



SATBAYEV
UNIVERSITY



MCH5022 Материалдар механикасы



Лектор: т.ғ.к., доцент Исаметова Мадина Есдаулетовна



9 Дәріс Күрделі қарсылық.

Дәріс 9 күрделі қарсылық

Күрделі қарсылықты анықтау

Қиғаш иілу кезіндегі беріктік пен қаттылықты есептеу

Қиғаш иілу кезіндегі ішкі күштер

Күш жазықтығы және күш сызығы туралы түсінік

Қиғаш иілу кезіндегі кернеулер

Қиғаш иілу кезіндегі қауіпті нүктелер ұғымы

КҮРДЕЛІ ҚАРСЫЛЫҚ

Күрделі қарсылық. - жүктеу түрі, бұл ретте брустың көлденең қималарында бір мезгілде бірнеше ішкі күш факторлары туындайды.

Күрделі қарсылық жағдайлары:

- **бір осьті** кернеулі жай-күй немесе оған жақындатылған (қисық иілу, орталықтан тыс созылу және қысылу, созылумен иілу);

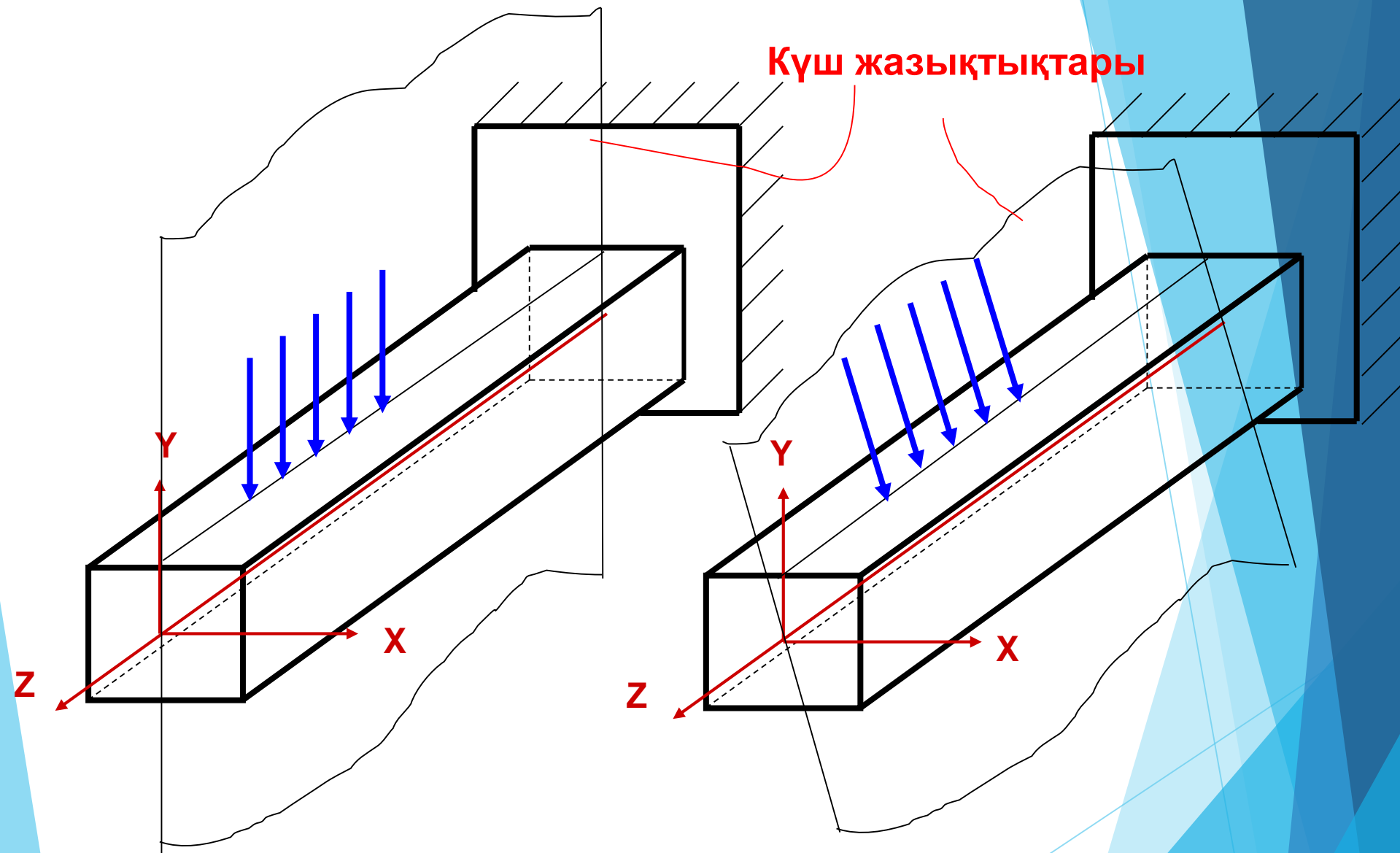
- **бір осьті** кернеулі жай-күй немесе (қиғаш иілу, орталықтан тыс созылу және т.б.) қысу, созу арқылы иілу);

Қиғаш иілу кезіндегі беріктігі мен қаттылығын есептеу

Қиғаш иілім деп иілгіш сәт әрекетінің жазықтығы (күш жазықтығы) қима инерциясының басты орталық осьтерінің ешқайсысынан өтпейтін біліктің иілу жағдайы аталады.

