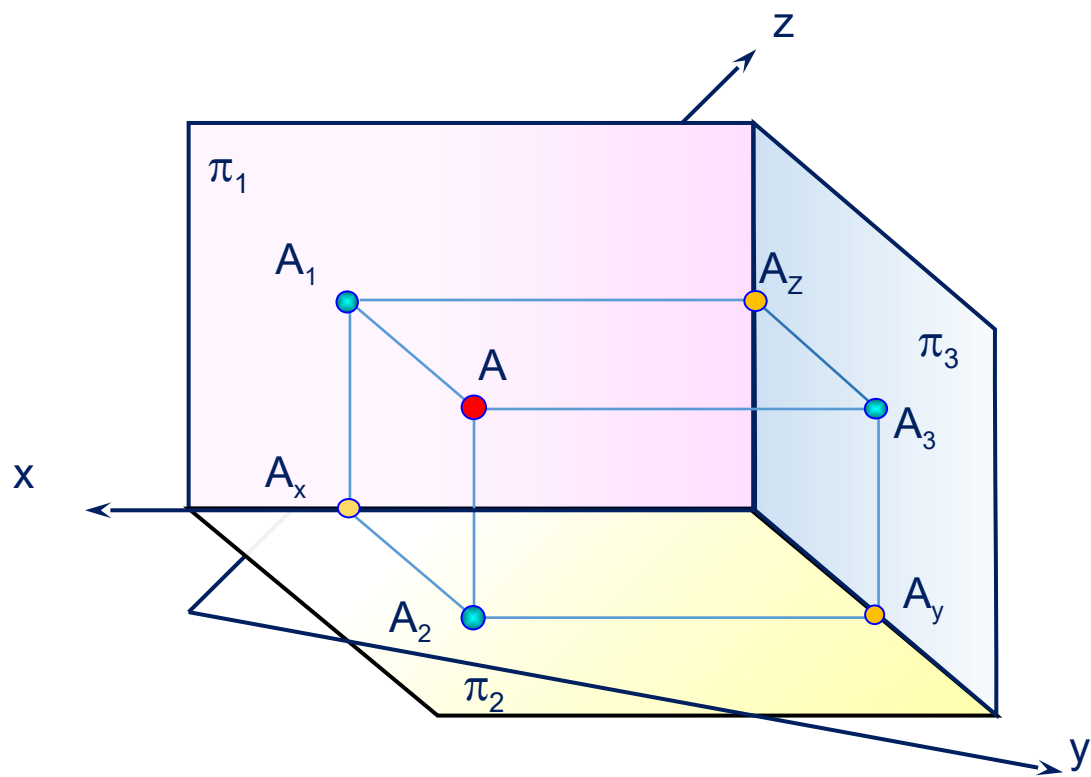
Зритель, рассматривающий оригинал, находится в первом октанте.

Спроецируем точку A на плоскости проекций Π_1 , Π_2 и Π_3 . Точка A_1 называется *фронтальной проекцией* точки A , точка A_2 - ее *горизонтальная проекция*, точка A_3 - ее *профильная проекция*. Расстояние AA_2 точки A от плоскости Π_2 называется *высотой* точки A (z_a - аппликата), ее расстояние AA_1 от плоскости Π_1 - *глубиной* точки A (y_a - ордината), а расстояние AA_3 от плоскости Π_3 - *широтой* точки A (x_a - абсцисса). Таким образом, какая-либо точка пространства A будет определяться тремя ее координатами: $A(x, y, z)$.

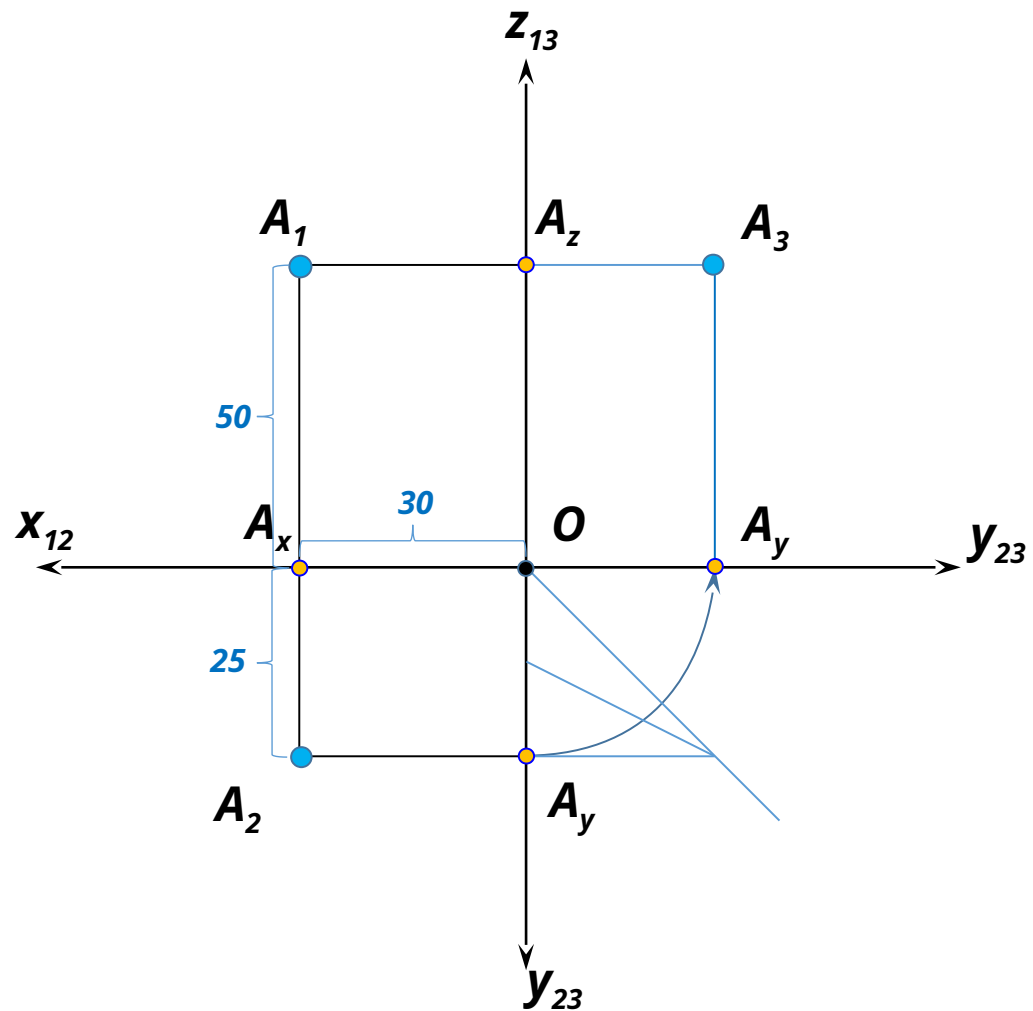


Чтобы получить плоский чертеж точки A , плоскости Π_2 и Π_3 вращают до совмещения с плоскостью Π_1 . Прямые A_1A_2 и A_1A_3 , соединяющие проекции точки A , называются *линиями связи* и соответственно перпендикулярны к осям x и z . Проекции точки A определяются координатами: $A_2(x, y)$, $A_1(x, z)$, $A_3(y, z)$. Полученный эюр точки будет *обратимым чертежом*.

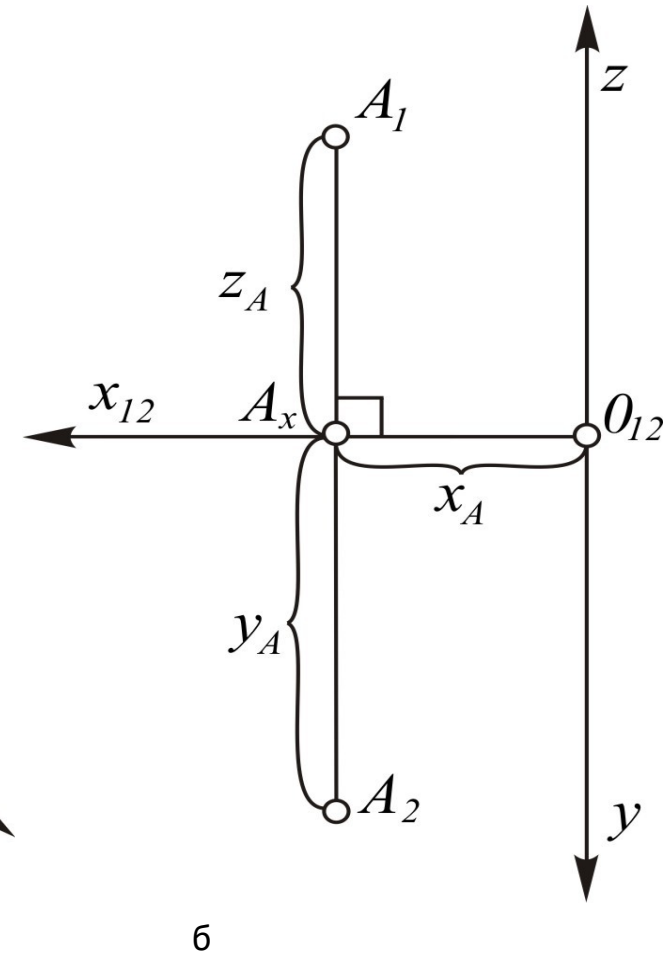
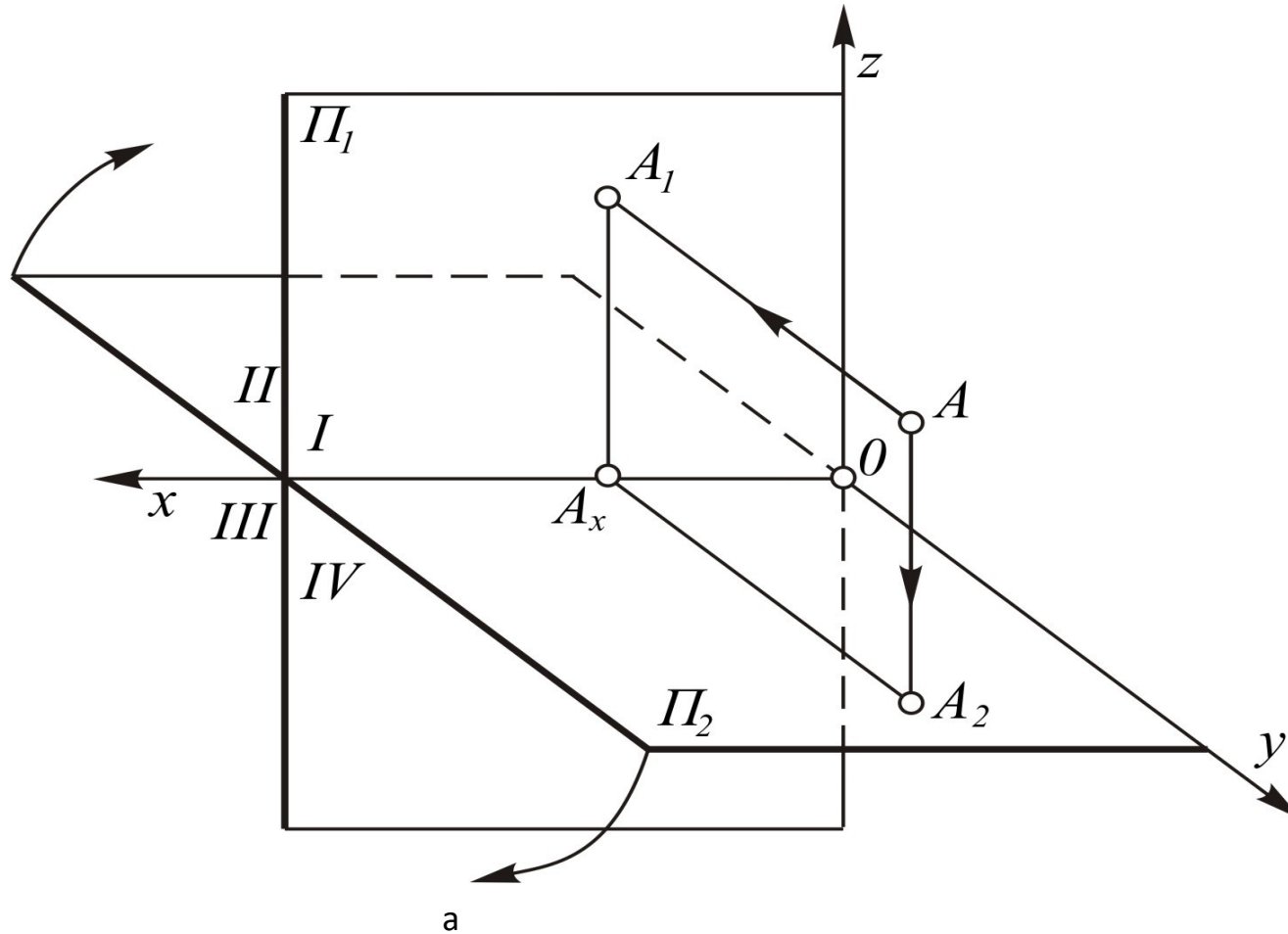




