

2-ДӘРІС



Асқарұлы Қыдыр
PhD., қауымдастырылған профессор

2 Қатты дененің ілгерілмелі қозғалысының және материялық нүктенің динамикасы

Динамика – дене қозғалыс заңдылықтарын және осы қозғалысты тудыратын немесе өзгертетін себептерді зерттейтін механиканың бір саласы.

2.1 Ньютонның бірінші заңы – инерция заңы

Егер денеге басқа денелер әсер етпесе немесе олардың тең әсер етушісі нольге тең болса, ол дене өзінің тыныштық күйін немесе бірқалыпты түзусызықты қозғалыс күйін сақтап қалады.

Денелердің тыныштық күйін немесе бірқалыпты түзусызықты қозғалысын сақтау қабілетін инерттілік деп атайды. Сондықтан бірінші заңды инерция заңы деп те атайды, ал басқа денелер әсер етпеген кездегі дене қозғалысы инерция бойынша қозғалу деп аталады.

Механикалық қозғалыс сипаттамасы таңдап алынған санақ жүйесіне байланысты. Ньютонның бірінші заңы кез-келген жүйеде орындалмайтынын тәжірибе көрсетеді. Ньютонның бірінші заңы орындалатын жүйелер инерциалды санақ жүйелері деп аталады.

2.2 Күш. Масса

Күш – денеге басқа денелер жағынан немесе өрістер жағынан механикалық әсер етудің арқасында пайда болатын векторлық шама. Нәтижесінде күштің әсерінен дене өзінің қозғалыс күйін немесе өзінің өлшемін және пішінін өзгертеді.

Өзара әрекеттесу бір-бірімен тікелей түйісетін денелер арқылы, сондай-ақ бір-бірінен қашықта орналасқан денелер арасында гравитациялық және электромагниттік өріс арқылы орындалады.

Денеге әсер ететін бірнеше күшті, олардың геометриялық шамасының қосындысымен анықталатын, *тең әсер етуші* күшпен алмастыруға болады.

Дененің массасы –ілгерілемелі қозғалыс кезіндегі дененің инерттілігін сипаттайтын физикалық шама. Дененің массасы неғұрлым үлкен болса оның қозғалыс күйін өзгерту соғұрлым қиынға соғатыны дәлелденген. Классикалық механикада дене массасының қозғалыс кезінде де, басқа денелермен әсерлесу кезінде де өзгермейтіні дәлелденген. Демек, масса классикалық физикада өзгермейтін шама – инвариант.

2.3 Ньютонның екінші заңы— материялық нүкте динамикасының негізгі заңы

Ньютонның екінші заңы тәжірибе жүзінде анықталды: материялық нүктенің үдеуі оған әсер етуші күшке тура пропорционал және бағыттас, ал нүкте массасына кері пропорционал

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}. \quad (2.1)$$

$m = const$ болғандықтан, Ньютонның заңын былай жазуға болады:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(m \cdot \vec{v}) = \frac{d\vec{p}}{dt}, \quad (2.2)$$

мұндағы $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$ - импульс немесе материялық нүкте қозғалыс мөлшері. Демек, материялық нүктенің импульсінің өзгеру жылдамдығы оған әсер етуші күшке тең.

Динамиканың негізгі заңын мына түрде де жазуға болады:

$$d\vec{p} = \vec{F} dt \quad \text{немесе} \quad \Delta\vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = \int_0^{t_1} \vec{F} dt \quad (2.3)$$

материялық нүкте импульсінің өзгерісі оған әсер етуші күш импульсіне тең.

2.4 Ньютонның үшінші заңы

Материялық нүктелердің бір-біріне тигізген кез-келген әсері өзара әсерлік сипаттамаға ие болады: *екі материялық нүктенің өзара әсер күштері модулдері бойынша тең және оларды қосатын түзу бойымен қарама-қарсы бағытталған болады*

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}. \quad (2.4)$$

Әсер етуші және қарсы әсер етуші күштердің табиғаты бір. Олар әр түрлі материялық нүктелерге әсер еткендіктен бір-бірін теңгермейді. (F_{12} - екінші нүкте жақтан бірінші нүктеге әсер ететін күш, F_{21} - бірінші нүкте жақтан екіншіге әсер ететін күш).