1-суретте тік (тік) иілу жағдайы көрсетілген - күш жазықтығы Y осі арқылы өтеді, 2-суретте қиғаш иілу жағдайы бейнеленген - күш жазықтығы Y осі арқылы да, X осі арқылы да өтпейді.

Күш жазықтықтары



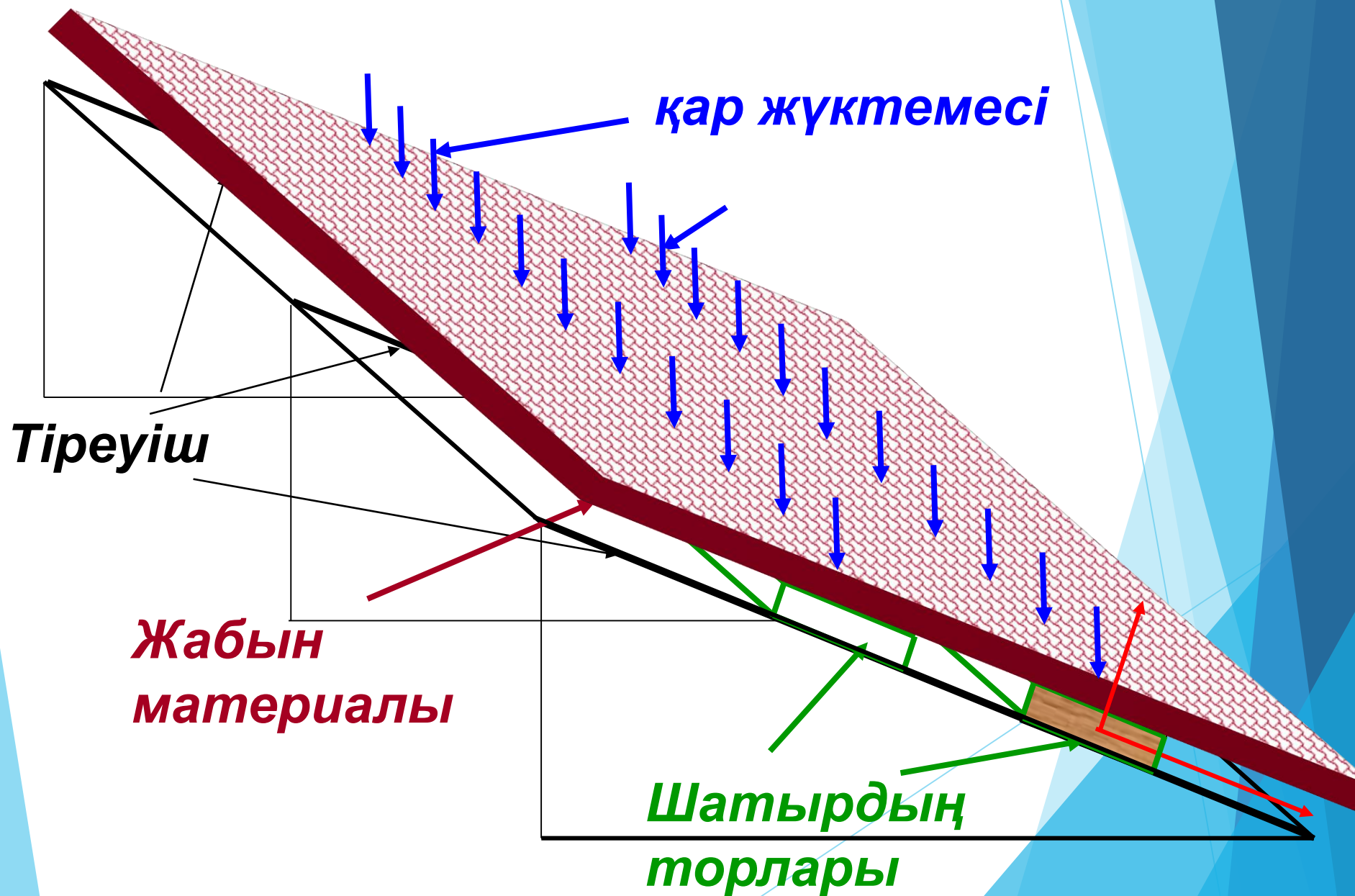