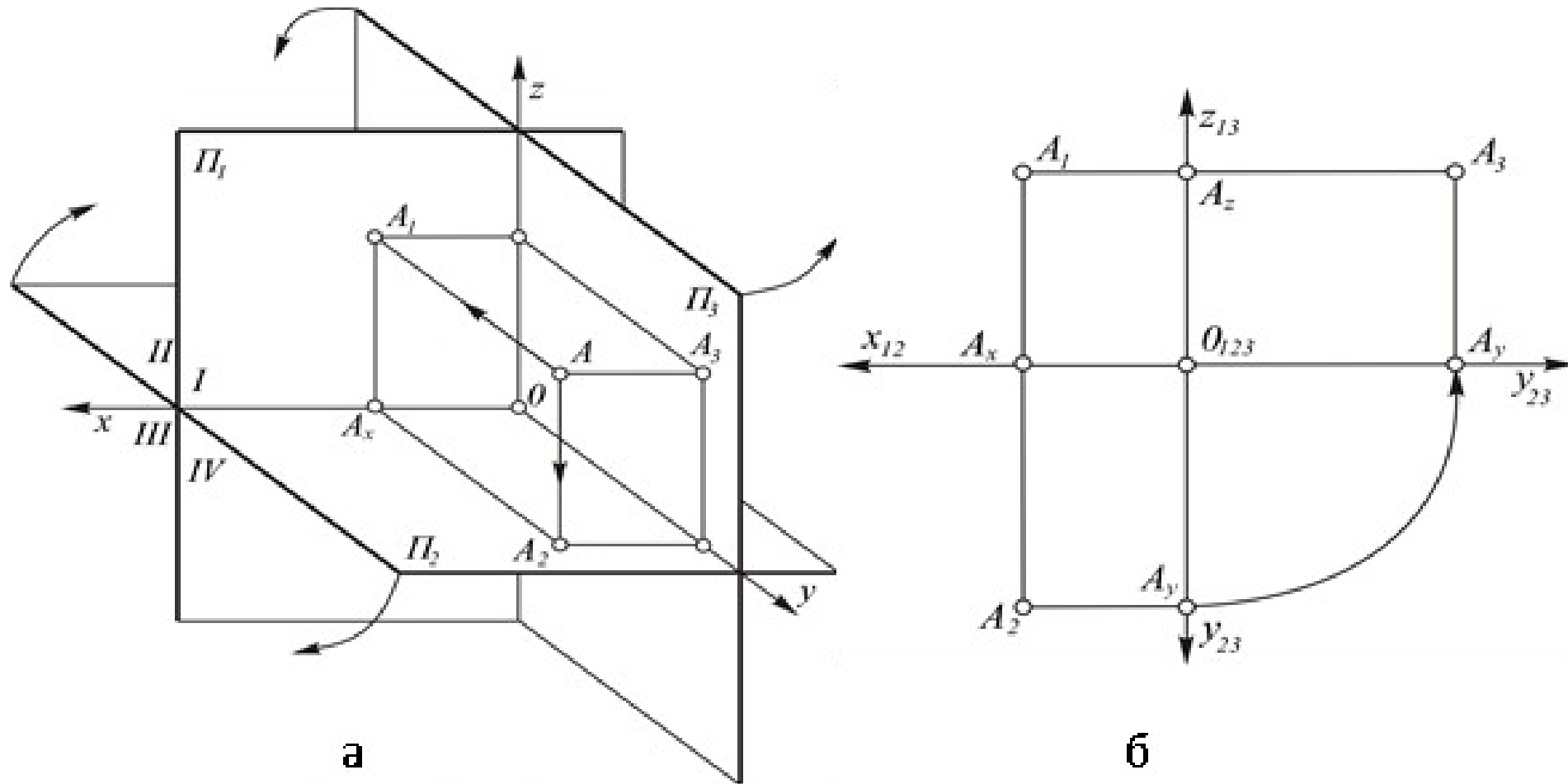
$A(30,25,50)$

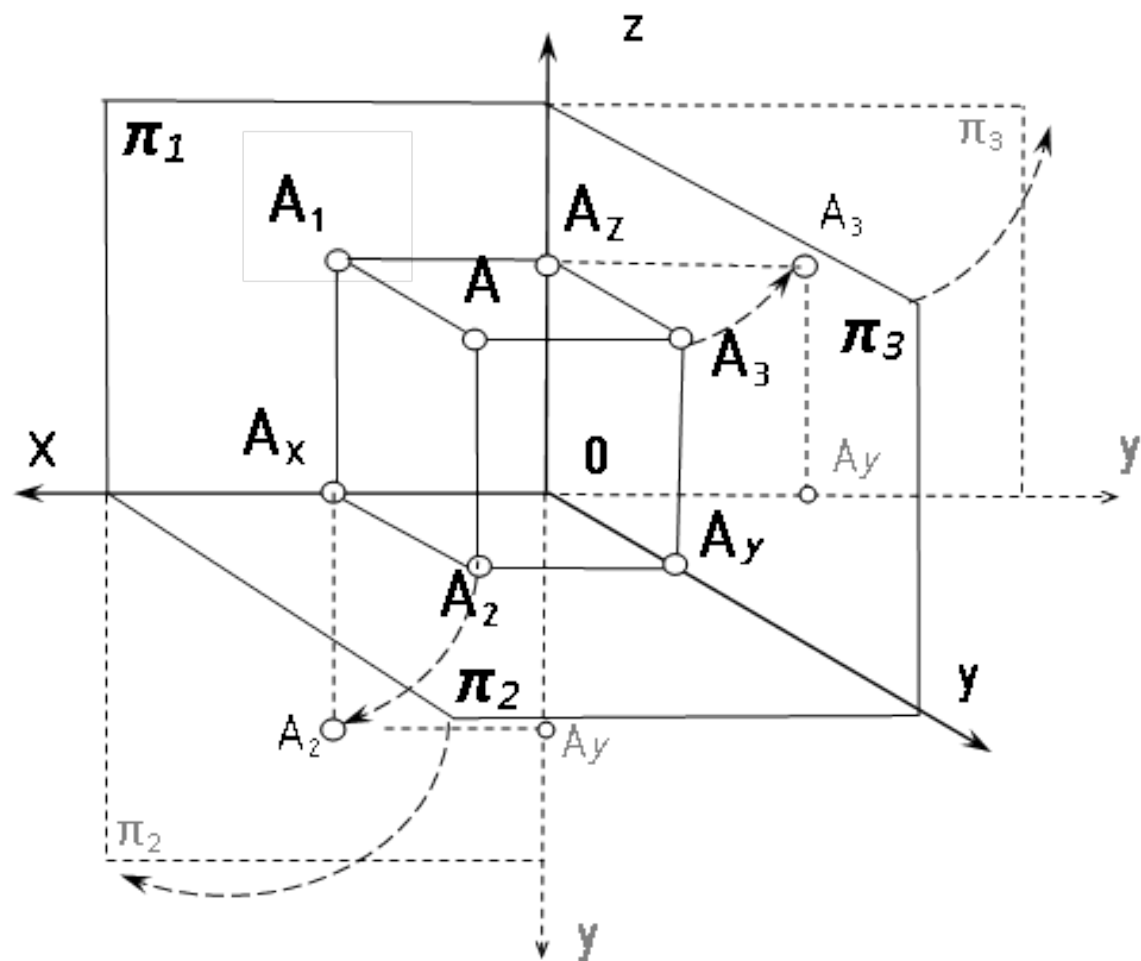


На рисунке 1 видно, что плоскости Π_1 (фронтальная), Π_2 (горизонтальная) делят пространство на четыре части, называемые четвертями. Полученный чертеж на рисунке 1б является обратимым, так как по нему можно определить координаты точки A в пространстве. Следовательно, на двухкартинном чертеже можно решать любые позиционные и метрические задачи.