2.5 Қатты дененің ілгерілмелі қозғалыс динамикасының негізгі заңы

Қатты денені - механикалық жүйе ретінде, яғни біртұтас жүйе құратын нүктелер жиынтығы ретінде қарастыруға болады. Механикалық жүйедегі материялық нүктелер арасындағы күштер *ішкі күштер* деп аталады. Материялық нүктелер жүйесіне басқа денелер әсерінен пайда болатын күшті *сыртқы* деп атайды. Сыртқы күш әсері болмайтын механикалық жүйе *тұйық жүйе (оқшауланған)* деп аталады.

Ньютонның екінші және үшінші заңын бірге қолдану жеке нүкте динамикасынан материялық нүктелер жүйесінің динамикасына көшуге мүмкіншілік береді.

Қатты дененің ілгерілмелі қозғалыс динамикасының негізгі заңын мына түрде көрсетуге болады:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}^{\text{сырты}} \quad \text{немесе} \quad \vec{a} = \frac{\vec{F}^{\text{сырты}}}{m}. \quad (2.5)$$

2.6 Импульстің сақталу заңы

Тұйық жүйеге сыртқы күштер әсер етпейді ($\vec{F}^{\text{сырты}} = 0$). Сондықтан да динамиканың негізгі заңынан (2.5) мынадай өрнек келіп шығады:

$$d\vec{p} = 0 \quad \text{немесе} \quad \vec{p} = \sum_{i=1}^n m_i \cdot \vec{v}_i = \text{const}. \quad (2.6)$$

Тұйық жүйедегі материялық нүктелер импульсі уақыт бойынша өзгермейді.

Бұл табиғаттың іргелі заңы. Ол кеңістіктің біртекті болуының салдары: денені тұйық жүйеде параллель көшіргенде оның физикалық қасиеттері өзгермейді.

2.7 Механикалық жүйенің массалар центрі және оның қозғалыс заңдары

Материялық нүктелер жүйесінің массалар центрі (немесе инерция центрі) деп оның ішіндегі C нүктесін аламыз, оның радиус-векторы мынаған тең болады:

$$\vec{r}_{\tilde{N}} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \cdot \vec{r}_i}{m}, \quad (2.7)$$

мұндағы m_i және \vec{r}_i – i нүктесінің массасы және радиус-векторы; $m = \sum_{i=1}^n m_i$ – жүйенің қосынды массасы; n -жүйедегі нүктелердің жалпы саны. C нүктесінің қозғалыс жылдамдығы былай анықталады:

$$\vec{v}_C = \frac{d\vec{r}_C}{dt} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_i \cdot \vec{v}_i = \frac{\vec{\delta}}{m}. \quad (2.8)$$

Демек, жүйе импульсі

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}_c . \quad (2.9)$$

Осы теңдеуді динамиканың негізгі заңына (2.5) қоя отырып, келесі өрнекті аламыз

$$\frac{d}{dt}(m \cdot \vec{v}_c) = \vec{F}^{\text{сырты}} , \quad (2.10)$$

Механикалық жүйенің массалар центрі барлық жүйенің массасы жинақталған, сыртқы күштердің тең әсер етуші векторына тең күш әсерінен материялық нүкте сияқты қозғалады.

Тұйық механикалық жүйедегі массалар центрінің қозғалыс жылдамдығы \vec{v}_c уақыт өтуіне байланысты өзгермейді, ол тыныштық күйде немесе түзусызықты бірқалыпты қозғалыста болады.

2.8 Механикадағы күш түрлері

1) Тартылыс күші (гравитациялық күш)

Бүкіл әлемдік тартылыс заңы бойынша әр түрлі екі материалдық нүктелер бір-біріне белгілі бір күшпен тартылады, ол күш олардың массаларының көбейтіндісіне тура пропорционал (m_1 және m_2) және арақашықтығының r квадратына кері пропорционал

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}, \quad (2.11)$$

мұндағы $\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{H \cdot M^2}{KZ^2}$ - гравитациялық тұрақтылық.

Денені Жерге тарту күші *ауырлық күші* \vec{P} деп аталады. Тек бір ғана ауырлық күшінің әсерінен жоғарыға көтерілген дене жерге құлайды. Осыдан,

$$\vec{P} = m \vec{g}, \quad (2.12)$$

мұндағы m - дене массасы, g - еркін түсу үдеуі.

Егер Жердің өз өсі бойынша күндік айналуын ескермесек, онда ауырлық күші гравитациялық тартылыс күшіне тең болады

$$mg = \gamma \frac{mM}{R_{\text{Ж}}^2}, \quad (2.13)$$

мұндағы M және $R_{\text{Ж}}$ – Жердің массасы мен радиусы (Жер бетіне жақын жерде дене мен Жер центрінің арақашықтығы жуықтағанда оның радиусына тең).