Тік жазық иілім

Сурет 1

Қиғаш жазық иілім

Сурет 2

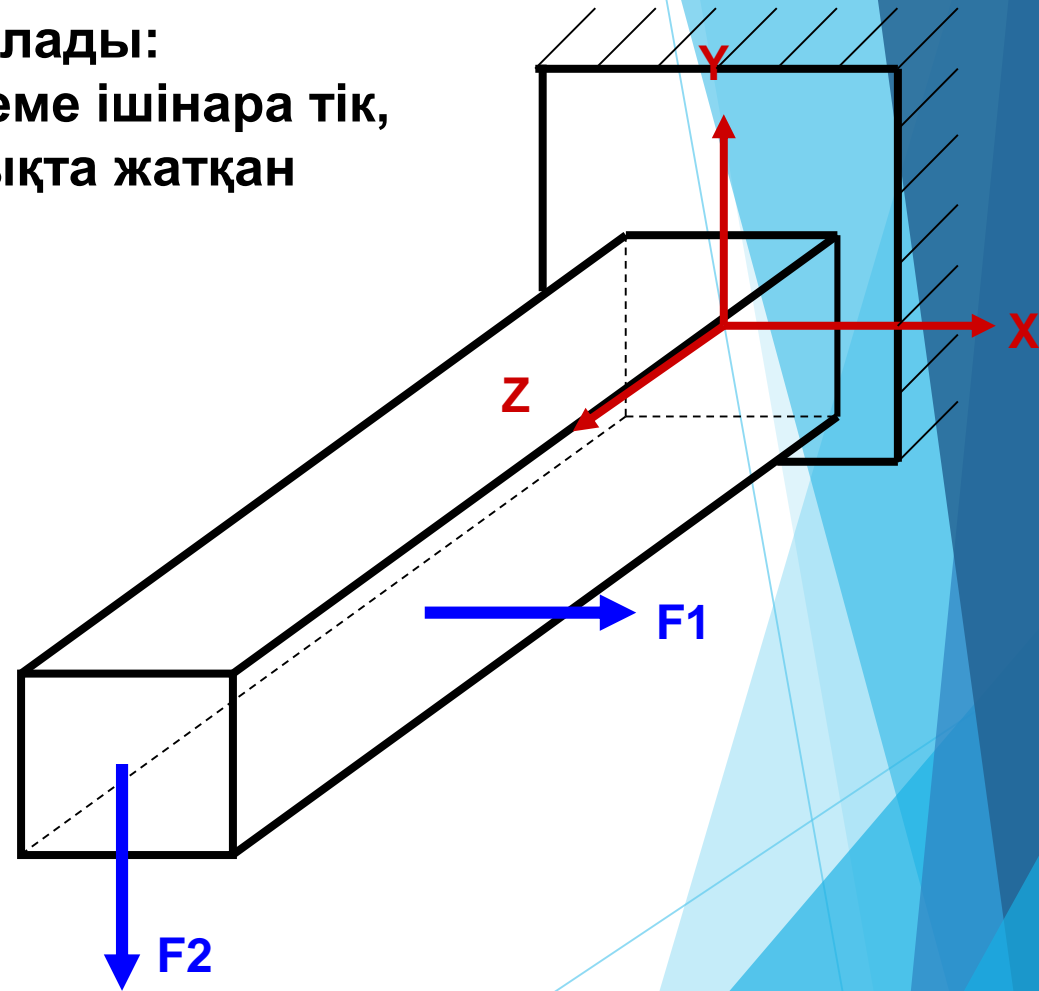
Қиғаш иілім, мысалы, шатырдың тарамдарында пайда болады. шатырдың өзі, өз салмағы, қар жүктемесі.



Қиғаш иілу түрлері.

Қиғаш бүгілудің екі түрі болады:

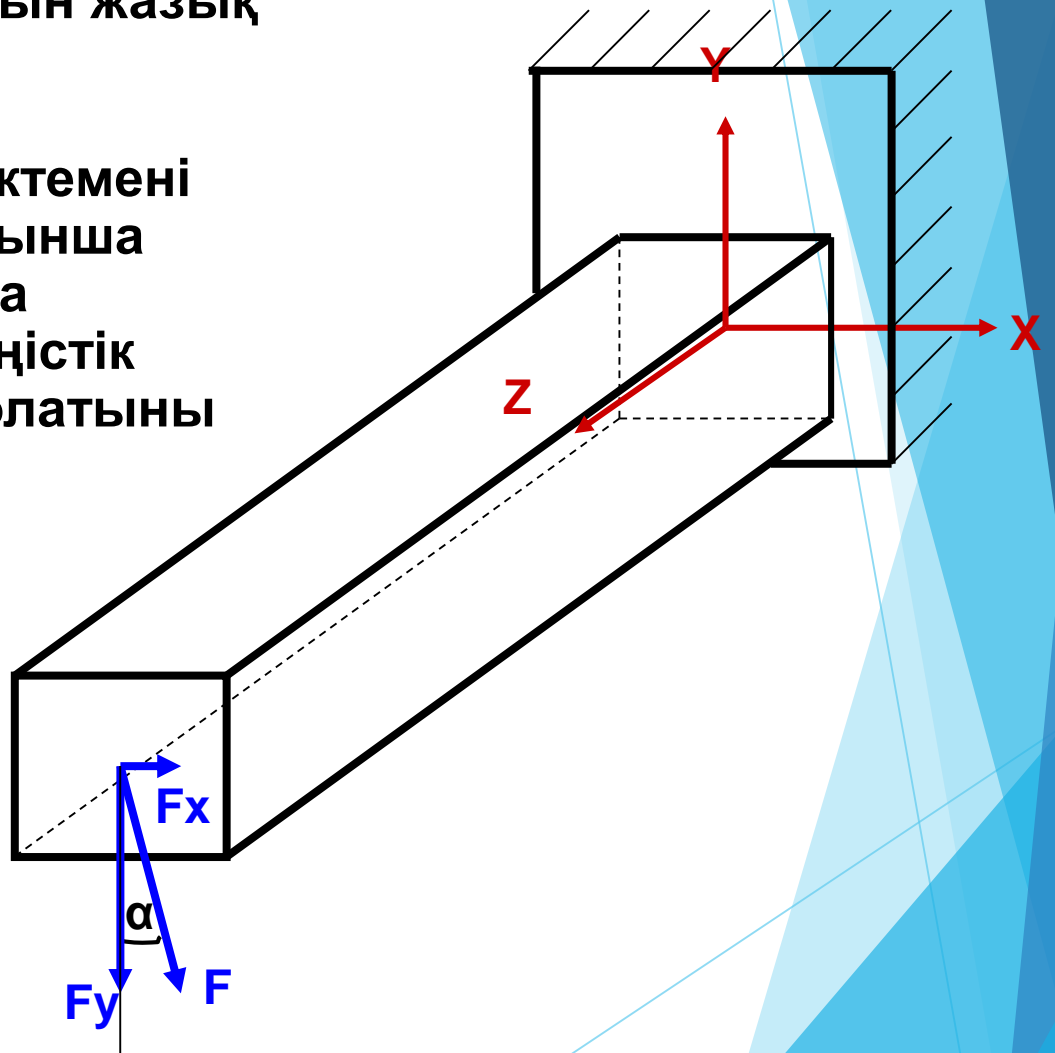
1) брусқа әсер ететін жүктеме ішінара тік, ішінара көлденең жазықтықта жатқан кеңістіктік қиғаш иілім;



Қиғаш кеңістіктік иілім

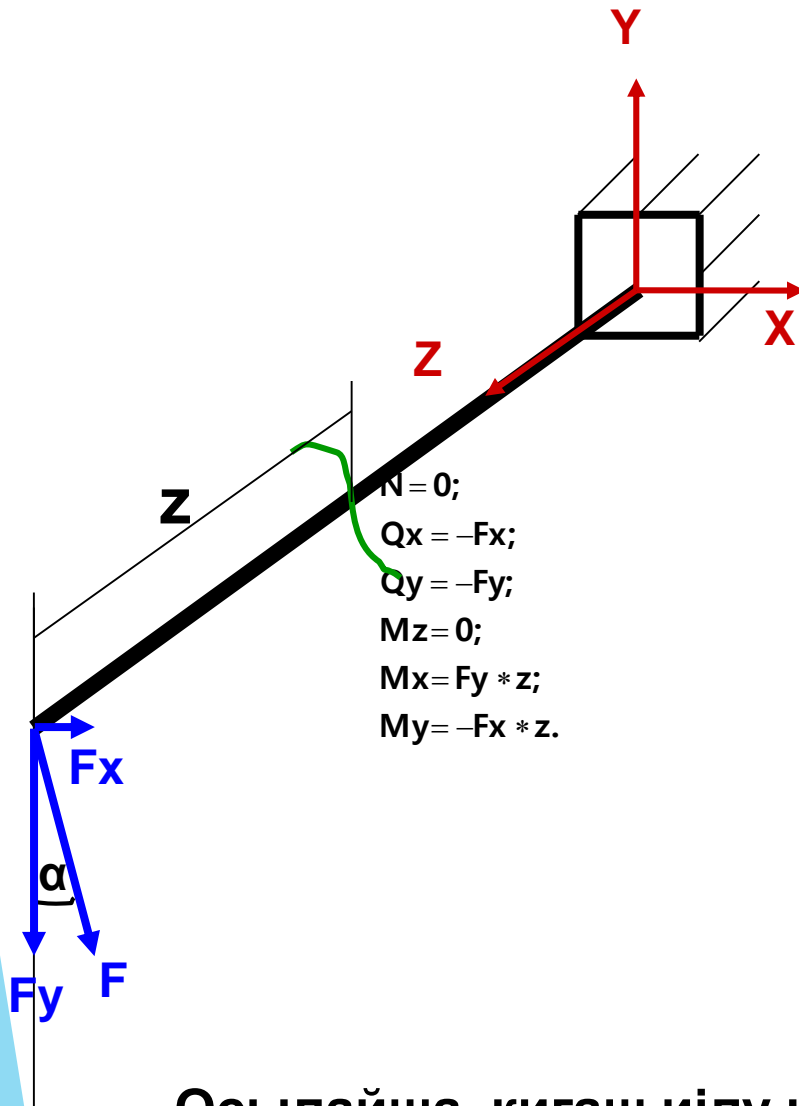
2) брусқа әсер ететін барлық жүктеме бір жазықтықта жатқан жағдайларда пайда болатын жазық қиғаш иілім.