Трёхкартинный чертёж Монжа получается из двухкартинного путем добавления третьей плоскости проекций Π_3 , перпендикулярной оси Ox . Эта плоскость называется профильной плоскостью проекций. Плоскости Π_1 , Π_2 , Π_3 делят пространство на восемь частей, называемых октантами. Построение третьей проекции по двум заданным показано на рисунке (б). В ряде случаев на чертеже Монжа не указываются проекции осей координат. Такие чертежи принято называть **безосными**.





Пусть точка A ортогонально спроецирована на три взаимно перпендикулярные плоскости π_1, π_2, π_3 , где:

π_1 – фронтальная плоскость проекций,

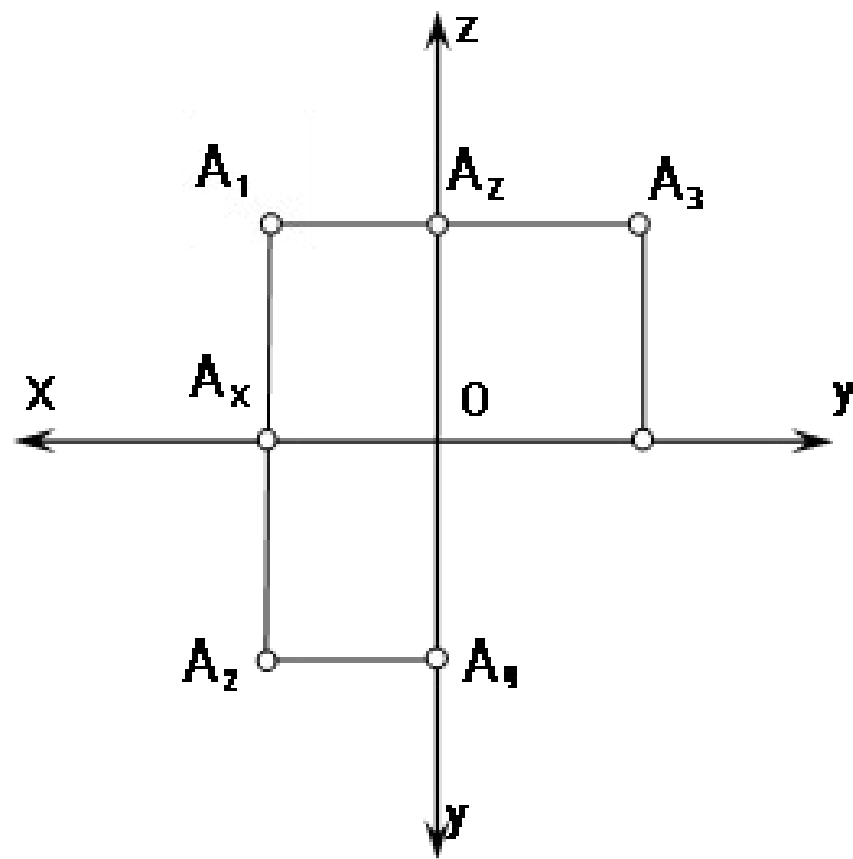
π_2 – горизонтальная плоскость проекций,

π_3 – профильная плоскость проекций,

A_1 – фронтальная проекция точки A ,

A_2 – горизонтальная проекция точки A ,

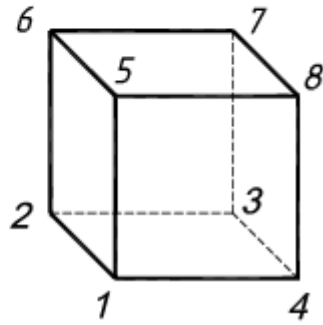
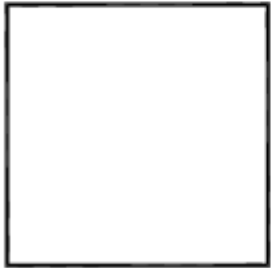
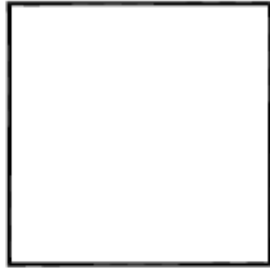
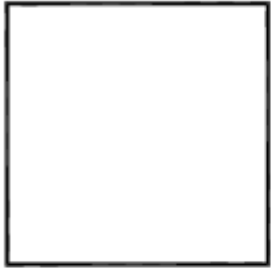
A_3 – профильная проекция точки A .



Развернем плоскость π_2 вокруг оси x так, чтобы она совместилась с плоскостью проекций π_1 , а плоскость проекций π_3 – вокруг оси z , чтобы она также совместилась с плоскостью проекций π_1 . Таким образом пространственный чертеж может быть представлен в плоском виде.

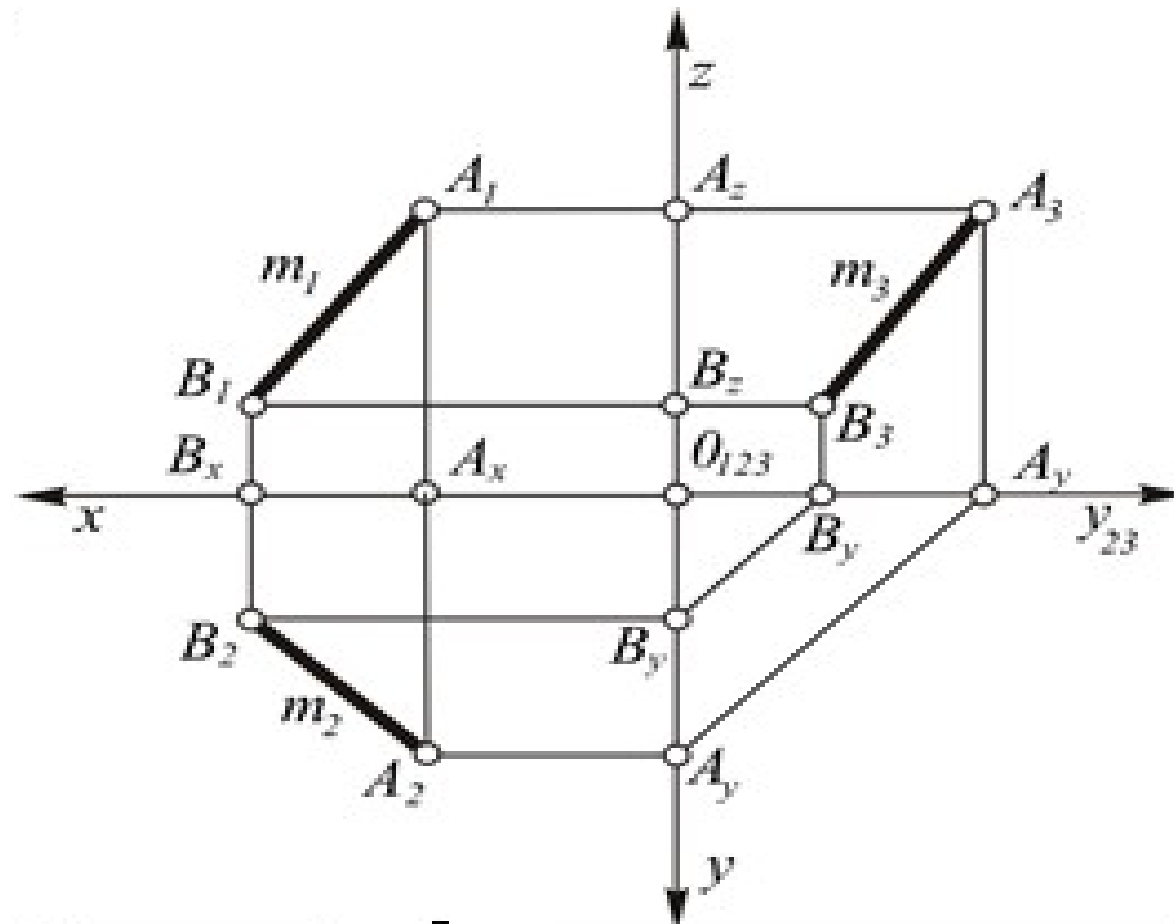
Обозначить вершины куба, показать их видимость

•Куб имеет 8 вершин. На каждой из плоскостей проекций они образуют 4 пары конкурирующих точек



Обозначим вершины куба на горизонтальной проекции. При проецировании на эту плоскость ближе к наблюдателю будет верхняя грань куба, поэтому ее вершины будут видимыми

Прямые общего и частного положения на эпюре Монжа

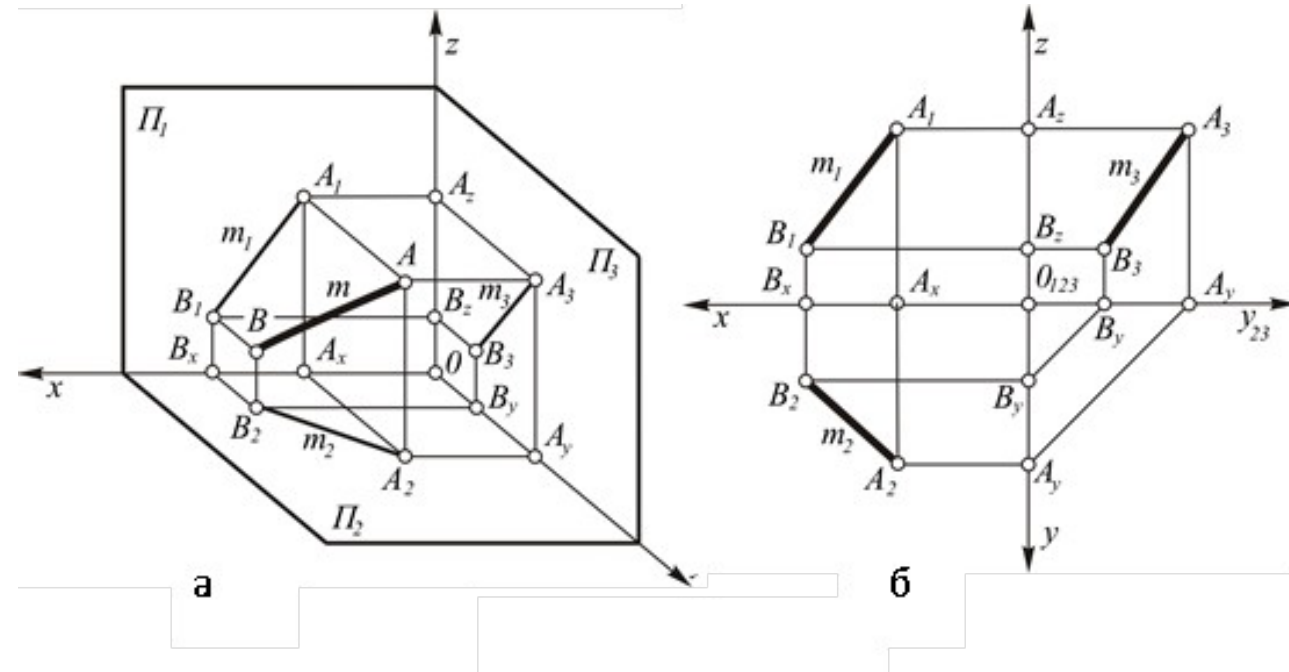


Аксиома. Через две различные точки пространства проходит единственная прямая линия.