Соңғы теңдеуден g -н анықтап, сан мәндерін қойғанда Жер бетіне жақын нүктелер үшін еркін түсу үдеуінің сан мәні келіп шығады:

$$g = \gamma \frac{M}{R_{\text{Ж}}^2} \approx 9,81 \frac{m}{c^2}.$$

Дене салмағы деп дененің Жерге тартылу күшінің әсерінен тірекке немесе аспаға түсіретін күшті айтамыз.

Ауырлық күші әрқашан әсер етеді, ал салмақ денеге ауырлық күшінен басқа да күштер әсер еткенде пайда болады. Жерге қатысты дененің үдеуі нольге тең болғанда ауырлық күші дененің салмағына тең болады. Ал керісінше болған жағдай $\vec{P} = m(\vec{g} - \vec{a})$, мұндағы \vec{a} - дененің Жерге қатысты үдеуі. Егер дене ауырлық күші өрісінде еркін қозғалатын болса, онда $\vec{a} = \vec{g}$ және дененің салмағы нольге тең болады, яғни дене салмақсыз болады.

2) *Дененің үйкеліс күші* дене беті басқа денемен үйкелетін болса пайда болады:

$$F_{\text{үйк}} = kN \quad (2.14)$$

Мұндағы k - бір-бірімен үйкелетін дененің табиғатына байланысты пайда болатын дененің үйкеліс коэффициенті, N - үйкелетін беттерді бір-біріне қысатын нормаль (перпендикуляр) қысым күші. Үйкеліс күші үйкелетін беттерге жанама бойлап бағыттталып дене қозғалысына қарама-қарсы бағыттталған болады.

3) *Серпімділік күші* деформацияланған денелердің бір-біріне әсерінен пайда болады. Ол дене бөлшектерінің тепе-теңдік жағдайынан ауытқу шамасына x пропорционал және тепе-теңдік жағдайға қарай бағыттталған. Оған серіппенің созылу немесе сығылу кезіндегі деформацияның серпімділік күші мысал болады:

$$F = -kx, \quad (2.15)$$

мұндағы k - серіппенің қатаңдығы; x - серпімділік деформациясы.

2.9 Энергия, күш жұмысы, қуат

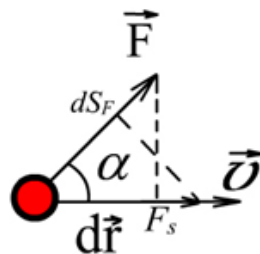
Энергия – әр түрлі қозғалыс кезіндегі материяның күйін сипаттайтын шама. Материяның әр түрлі қозғалысымен әр түрлі энергияларды байланыстырады. Олар: механикалық, жылулық, электромагниттік және т.б.

Дененің механикалық қозғалысының өзгерісі, сонымен қатар осы қозғалыстың энергиясы, оған әсер ететін басқа денелер күшінің әсерінен болады. Осы күштер жұмыс атқарады. *Күш жұмысы* қозғалыстың берілу шамасымен немесе бір денеден екінші денеге өтетін энергия шамасымен сипатталады.

$$\delta A = (\vec{F} \cdot d\vec{r}) = F \cdot |d\vec{r}| \cdot \cos \alpha = F \cdot dS \cdot \cos \alpha = F_S \cdot dS \quad (2.16)$$

мұндағы $dS = |d\vec{r}| \cdot dt$ аз уақыт аралығындағы орын ауыстыру;

α - нүктеге F әсер күшінің бағыты мен $d\vec{r}$ орын ауыстыруының бағыты арасындағы бұрыш, $F_S = F \cos \alpha$ - \vec{F} күшінің $d\vec{r}$ бағытына проекциясы (немесе \vec{v}); $dS_F = dS \cdot \cos \alpha$ - $d\vec{r}$ орын

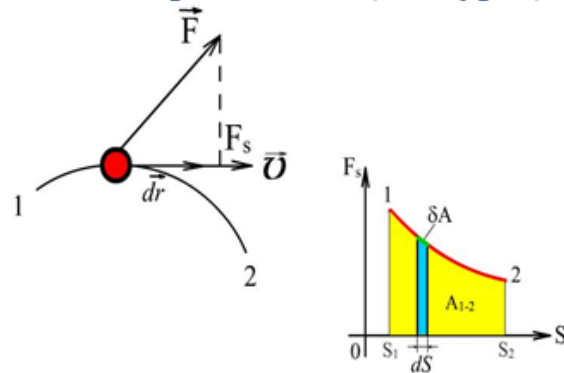


2.1-сурет. Жұмыс ауыстыруының \vec{F} күшіне бағытталған проекциясы (2.1-сурет).

