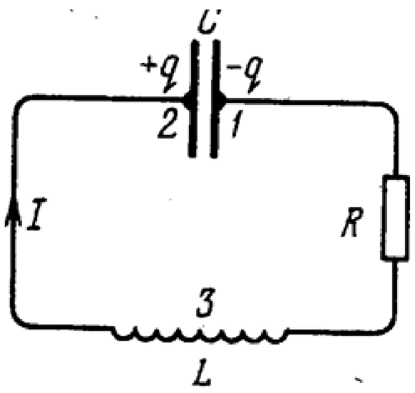
10-ДӘРІС

Асқарұлы Қыдыр
PhD., қауымдастырылған профессор

Еркін өшетін тербелістер

Нақты тербелмелі контурда әрқашанда актив кедергі болады. Контурда жинақталған энергия біртіндеп осы кедергілерде шығындалады, соның есебінен еркін тербеліс өшеді.

1-3-2 тізбек үшін жазылған (3.33) өрнектің түрі (3.3-сурет):



$$IR = -\frac{q}{C} - L\frac{dI}{dt}\,. \qquad (3.42)$$

Бұл теңдеуді L-ге бөліп, I-ді q-мен алмастырып, $\frac{dq}{dt}$-ны $\dot{q}$-мен белгілеп жазсақ,

$$\ddot{q} + \frac{R}{L}\dot{q} + \frac{1}{LC}q = 0 \qquad (3.43)$$

3.3-сурет. Нақты тербелмелі контурдың сұлбасы.

теңдеуін аламыз.

β= R/2L белгілеу енгізсек және LC-ға кері шама контурдың меншікті циклдік жиілігінің ω_0 квадраты екенін ескеріп (3.43) өрнегін мынадай түрда жазуға болады:

$$\ddot{q} + 2\beta\dot{q} + \omega_0^2 q = 0 . \qquad (3.44)$$

Егер $\beta^2 < \omega_0^2$, яғни $R^2/4\,L^2 < 1\,/\,LC$ болса, онда (3.43) теңдеуінің шешімі:

$$q = q_m e^{-\beta t}\cos(\omega t + \alpha) \qquad (3.45)$$

болады, мұндағы $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$; ω_0 мен β мәндерін қойсақ:

$$\omega = \sqrt{1/LC - R^2/4L} \qquad (3.46)$$

өрнегін аламыз. Сонымен, өшетін тербелістің циклдік жиілігі контурдың меншікті жиілігінен кіші болады. R=0 болса, онда (3.46) өрнек (3.36) өрнегіне ауысады. (3.45) теңдеуін сыйымдылыққа С бөліп, конденсатордағы кернеуді табамыз:

$$U = \frac{q_m}{C} e^{-\beta t}\cos(\omega t + \alpha) = U_m e^{-\beta t}\cos(\omega t + \alpha). \qquad (3.47)$$

Ток күшін табу үшін (3.45) өрнегін уақыт бойынша дифференциалдаймыз:

$$I=\dot{q}=q_m\cdot e^{-\beta t}[-\beta\cdot\cos(\omega t+\alpha)-\omega\sin(\omega t+\alpha)].$$

Бұл формуланың оң жағын бірге тең $\omega_0/\sqrt{\omega^2+\beta^2}$ шамаға көбейтсек, алатынымыз:

$$I=\omega_0 q_m\cdot e^{-\beta t}[-\frac{\beta}{\sqrt{\omega^2+\beta^2}}\cos(\omega t+\alpha)-\frac{\omega}{\sqrt{\omega^2+\beta^2}}\sin(\omega t+\alpha)].$$

Енді

$$\cos\psi=-\frac{\beta}{\sqrt{\omega^2+\beta^2}}=-\frac{\beta}{\omega_0};$$

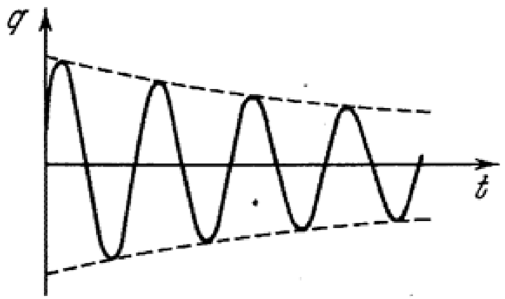
$$\sin\psi=\frac{\omega}{\sqrt{\omega^2+\beta^2}}=\frac{\omega}{\omega_0}$$

шарттарымен анықталатын ψ бұрышын енгізіп, ток күшін

$$I=\omega_0 q_m e^{-\beta t}\cos(\omega t+\alpha+\psi) \qquad (3.48)$$

түрінде жаза аламыз. Бұл жерде cosψ<0, ал sinψ>0 болғандықтан мәндері π/2 -ден π -ге дейін аралығында қамтылған. Сондықтан, контурда актив кедергінің болуына байланысты ток күші фаза жағынан кернеуді конденсаторда π/2-ден үлкен шамаға озып отырады.