Следовательно, положение прямой в пространстве вполне определяется двумя ее точками

Так как прямая m однозначно определяется двумя точками A и B , то ее проекции определяются проекциями этих точек. В силу сохранения свойства принадлежности при проецировании проекции прямой проходят через одноименные проекции точек:

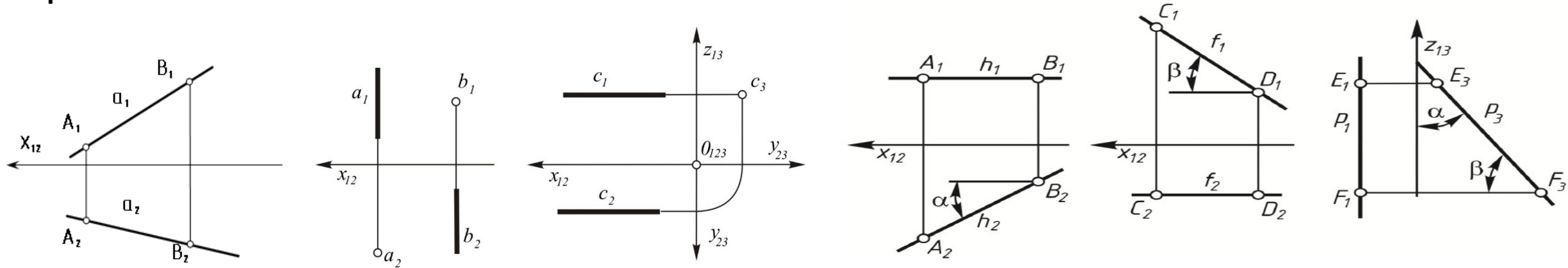
$$m_1(A_1, B_1); m_2(A_2, B_2); m_3(A_3, B_3).$$



Прямая линия может занимать в пространстве различные положения относительно плоскостей проекций П1, П2, П3.

Если прямая не параллельна и не перпендикулярна ни одной из плоскостей проекций, то ее называют **прямой общего положения**.

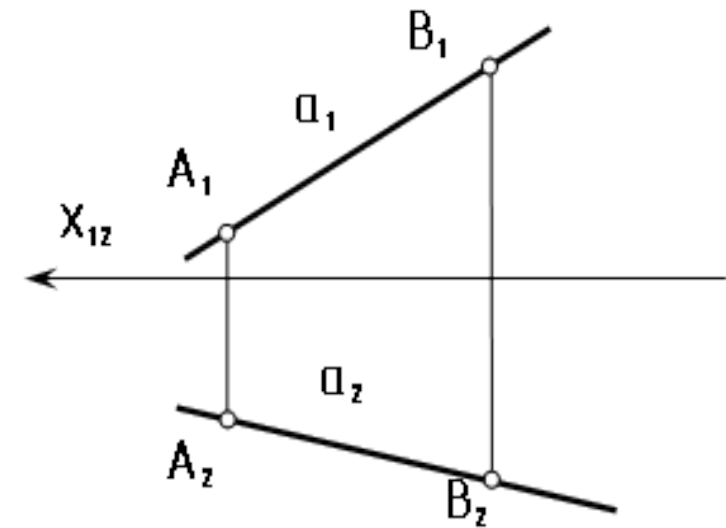
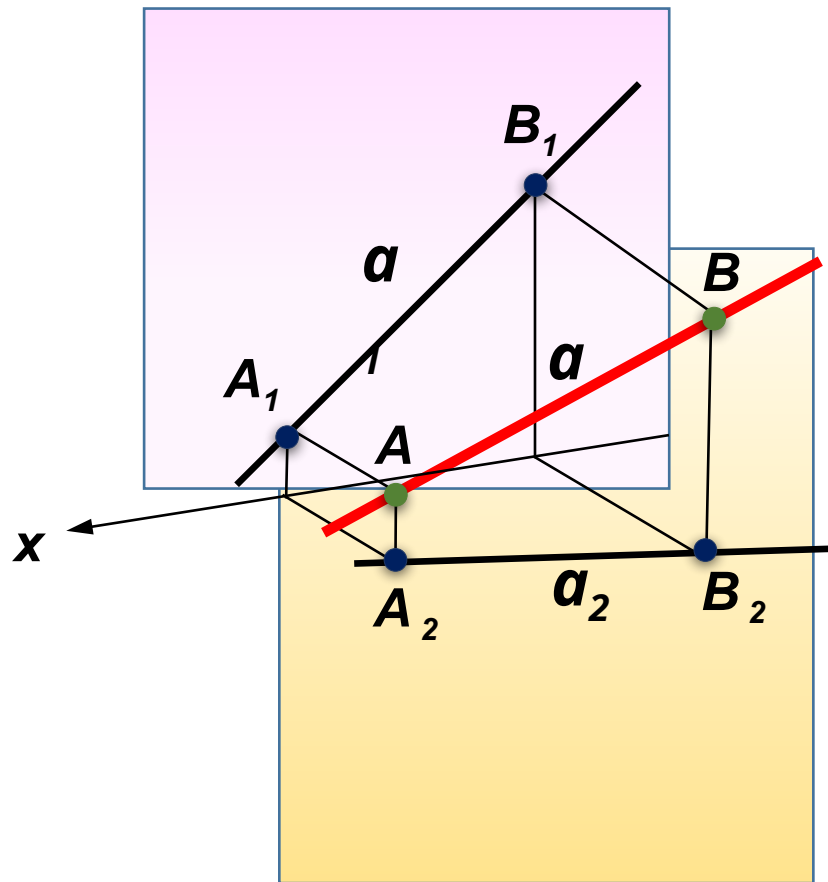
Если прямая параллельна или перпендикулярна какой-либо плоскости проекций, то такую прямую называют **прямой частного положения**.



Подробнее все эти прямые рассмотрим далее

Прямая общего положения

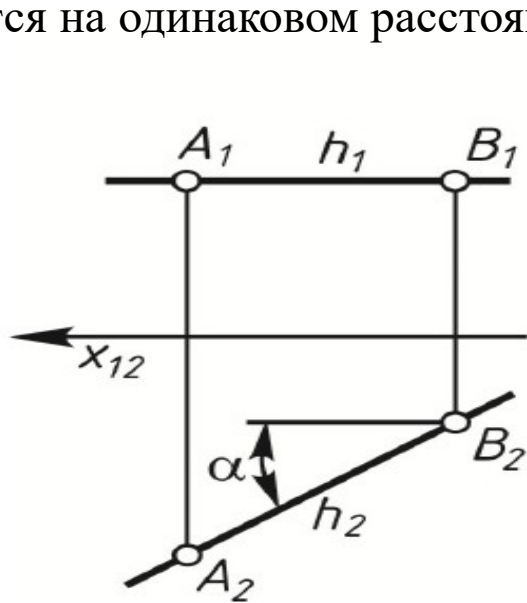
-это прямая, расположенная совершенно произвольно относительно плоскостей проекций.



Прямые уровня

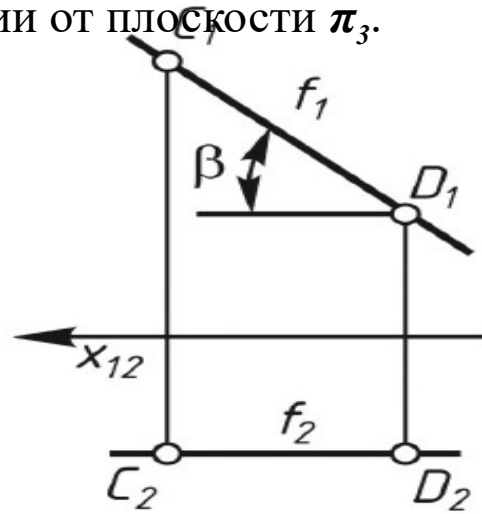
– это прямые, параллельные плоскостям проекций.

- Горизонтальная прямая (**Горизонталь**) – h – это прямая, параллельная горизонтальной плоскости проекций π_2 . Все точки прямой находятся на одинаковом расстоянии от плоскости π_2 ;
- Фронтальная прямая (**Фронталь**) – f – это прямая, параллельная фронтальной плоскости проекций π_1 . Все точки прямой находятся на одинаковом расстоянии от плоскости π_1 ;
- Профильная прямая – p – это прямая, параллельная профильной плоскости проекций π_3 . Все точки прямой находятся на одинаковом расстоянии от плоскости π_3 .



