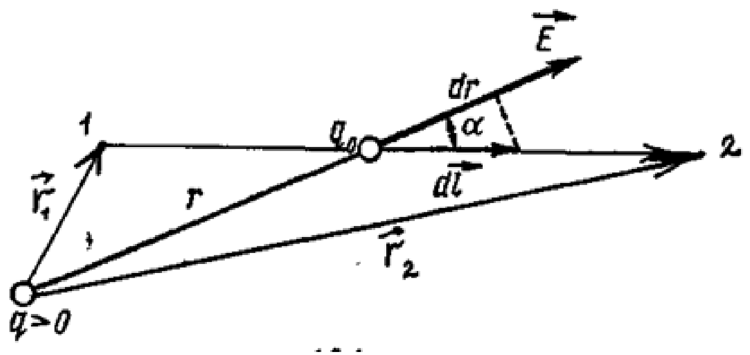
2-ДӘРІС

Асқарұлы Қыдыр
PhD., қауымдастырылған профессор

Электрстатикалық өрістердің қасиеттері

1. Электрстатикалық өрісте заряд орын ауыстырғанда орындалатын жұмыс. Нүктелік q зарядының өрісінде екінші нүктелік заряд q_0 1-ші нүктеден 2-ші нүктеге қайсыбір траекториямен қозғалсын (12.1-сурет).



12.1-сурет. Электр өрісінің жұмысы

Орындалатын элементар жұмыс $dA = \vec{F}\cdot d\vec{r} = F\cdot d\ell\cdot\cos\alpha = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{qq_0}{r^2}\cdot d\ell\cdot\cos\alpha$,

$d\ell\cdot\cos\alpha = dr$ болғандықтан, $dA = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{qq_0}{r^2}dr$ болады. q_0 зарядын 1-ші нүктеден 2-ші нүктеге дейін орын ауыстырғанда орындалатын жұмыс:

$$A_{12} = \frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{qq_0}{r_1} - \frac{qq_0}{r_2}\right), \qquad (12.1)$$

мұндағы r_1 мен r_2 - q зарядынан қозғалушы q_0 орналасқан бастапқы және соңғы нүктелерге дейінгі қашықтықтар.

Осыған сәйкес (11.1) теңдігінен электростатикалық өрісте жұмыс зарядтың жүріп өткен жолының траекториясына байланысты емес екендігін және тек қана 1-ші мен 2-ші нүктелердің орнымен анықталатынын көруге болады. Олай болса, бұл электрстатикалық өріс *потенциалды,* электрлік күштер *консервативті* болады деген сөз. Егер q_0 бірнеше нүктелік зарядтардың өрісінде қозғалатын болса, оған суперпозиция принципі бойынша, $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_3 \ldots \vec{F}_n$ күші әсер еткендіктен, атқарылатын жұмыс әр күш жұмыстарының алгебралық қосындысына тең, яғни

$$A = A_1 + A_2 + \ldots + A_n = \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i q_0}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{1}{r_{i1}} - \frac{1}{r_{i2}} \right), \qquad (12.2)$$

бұл жердегі r_{i1} мен r_{i2} мөлшері q_i зарядтан q_0 орналасқан бастапқы және соңғы нүктелерге дейінгі қашықтық. Жоғарыдағы (12.2) формуладан туындайтын тағы бір қорытынды –электрстатикалық өрісте зарядтың тұйық контурдың бойымен орын ауыстыру жұмысының нөлге теңдігі, яғни $\oint dA = 0$ болуы. Егер қозғалушы зарядты бірлік өлшемді зарядқа тең деп алсақ, онда (12.2) теңдіктен:

$$\oint_L \vec{E} \cdot \vec{d\ell} = \oint_L E \cdot d\ell \cdot \cos\left(\vec{E} \cdot \vec{d\ell} \right) = 0, \text{ немесе } \qquad \oint_L \vec{E}\, \vec{d\ell} = 0. \qquad (12.3)$$

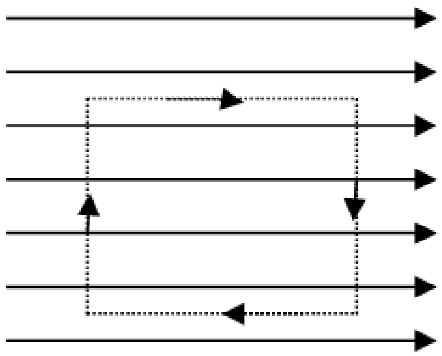
Бұл интеграл электрстатикалық өрістің кернеулік векторының тұйық контур бойымен *циркуляциясы* деп аталады.