(3.45) функцияның графигі 3.4-суретте көрсетілген.



3.4-сурет. Зарядтың уақытқа тәуелділік графигі.

Кернеу мен токтың графиктері де осыған ұқсас. Тербелістің өшуін өшудің логарифмдік декрементімен сипаттау қабылданған.

$$\lambda = \ln \frac{a(t)}{a(t+T)} = \beta T , \qquad (3.49)$$

мұндағы *a(t)* қандай да бір шаманың амплитудасы (q, U, немесе I). Өшудің логарифмдік декременті амплитуда e есе азаятын уақыт ішіндегі N_e тербеліс санына кері екенін ескертеміз: $\lambda=1/N_e$. (3.49) өрнек ($\beta=R/2L$) мәнін қойып және T-ның орнына $2\pi/\omega$ ауыстырып, λ үшін мына

$$\lambda = 2\pi R/2L\,\omega = \pi R/L\omega \qquad (3.50)$$

өрнегін аламыз. Жиілік ω, демек λ контурдың L,C,R параметрлерімен анықталады. Сонымен, өшудің логарифмдік декременті контурдың сипаттамасы болып табылады.

3.6 Еріксіз электр тербелістері

Еріксіз тербеліс болуы үшін, сырттан жүйеге периодты түрде әсер ету керек. Ол үшін контурдың элементтеріне тізбектей айнымалы ЭҚК немесе контурды үзіп оған айнымалы

$$U=U_m\cdot\cos\omega t \qquad (3.51)$$

кернеу беру керек. Бұл кернеуді өздік индукцияның ЭҚК -не қосу керек. Нәтижесінде Ом заңы мына

$$IR=-\frac{q}{C}-L\frac{dI}{dt}+U_m\cos\omega t \qquad (3.52)$$

түрге келеді. Мұны түрлендіріп келесі өрнекті аламыз:

$$\ddot{q}+2\beta\dot{q}+\omega_0^2 q=\frac{U_m}{L}\cos\omega t\,. \qquad (3.53)$$

Мұндағы ω_0^2 (3.36) өрнегімен, β өшу коэффициенті R/2L өрнегімен анықталады. Бұл теңдеудің дербес шешімінің түрі

$$q = q_m\cdot \cos(\omega t -\psi) \qquad (3.54)$$

болады, мұндағы

$$q_m=\frac{U_m}{\omega\sqrt{R^2+\left(\omega L-1/\omega C\right)^2}},\quad tg\psi=\frac{R}{\dfrac{1}{\omega C}-\omega L}\,. \qquad (3.55)$$

Егер дербес (3.54) шешімге біртекті теңдеуге сәйкес жалпы шешімді қосса, онда жалпы шешім болады. Уақыт t бойынша (3.54) өрнекті туындыласақ, контурдағы орнықкан тербелістегі ток күшін табамыз:

$$I = -\omega q_m \sin(\omega t - \psi) = I_m \cos(\omega t - \psi + \frac{\pi}{2}),$$

мұндағы $I_m = \omega \cdot q_m$ деп белгіледік. Мұны мына түрде жазайық:

$$I = I_m \cos(\omega t - \varphi) \qquad (3.56)$$

мұндағы $\varphi = \psi - \frac{\pi}{2}$ ток пен берілген кернеудің арасындағы фаза ығысуы. (3.55) өрнегіне сәйкес:

$$tg\varphi = tg(\psi - \pi/2) = -\frac{1}{tg\psi} = \frac{\omega L - 1/\omega C}{R}. \qquad (3.57)$$

Бұл формуладан шығатыны - ток фаза жағынан кернеуден қалып отырады ($\varphi<0$), егер $\omega L>I/\omega C$ болса. (3.57) өрнегімен келіссек, онда:

$$I_m = \omega \cdot q_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}}. \qquad (3.58)$$

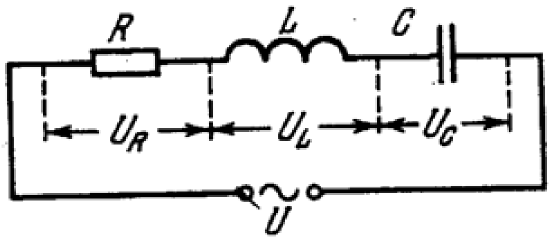
Енді (3.56) өрнегін мына түрде жазайық:

$$IR + \frac{q}{C} + L\frac{dI}{dt} = U_m \cos \omega t \qquad (3.59)$$

IR көбейтіндісі актив кедергідегі кернеуге U_R тең, $\frac{q}{\tilde{N}}$ – конденсатордағы кернеу U_C, L(dI/dt) индуктивтіктегі кернеуді U_L анықтайды. Осыларды ескеріп, былай жазамыз:

$$U_R + U_C + U_L = U \cos\omega t, \qquad (3.60)$$

әрбір уақыт мезетіндегі контурдың элементтеріндегі кернеулердің қосындысы сырттан берілген кернеуге тең (3.5-сурет).