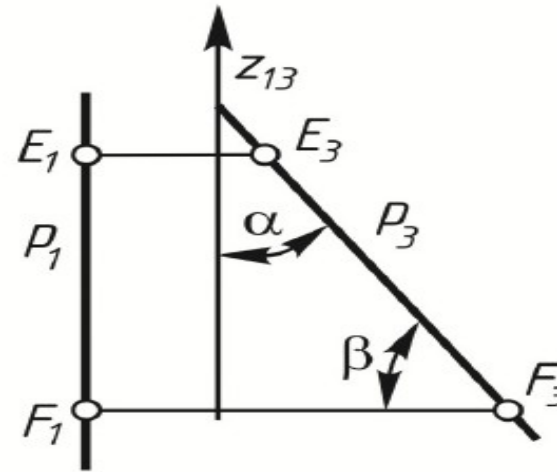
$$|AB| = |A_2B_2|$$

$$\alpha = \hat{h, \pi_1}$$



$$|CD| = |C_1D_1|$$

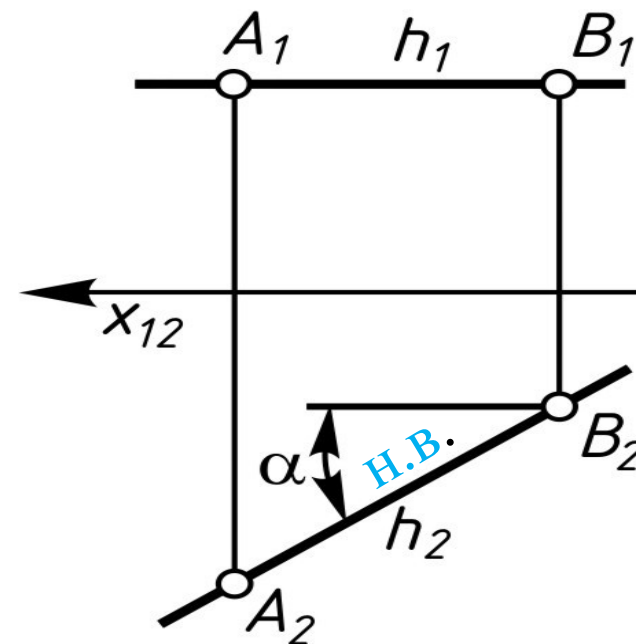
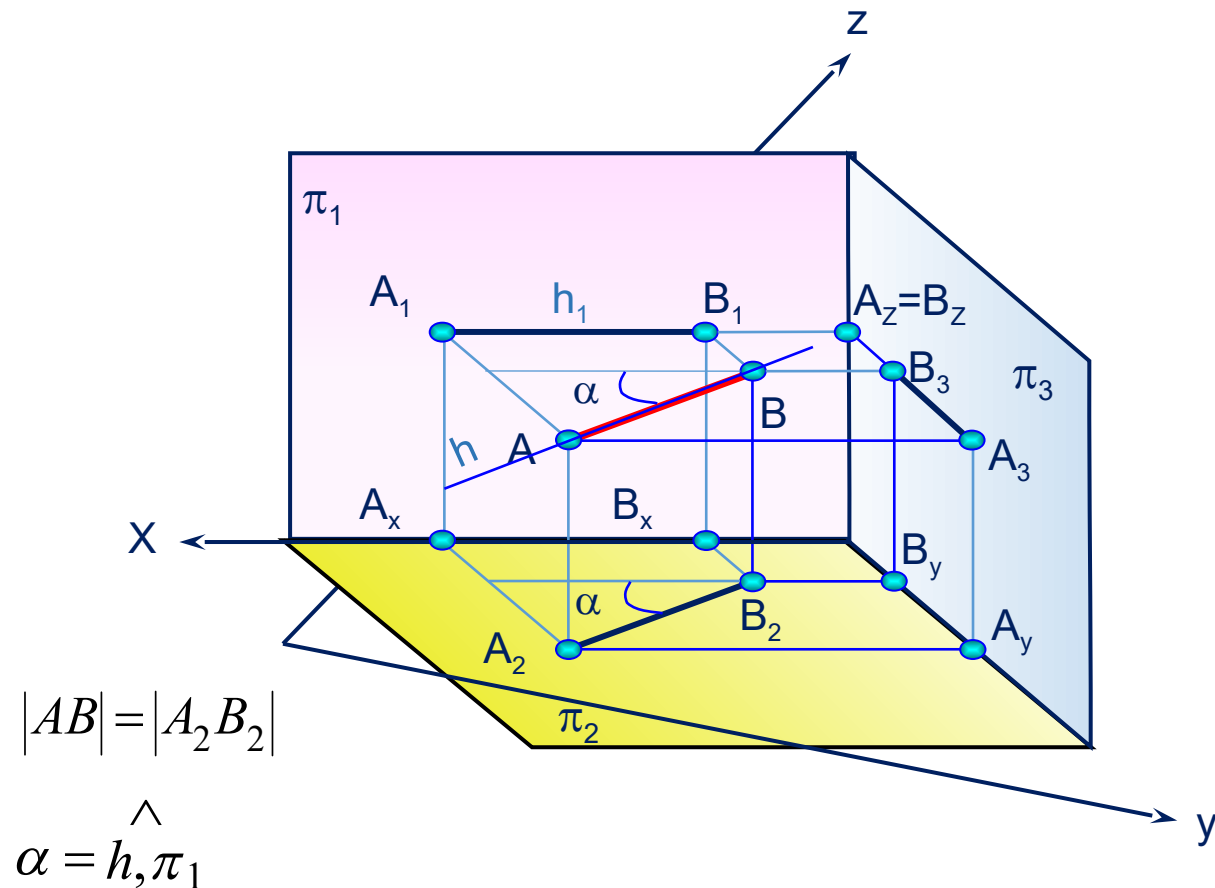
$$\beta = \hat{f, \pi_2}$$



$$|EF| = |E_3F_3|$$

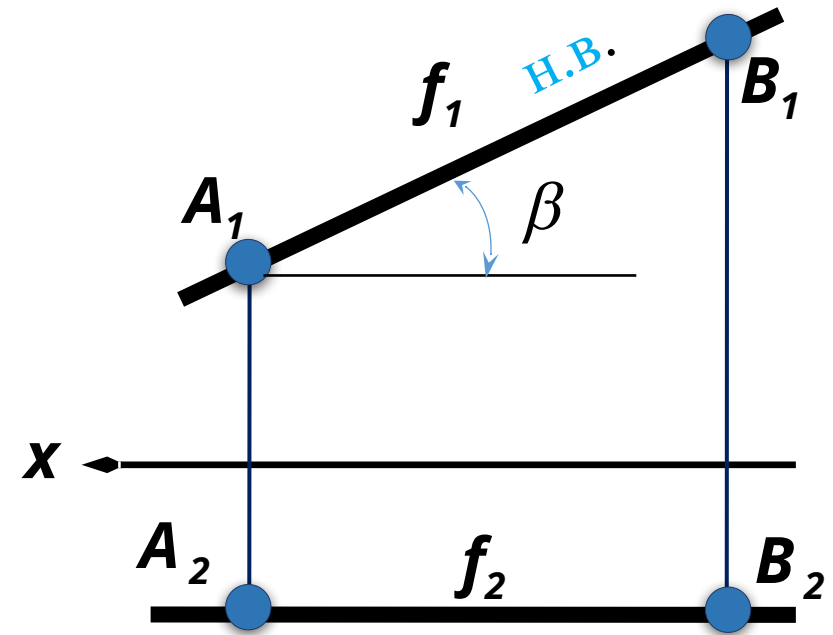
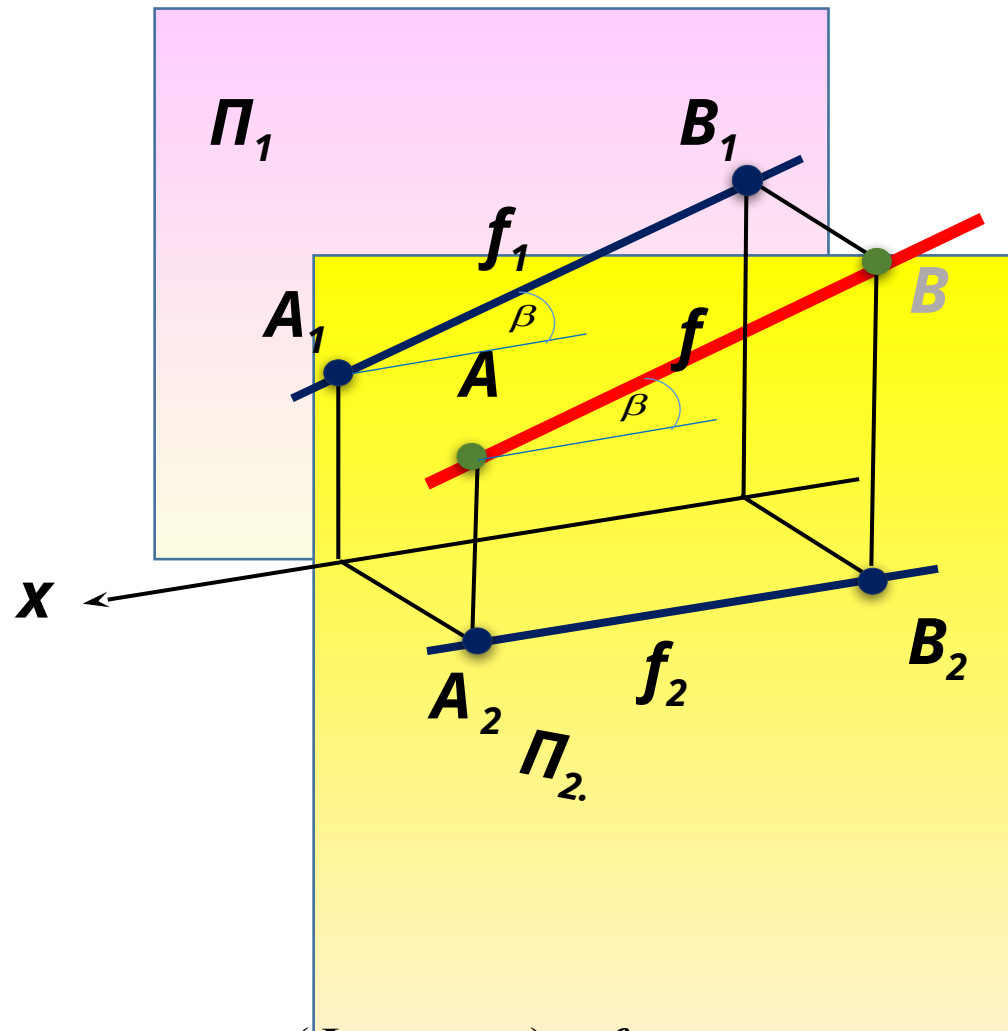
$$\alpha = \hat{p, \pi_1} \quad \beta = \hat{p, \pi_2}$$

Горизонтальная прямая (Горизонталь) – h



- а) Горизонтальная прямая (Горизонталь) – h – это прямая, параллельная горизонтальной плоскости проекций π_2 . Все точки прямой находятся на одинаковом расстоянии от плоскости π_2 ;