Суреттен көлбеу күш жазықтығында жатқан жүктемені координаттық осьтер бойынша құраушыларға жайғастыра отырып, жазық иілімді кеңістік иілгішке қарай түсіруге болатыны көрінеді.



Қиғаш жазық иілім

Қиғаш иілу кезіндегі ішкі күш.



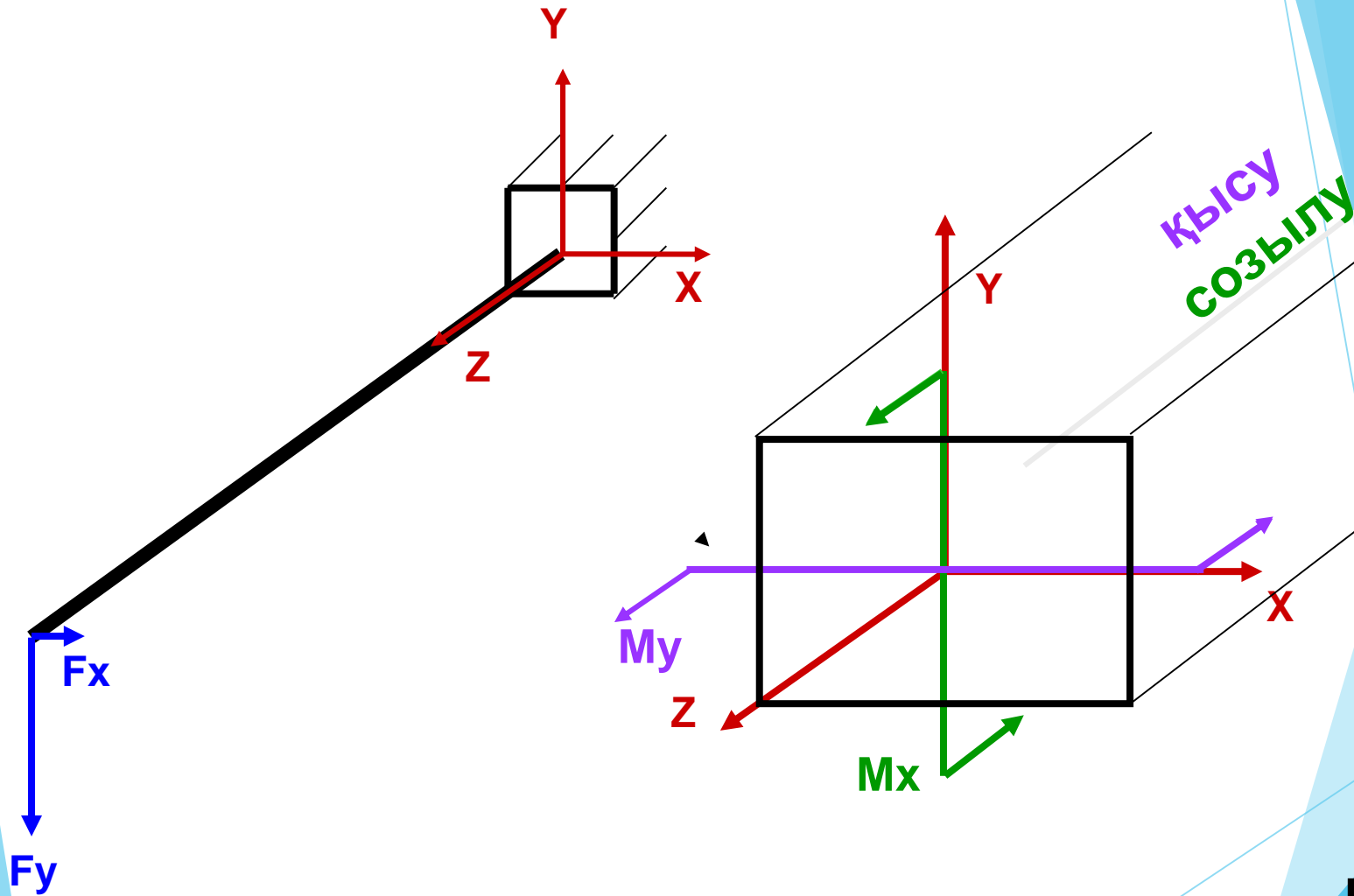
Еркін ұшына әрекет ету сызығы α бұрышына Y осіне еңкейтілген F күші әсер ететін брусты қарастырайық.

Күштерді координаталық осьтер бойынша проекцияларға бөлеміз.