Дене 1 нүктеден 2 нүктеге дейінгі траектория бойында \vec{F} күштің A_{1-2} жұмысы осы траекториядағы барлық шексіз кіші элементар жұмыстардың алгебралық қосындысына тең:

$$A_{1-2} = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{S_1}^{S_2} F_S \cdot dS = \int_{S_1}^{S_2} F \cdot dS_F \quad (2.17)$$

Егер $F_S = f(S)$ тәуелділігі графиктік түрде берілсе (2.2-сурет), жұмыс A_{1-2} штрихталған фигураның ауданымен анықталады.

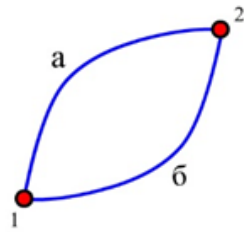


2.2-сурет. Жұмыстың графиктік анықтамасы

Жұмыс жасайтын күштер екіге бөлінеді: консервативті және консервативті емес.

Егер күштің жұмысы дененің бастапқы және соңғы күйімен ғана анықталатын болса, яғни оның траекториясына тәуелді болмаса, мұндай күштерді *консервативті (потенциалды)* деп атайды, олар үшін жұмыс әр түрлі жолдарда бірдей болады.

$$A_{1-a-2} = A_{1-b-2} = A_{1-2}$$



2.3-сурет.

1 нүкт. 2 нүкт.
орын
ауыстырған
кездегі
потенциалдық
күштің
жұмысы

Мұндағы A_{1-a-2} және A_{1-b-2} - нүкте 1 орыннан 2 орынға $1-a-2$ және $1-b-2$ траекториялары бойынша орын ауыстырған кездегі потенциалды күштің жұмысы (2.3-сур.). Нүктенің қарама-қарсы бағыттағы қозғалысы проекциялық күштің F_s бағытын өзгертеді және оның жұмысының таңбасы өзгереді: $A_{2-b-1} = -A_{1-b-2}$. Сондықтан да потенциалды күштің тұйық $1-a-2-b-1$ траекториядағы жұмысының қосындысы нөлге тең.

$$(A_{1-a-2-b-1} = A_{1-a-2} + A_{2-b-1} = A_{1-a-2} - A_{1-b-2} = 0).$$

1-ші және 2-ші нүкте және тұйықталған $1-a-2$ және $1-b-2$ траекториялары еркін таңдалған. Сондықтан, *әр түрлі тұйық траекториядағы нүктенің потенциалды күшінің толық жұмысы нөлге тең.*

$$\oint_L \vec{F} \cdot d\vec{r} = 0. \quad (2.18)$$

Потенциалды (консервативті) күшке ауырлық күшін, электр зарядтарының өзара әсерлесу күшін, серіппенің серпімділік күшін жатқызуға болады.

Егер күш әсері нәтижесінде тұйық жүйені кез-келген орын ауыстыруда атқарылған қосынды жұмыс теріс болса, мұндай күштер диссипативтік кедергі күштері *консервативті емес (потенциалды емес)* деп аталады (мысалы, үйкеліс күштері). Олардың әсерінен жүйенің механикалық энергиясының бір бөлігі энергияның басқа түріне, мысалы жылулық энергиясына ауысады. Егер материалдық нүктеге бір уақытта бірнеше күш әсер етсе $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$, онда олардың dt уақыт ішінде қорытынды жұмысы әр күш атқаратын жұмыстың алгебралық қосындысына тең.

$$\delta A = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i \cdot d\vec{r}_i = \vec{F} \cdot d\vec{r}, \quad (2.19)$$

$d\vec{r}$ - нүктенің dt уақыт бойынша радиус-векторының өзгерісі, $\vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$.