Фронтальная прямая (Фронталь) – f

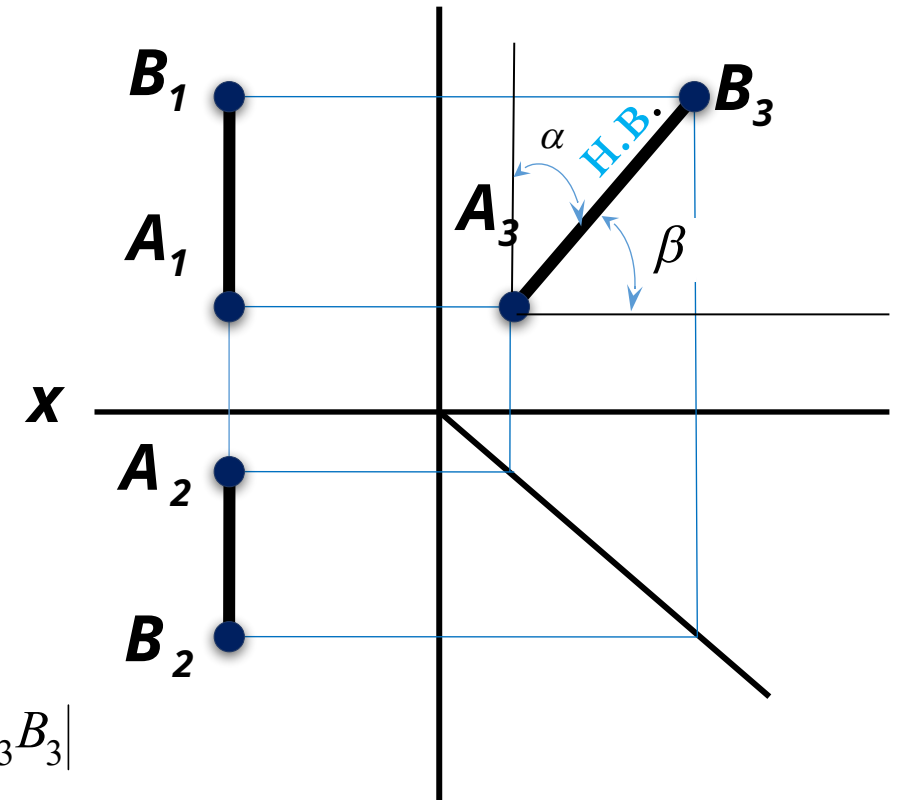
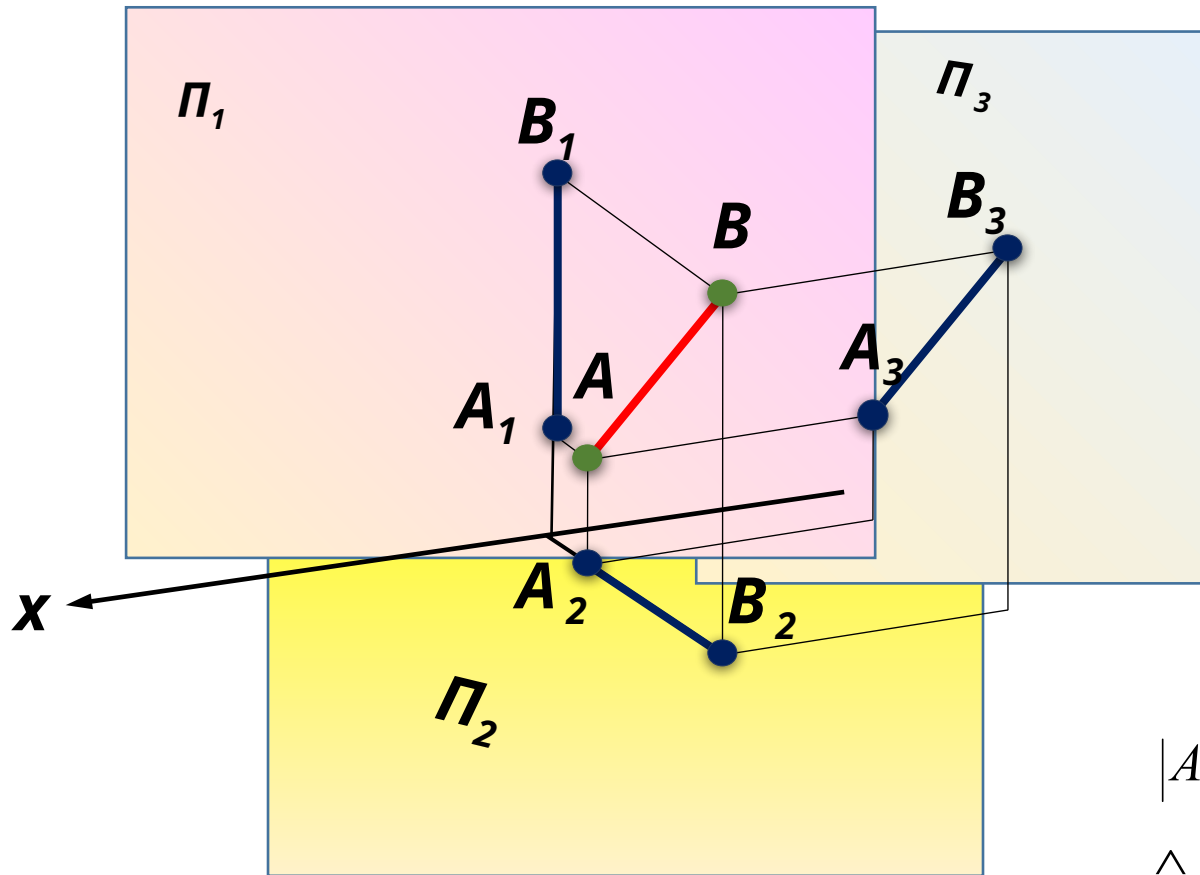


$$|AB| = |A_1B_1|$$

$$\beta = \hat{f, \pi_2}$$

а) Фронтальная прямая (Фронталь) – f – это прямая, параллельная фронтальной плоскости проекций π_1 . Все точки прямой находятся на одинаковом расстоянии от плоскости π_1 ;

Профильная прямая – p



$$|AB| = |A_3B_3|$$

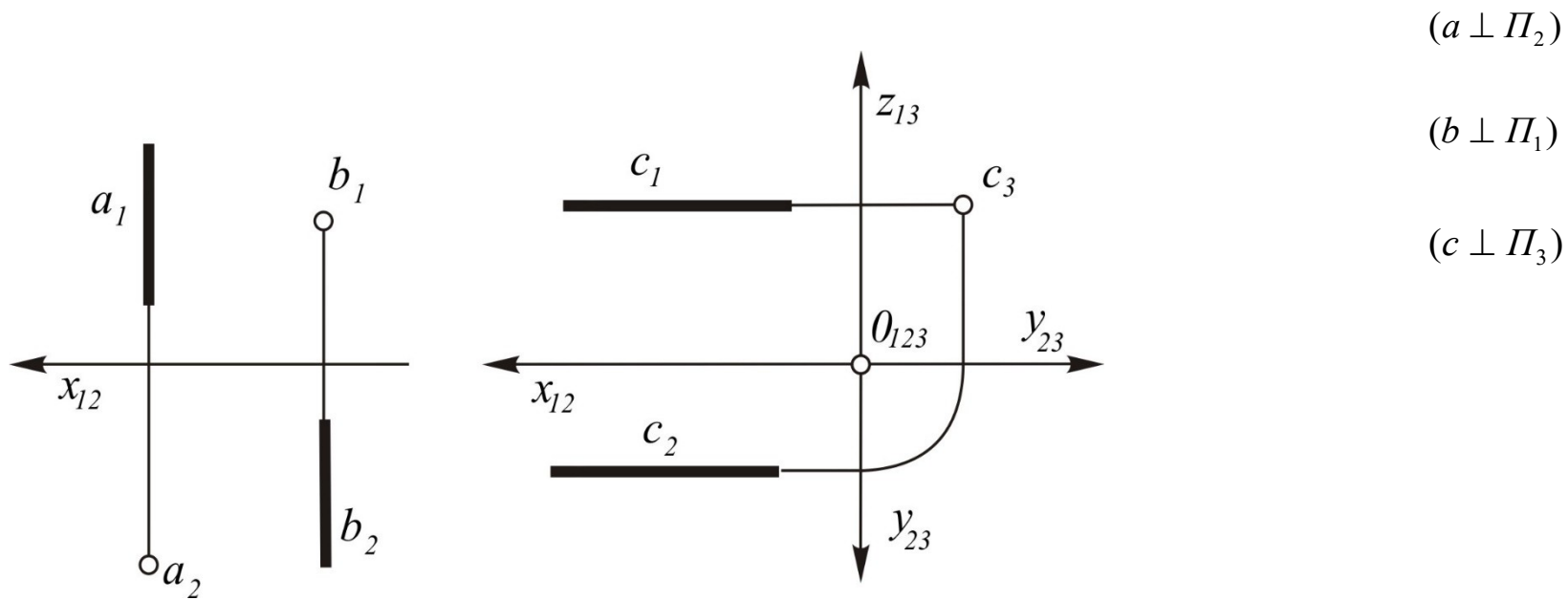
$$\alpha = \hat{p, \pi_1} \quad \beta = \hat{p, \pi_2}$$

Профильная прямая – p – это прямая, параллельная профильной плоскости проекций π_3 . Все точки прямой находятся на одинаковом расстоянии от плоскости π_3 .