3.5-сурет. Айнымалы ток тізбегі.

(3.60) өрнекке сәйкес:

$$U_R = RI_m \cos(\omega t - \varphi). \qquad (3.61)$$

(3.54) өрнекті сыйымдылыққа бөліп, конденсатордағы кернеуді табамыз:

$$U_C = \frac{q_m}{c} \cos(\omega t - \psi) = U_{cm} \cos(\omega t - \varphi - \pi / 2), \qquad (3.6250)$$

мұндағы

$$U_{cm} = \frac{q_m}{C} = \frac{U_m}{\omega \tilde{N} \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega c}\right)^2}} = \frac{I_m}{\omega C} \ . \qquad (3.6351)$$

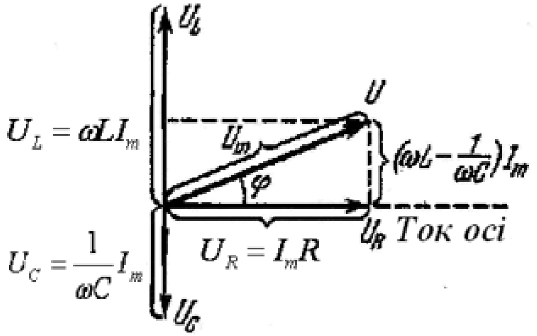
(3.56) функциясының туындысын L-ге көбейтіп, индуктивтіктегі кернеуді табамыз:

$$U_L = L\frac{dI}{dt} = -\omega LI\sin(\omega t - \varphi) = U_{Lm}\cos(\omega t - \varphi + \pi/2), \qquad (3.64)$$

мұндағы

$$U_{Lm} = \omega LI_m. \qquad (3.65)$$

(3.60), (3.61), (3.62) және (3.64) өрнектерін салыстыра отырып, байқайтынымыз, сыйымдылықтағы кернеу ток күшінен π/2 фазаға қалып қоятынын, ал индуктивтіліктегі кернеу токтан π/2 фазаға озып отыратынын байқаймыз. Актив кедергіде кернеу мен ток бір фазада болады. Фазалардың қатынастарын векторлық диаграммада өте көрнекті етіп көрсетуге болады. Токтар осін, бастапқы фаза есептелетін түзу ретінде алайық. Онда 3.6-суреттегі диаграмманы аламыз. (3.65) өрнекке сәйкес U_R, U_C, U_L қосындылары тізбекке берілген U кернеуді беруі керек.



3.6-сурет. Сыйымдылық, индуктив және актив кернеулерінің векторлық диаграммасы.

Сондықтан диаграммадағы U, әрбір U_R, U_C, U_L векторларының қосындысы түрінде көрсетілген.

3.7 Айнымалы электр тогы

Орныққан еріксіз тербелісті сыйымдылық, индуктивтік және актив кедергісі бар тізбектен айнымалы токтың өтуі деп қарастыруға болады, ол

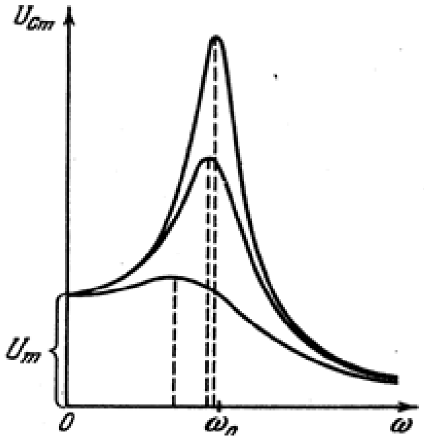
$$U = U_m \cos\omega t \quad (3.66)$$

айнымалы кернеуден пайда болды деп ескереміз. Бұл ток:

$$I = I_m \cos(\omega t - \varphi) \quad (3.67)$$

заңы бойынша өзгереді.

Ток амплитудасы I_m кернеу амплитудасымен, C, L, R, ω тізбек параметрлерімен анықталады:



3.7-сурет. Сыйымдылық кернеудің U_C резонанстық қисығы.

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}} . \quad (3.68)$$

Назарларыңызға рахмет!