$\vec{E}$ векторының циркуляциясы теоремасынан бірнеше маңызды қорытындылар шығаруға болады:

1) электрстатикалық өріс $\vec{E}$ кернеулігінің күш сызықтары тұйық болуы мүмкін емес

Шындығында да, егер $\vec{E}$ векторының қандай да бір сызығы тұйық болса, онда осы сызық бойымен $\vec{E}$ векторының циркуляциясын алсақ (12.3) теориямен қарама-қайшылыққа келуші едік.

2) 12.2-суретте көрсетілген түрдегі электрстатикалық өрістің болуы мүмкін емес.



12.2-сурет.Электрстатикалық өрістің күш сызықтары тұйықталған болуы мүмкін емес

Егерде 12.2-суретте көрсетілген үзік-үзік сызықтарға $\vec{E}$ векторының циркуляциясы теоремасын қолданса, онда ол нөлден ерекше болады, ал ол теоремаға қарама-қайшы келеді.

2. Электрстатикалық өріс потенциалы. Потенциалдық өрістегі консервативтік күштер жұмысы потенциалдық энергияның кемуі нәтижесінде орындалатынын ескере отырып, (12.1) теңдеуін былай жазуға болады:

$$A_{12} = W_{p1} - W_{p2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq_0}{r_1} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq_0}{r_2}. \qquad (12.4)$$

Демек, q_0 зарядының q заряды өрісіндегі потенциалдық энергиясын:

$$W = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq_0}{r} + C$$

(12.5)

деп алуға болады. Бұл формуладағы С-тұрақтысын потенциалдық энергияның шексіздіктегі мәні нөлге тең болуы шартынан табуға болады. Осыған сәйкес q_0 зарядының q өрісіндегі потенциалдық энергиясы:

$$W = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq_0}{r}, \qquad (12.6)$$

не екінші жағынан соңғы формуланы q_0-дің өрісінде орналасқан q зарядының энергиясы деп те есептеуге болады.

(12.6) өрнегінен берілген нүктедегі $\frac{W}{q_0}$ қатынасының q_0-дің мөлшеріне байланысты емес екені байқалады. Сондықтан бұл қатынас - электрстатикалық өрістің энергетикалық сипаттамасы бола алады. Оны өрістің *потенциалы* деп атайды:

$$\varphi = \frac{W}{q_0}. \qquad (12.7)$$

Бұл формуладан, электрстатикалық өрістің берілген нүктесіндегі потенциалы - сол нүктеде орналасқан бірлік өлшемдегі оң зарядтың потенциалдық энергиясына тең деген қорытынды шығады. Келтірілген (12.6) және (12.7) өрнектерінен нүктелік зарядтың потенциалы

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

(12.8)

екені шығады. Зарядты өрістің бір нүктесінен оның екінші нүктесіне дейін орын ауыстырғанда орындалатын жұмысты (12.8) теңдігін ескере отырып, төмендегідей түрде жазуға болады:

$$A = q_0(\varphi_1 - \varphi_2). \qquad (12.9)$$

Бұдан көретініміз, орындалатын жұмыс орын ауыстырушы зарядтың мөлшері мен электрстатикалық өрістің заряд орналасатын бастапқы және соңғы нүктелерінің потенциалдар айырымының көбейтіндісіне тең болады екен. Егер өрісті бір ғана заряд емес, бірнеше $q_1, q_2, ..., q_n$ зарядтар құрайтын болса, онда (12.9) формуласы бойынша, осы өрісте орналасқан q_0 -дің потенциалдық энергиясы

$$W = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{n} \frac{q_1 q_2}{r_i}, \qquad (12.10)$$

бұдан нүктедегі ізделініп отырған потенциал

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{r_i} \qquad (12.11)$$

болады. Жоғарыдағы (12.10) теңдігімен салыстырғанда, (12.11) өрнегінен зарядтар системасының берілген нүктедегі потенциалы - ол өрістегі әрбір заряд потенциалдарының алгебралық қосындысына тең болатындығы байқалады.