Проецирующие прямые

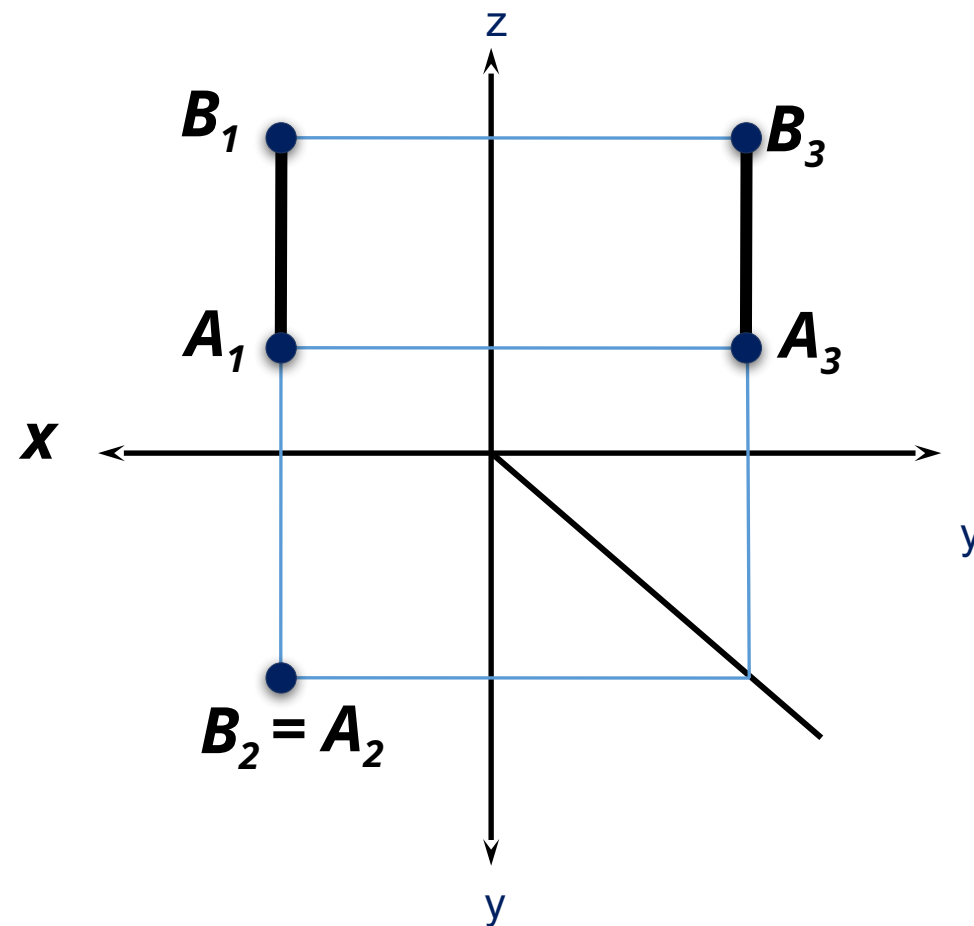
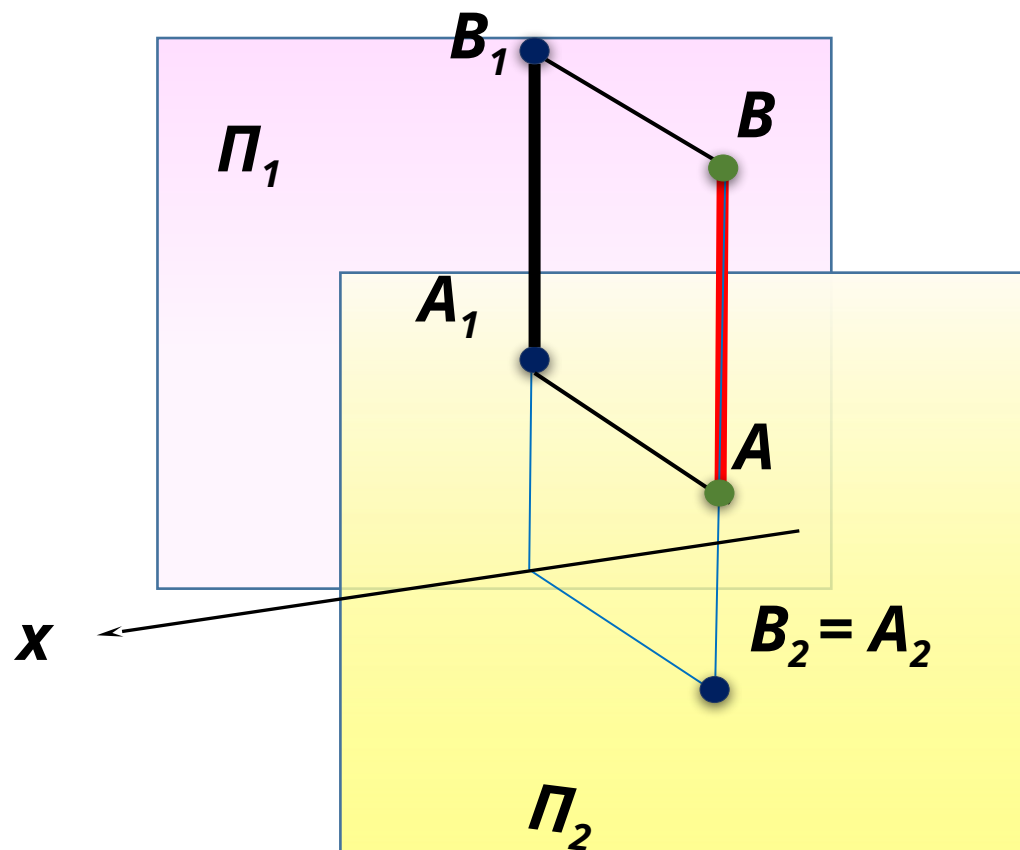
– это прямые, перпендикулярные плоскостям проекций.

- Фронтально проецирующая прямая – это прямая, перпендикулярная фронтальной плоскости проекций π_1 . Фронтальная проекция прямой является точкой.
- Горизонтально проецирующая прямая – это прямая, перпендикулярная горизонтальной плоскости проекций π_2 . Горизонтальная проекция прямой является точкой.
- Профильно проецирующая прямая – это прямая, перпендикулярная профильной плоскости проекций π_3 . Профильная проекция прямой является точкой.



Горизонтально проецирующая прямая – это прямая, перпендикулярная горизонтальной плоскости проекций π_2 .

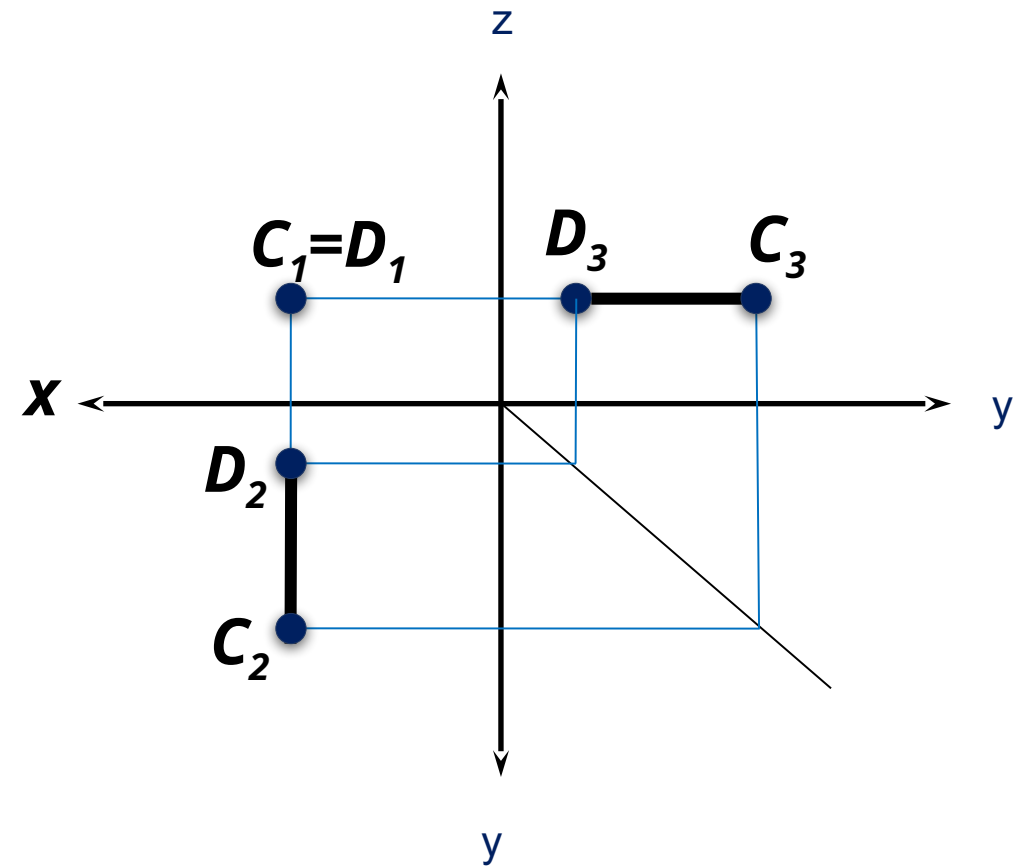
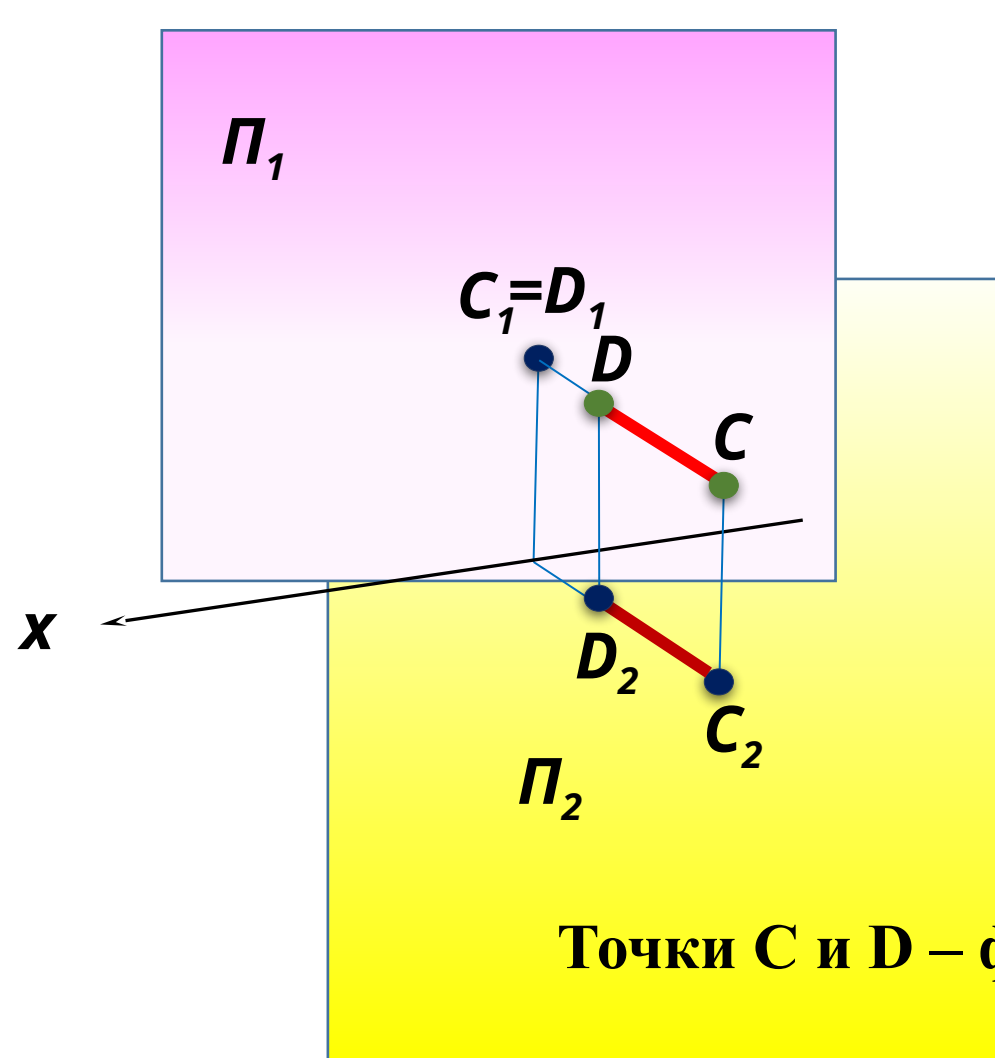
Горизонтальная проекция прямой является точкой