Атқарылған жұмыстың жылдамдығын сипаттау үшін *қуат* деген ұғым енгіземіз:

$$N = \frac{\delta A}{dt} = \frac{\vec{F} \cdot d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}. \quad (2.20)$$

2.10 Денелер жүйесінің механикалық энергиясы

Механикалық энергия дененің немесе денелер жүйесінің механикалық жұмыс атқару қабілетін сипаттайды. Механикалық энергияның екі түрі бар: кинетикалық E_K және потенциалдық E_{II} . Олардың қосындысы жүйедегі толық механикалық энергияны E береді.

$$E = E_K + E_{II}. \quad (2.21)$$

Механикалық жүйенің кинетикалық энергиясы E_K деп осы жүйедегі механикалық қозғалыстың энергиясын айтамыз. Массасы m болатын, v жылдамдықпен қозғалып келе жатқан дене келесі кинетикалық энергияға ие болады

$$E_K = \frac{m \cdot v^2}{2}. \quad (2.22)$$

E_K -ның шамасы жүйе бөлшектерінің осы жылдамдықтардың мәндерін қалай алғанына байланысты емес. Басқаша айтсақ, жүйенің кинетикалық энергиясы механикалық қозғалыс күйінің функциясы болады.

Кинетикалық энергия дене қозғалысының өлшемі болып, ол дене басқа денелермен әсерлескенде жасалатын жұмыс шамасын анықтайды.

Потенциалдық энергия – жүйе бөлшектерінің өзара орналасуы мен олардың сыртқы күш өрістерінде орналасуына байланысты болатын жүйенің механикалық энергиясының бір түрі.

Денелер жүйесінің бір-біріне байланысты орын ауыстыруы нәтижесінде пайда болатын жүйенің потенциалдық энергиясының өзгеруі сыртқы немесе ішкі күштер әсерінен пайда болады. Демек, потенциалдық энергияның өзгеруі жүйенің жылдамдығын өзгертпей оны бір орыннан екінші орынға ауыстырудағы консервативті күштердің жұмысына тең. Шамалары тек қана өзара әсерлесетін денелердің ара қашықтығына тәуелді күштердің консервативті екендігін дәлелдеуге болады. Мысалы, жүйелердің ішкі күштері: ауырлық күші $F = mg$, мұндағы $g = \gamma \frac{M}{(R_3 + h)^2}$; серіппенің серпімділік күші $F = -kx$; бүкіл әлемдік тартылыс күші $F = \gamma \frac{m_1 \cdot m_2}{R^2}$; электр зарядтарының өзара әсерлесу күштері $F = k \frac{q_1 \cdot q_2}{R^2}$ консервативті күштерге жатады.

Егер жүйедегі денелерге қозғалу мүмкіндігін берсе, онда дене ішкі күштердің әсерінен жұмыс жасайды, ал ол жұмыс жүйенің потенциалдық энергиясы болады:

1) массасы m болатын h биіктікке көтерілген дененің потенциалдық энергиясы

$$E_n = mgh ; \quad (2.23)$$

2) x шамасына керілген серіппенің потенциалдық энергиясы

$$E_n = \frac{kx^2}{2} ; \quad (2.24)$$

3) Бір-бірінен R қашықтықта орналасқан массалары m_1 және m_2 болатын денелердің өзара әсерлесуі кезіндегі потенциалдық энергиясы

$$E_n = \gamma \frac{m_1 \cdot m_2}{R} ; \quad (2.25)$$

4) Бір-бірінен R қашықтықта орналасқан зарядталған q_1 және q_2 зарядтары бар екі дененің бір-біріне әсері кезіндегі потенциалдық энергия

$$E_n = k \frac{q_1 \cdot q_2}{R} . \quad (2.26)$$

2.11 Механикалық энергияның сақталу заңы

Консервативті жүйедегі толық механикалық энергия уақыт бойынша өзгермейді.

$$E_k + E_n = E = const . \quad (2.27)$$

Жүйенің энергиясы бір түрден екінші түрге өтіп, жүйе бөлшектерінің арасына бөлінеді бірақ, жүйенің толық энергиясының өзгерісі барлық процесте де осы жүйеге сырттан алынған энергияға тең болады. Бұл табиғаттың іргелі заңының бірі. Бұл заң табиғатта уақыттың біртектілігінен келіп шығатын салдар болып, уақыттың бастапқы мезетіне салыстырғанда физикалық заңдардың инвариант (өзгермейтіндігін) екендігін көрсетеді.

Бақылау сұрақтары:

1. Қай санақ жүйесінде Ньютонның заңдары орындалады?
2. Күш дегеніміз не, оған сипаттама беріңіз?
3. Импульстың сақталау заңы дегеніміз не? Қандай жүйеде ол орындалады? Ол неге табиғаттың негізгі заңы болып есептелінеді?
4. Механикалық жұмыс және энергияға анықтама беріңіз және олардың арасындағы байланысты көрсетіңіз.
5. Механикалық энергияның түрлерін атаңыз және олардың формулаларын жазыңыз.