Брустың еркін қимасын жасаймыз, қатты бітеумен брустың бір бөлігін лақтырып тастаймыз, онда координаттар жүйесін орнатамыз және ішкі күштердің мәндерін жазып береміз

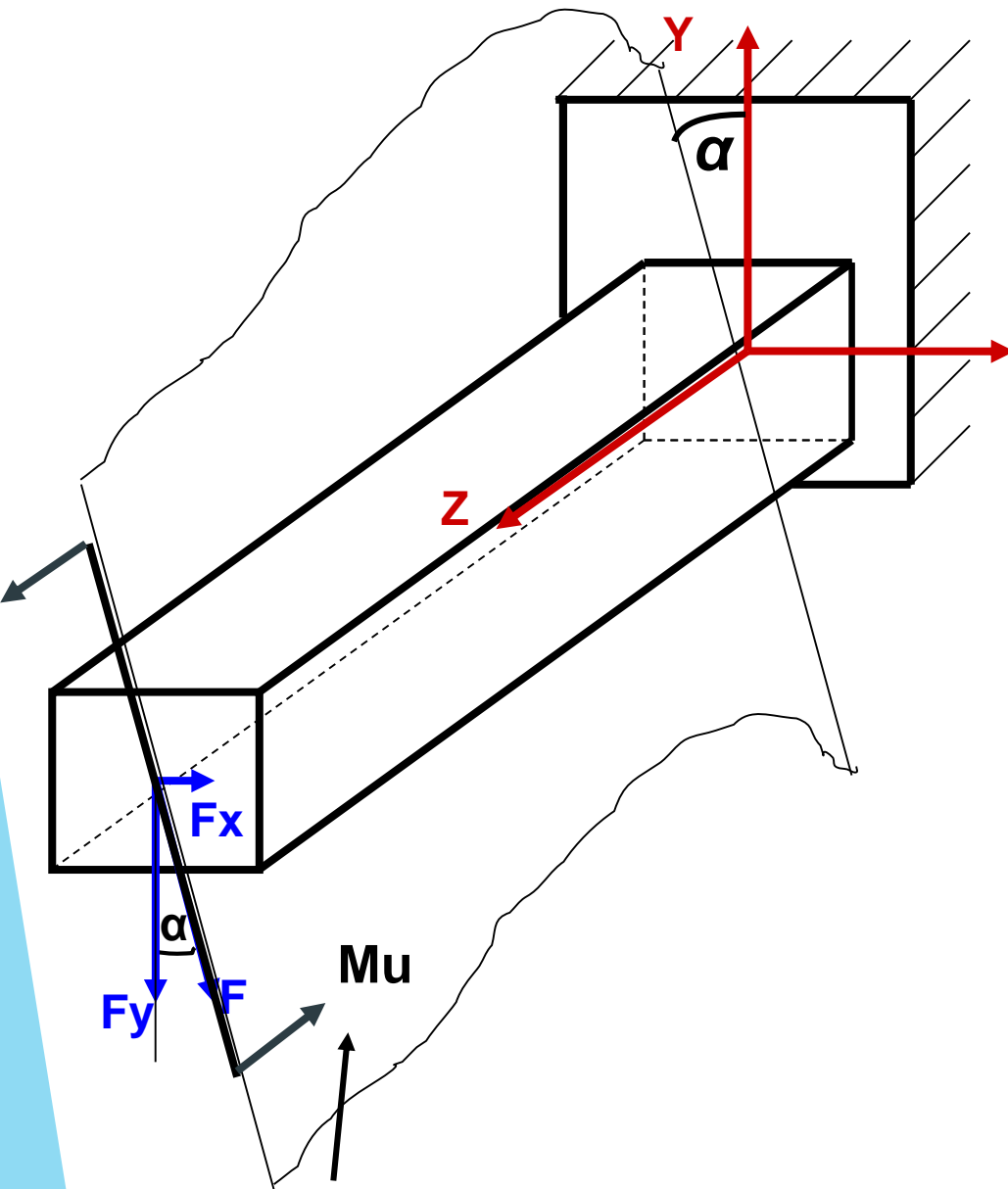
Осылайша, қиғаш иілу кезінде брус қимасында бір мезгілде екі иілу сәті пайда болады - M_x және M_y .

Егер ол ХУ координаттар жүйесінің бірінші тоқсанының нүктелерінде созылмалы кернеу тудырса, Мх (My) сәті оң болады.



Осы мысалда Мх сәті созылуға әкеледі ұзына бойы талшықты, ал My сәті - қысу, сондықтан

$$M_x > 0;$$
$$M_y < 0.$$



Жазық қиғаш иілу жағдайында мынадай формулалар бойынша енгізілетін M_u толық иілу сәті деген ұғымды пайдалануыңызға қажет:

$$M_u = \sqrt{M_x^2 + M_y^2},$$

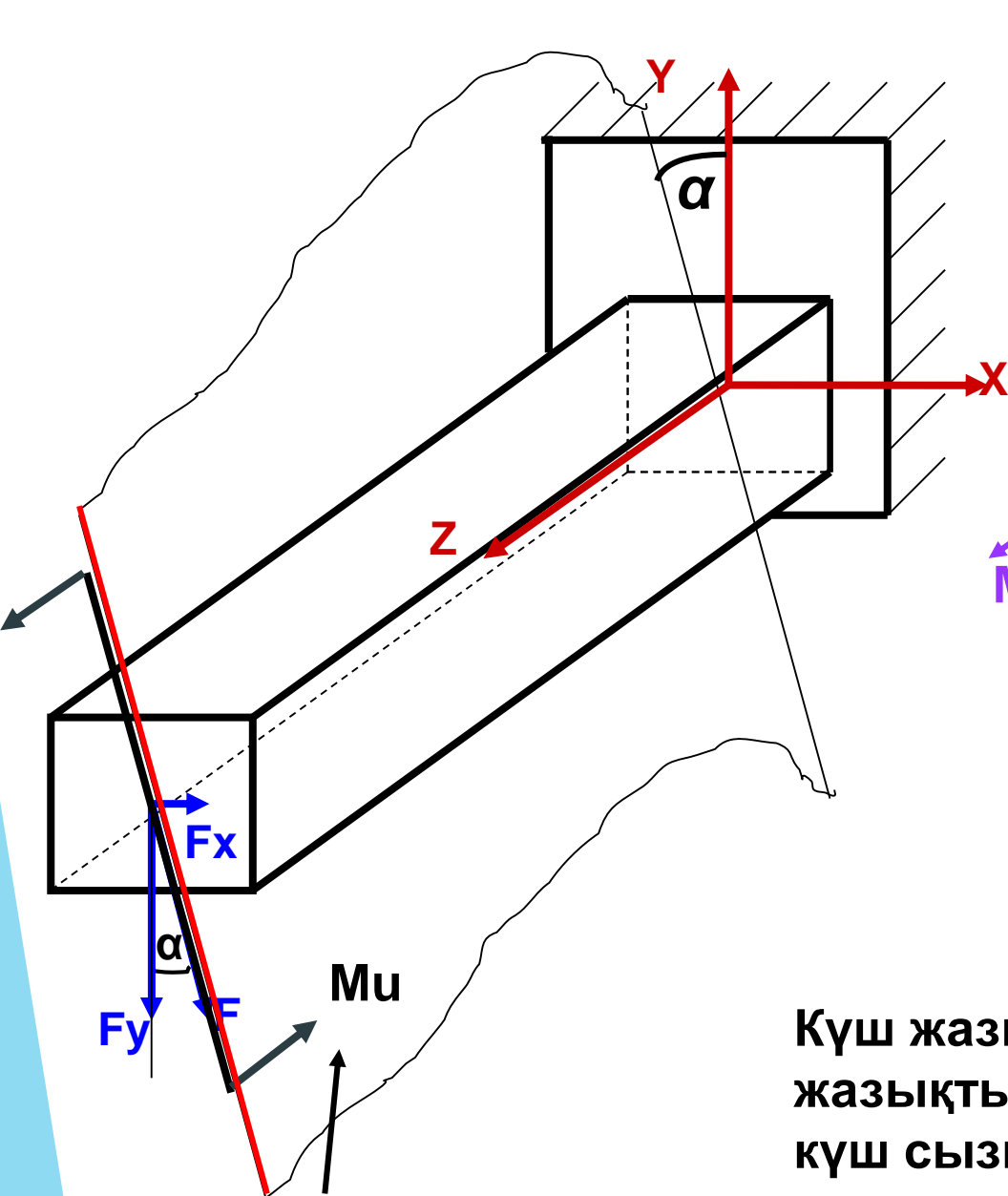
где

$$M_x = M_u \cdot \cos \alpha \quad (1)$$

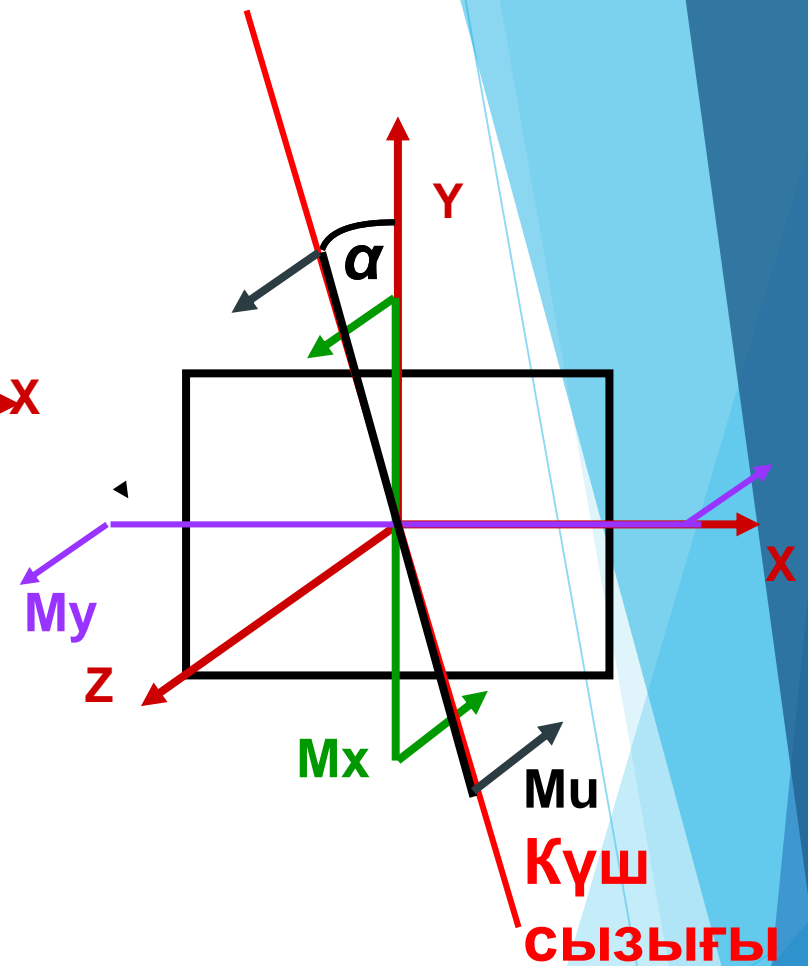
$$M_y = M_u \cdot \sin \alpha$$

Толық иілу сәті әрекетінің жазықтығы күш жазықтығымен сәйкес келеді.

Күш жазықтығы

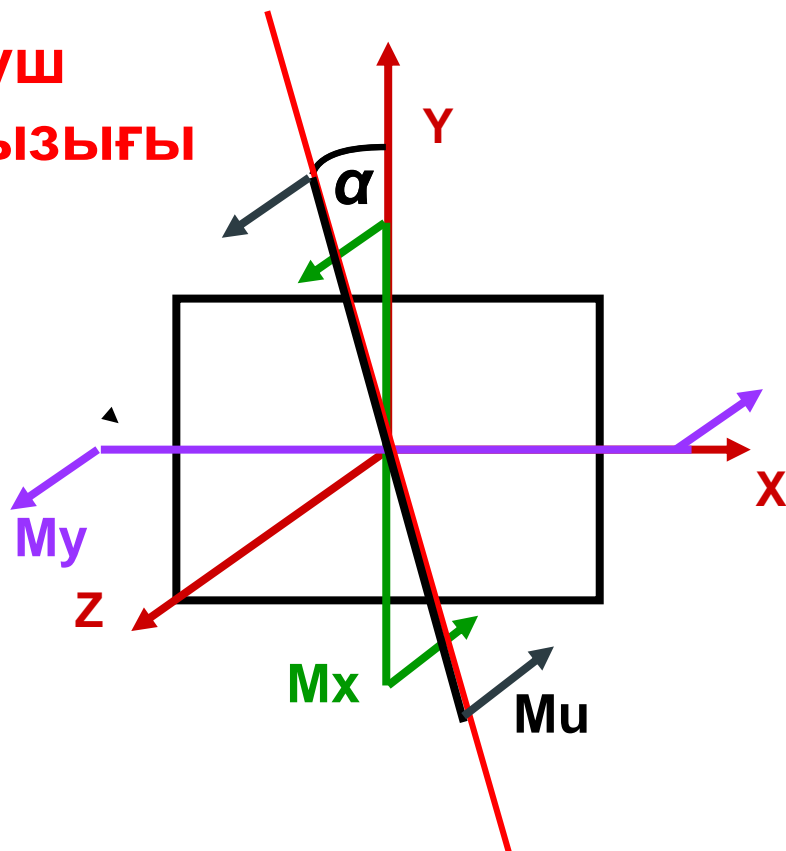