Точки A и B – горизонтально конкурирующие точки (расположены на одной горизонтально-проецирующей прямой)

Конкурирующими точками называются такие **точки** пространства, у которых совпадают какие-либо две одноименные проекции

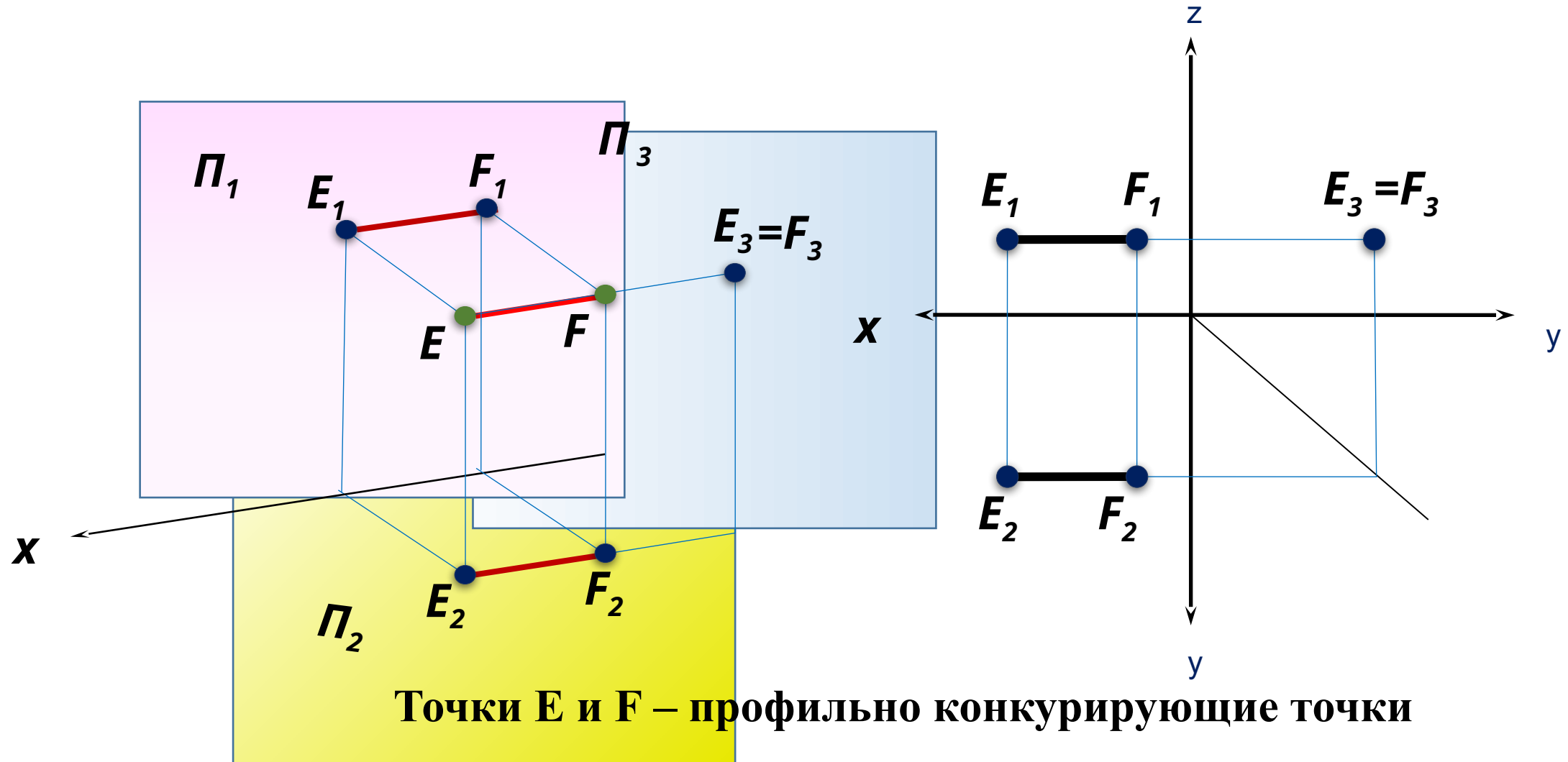
Фронтально проецирующая прямая – это прямая, перпендикулярная фронтальной плоскости проекций π_1 . Фронтальная проекция прямой является точкой.



Точки C и D – фронтально конкурирующие точки

Профильно проецирующая прямая – это прямая, перпендикулярная профильной плоскости проекций π_3 .

Профильная проекция прямой является точкой.

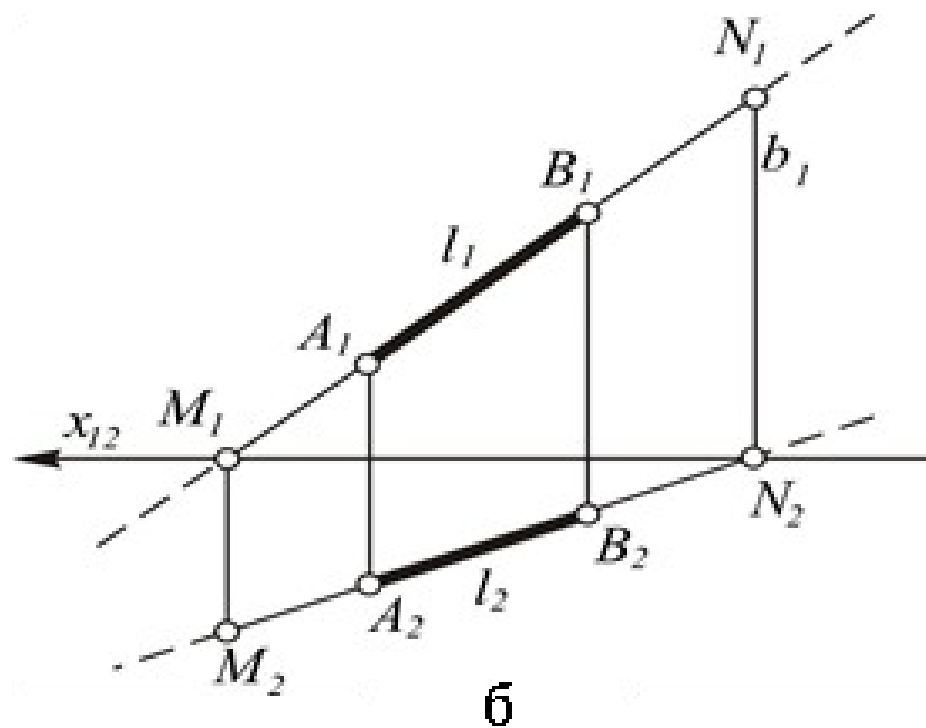
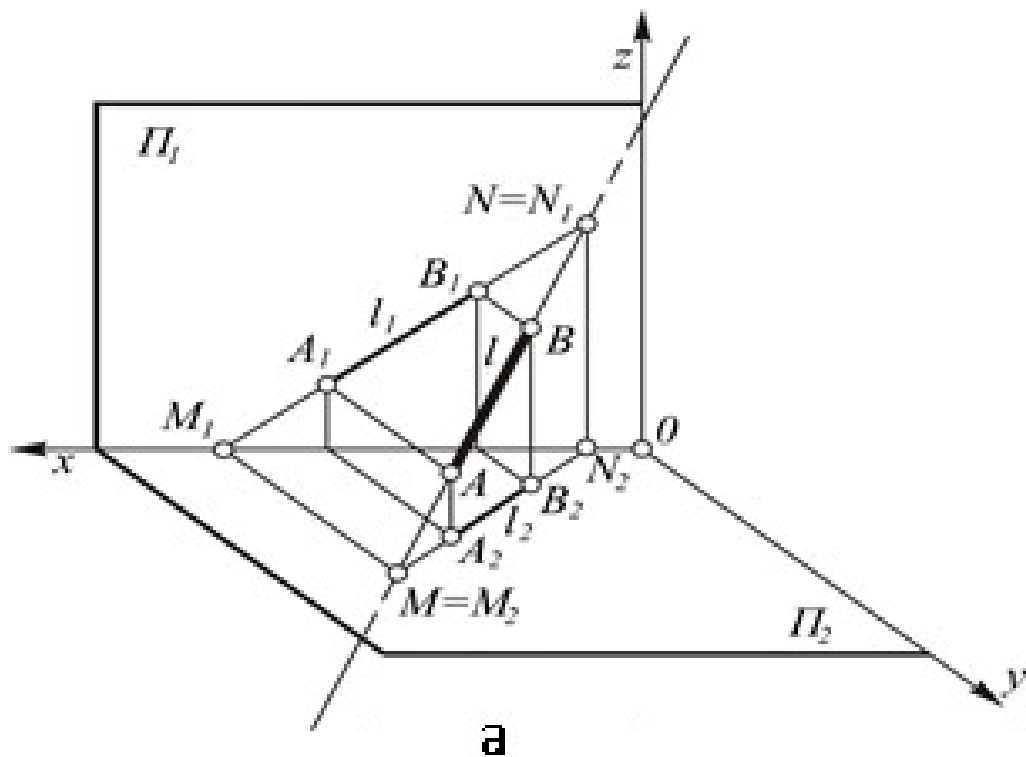


Следы прямой

Точка пересечения прямой с какой-либо плоскостью проекций называется ее следом на этой плоскости проекций.

Апplikата горизонтального следа $M = l \cap \Pi_2$ прямой a равна нулю, поэтому его фронтальная проекция M_1 принадлежит оси x_{12} . Аналогично, фронтальный след $N = l \cap \Pi_1$ имеет ординату, равную нулю, следовательно, его горизонтальная проекция N_2 принадлежит оси x_{12} .

Для построения горизонтального следа M прямой l необходимо продолжить ее фронтальную проекцию до пересечения с осью x_{12} и в этой точке восстановить к оси перпендикуляр до пересечения с горизонтальной проекцией прямой. Для построения фронтального следа N прямой l нужно из точки пересечения горизонтальной проекции ее с осью x_{12} восстановить к оси перпендикуляр до пересечения с фронтальной проекцией прямой.



Спасибо за внимание !