Егер зарядтардың берілген көлемдегі тығыздығы ρ болса, онда (12.11) теңдігін төмендегідей түрде жазуға болады:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{\rho \cdot dV}{r} \quad . \qquad (12.12)$$

Бұл интеграл зарядтар орналасқан кеңістікті толық қамтиды. Егер зарядтар берілген бір бетте σ беттік тығыздықпен орналасса, онда:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{\sigma \cdot dS}{r}, \qquad (12.13)$$

мұндағы σ - зарядтың беттік тығыздығы; dS - беттік аудан S -тің элементі.

3. Кернеулік векторы $\vec{E}$ мен потенциал φ арасындағы байланыс. q_i заряды туғызатын электр өрісінде q_0-ші заряды x осінің бойымен dx қашықтыққа орын ауыстырғанда орындалатын жұмыс $dA = q_0 E_x dx$ болсын. Екіншіден, бұл жұмыс $dA = -q_0 d\varphi$ болады. Олардың оң жақтарын теңестіргенде:

$$E_x = -\frac{\partial\varphi}{dx} \quad . \qquad (12.14)$$

Дәл осылай y және z өстерін қарастыра отырып, $\vec{E}$ векторының төмендегідей өрнегіне келеміз

$$\vec{E} = -\left(\frac{d\varphi}{dx}\vec{i} + \frac{d\varphi}{dy}\vec{j} + \frac{d\varphi}{dz}\vec{k}\right) \quad , \; (12.15)$$

мұндағы $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ - x, y, z – координат осьтері бойымен бағытталған бірлік векторлар.

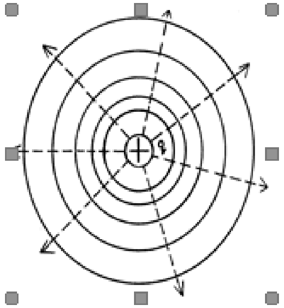
Градиент туралы анықтамадан:

$$\vec{E} = -grad\varphi \quad \text{немесе} \quad \vec{E} = -\vec{\nabla}\cdot\varphi, \quad (12.16)$$

мұндағы $\vec{\nabla} = \frac{d}{dx}\vec{i} + \frac{d}{dy}\vec{j} + \frac{d}{dz}\vec{k}$ - Гамильтон операторы (набла операторы). (12.16) бойынша - кернеулік $\vec{E}$ теріс таңбамен алынған потенциалдың градиентіне тең болады.

Электрстатикалық өрісті графиктік түрде күш сызықтары арқылы ғана емес эквипотенциалды беттер арқылы да кескіндеуге болады. Эквипотенциалдық беттер деп барлық нүктелерінің потенциалдары бірдей беттерді айтады. Егер өрісті нүктелік заряд тудырса, онда $\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$ формуласына сәйкес эквипотенциалдық беттер сфера түрінде болады (12.3-сурет).

Нүктелік зарядтың күш сызықтары радиус бойымен бағатталғандығын айтқанбыз, яғни эквипотенциалдық беттер мен күш сызықтары өзара ортогональ болып келеді. Суретте күш сызықтары үзік-үзік сызықтармен жүргізілген. Эквипотенциалды беттердің жиілеуі (қоюлануы) потенциалдың мәнінің өзгеруіне сәйкес келеді. Зарядтан алыстаған сайын эквипотенциалдық беттер сирей береді. Эквипотенциалдық беттердің бағытын біле отырып күш сызықтарын жүргізуге болады немесе керісінше.



12.3-сурет. Эквипотенциалдық беттер.

Назарларыңызға рахмет!!!