Күш жазықтығы



Күш жазықтығы мен көлденең қима жазықтығының қиылысу сызығын күш сызығы деп атаймыз.

**Күш
СЫЗЫҒЫ**



Күш α көлбеу бұрышы
Y осіне қарай
табамыз (8.1):

$$M_x = M_u \cdot \cos \alpha$$

$$M_y = M_u \cdot \sin \alpha$$

$$\frac{M_y}{M_x} = \operatorname{tg} \alpha \quad (2)$$

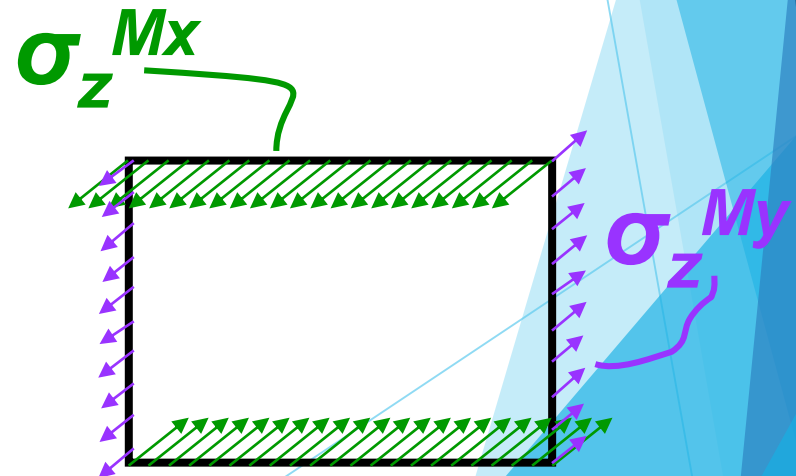
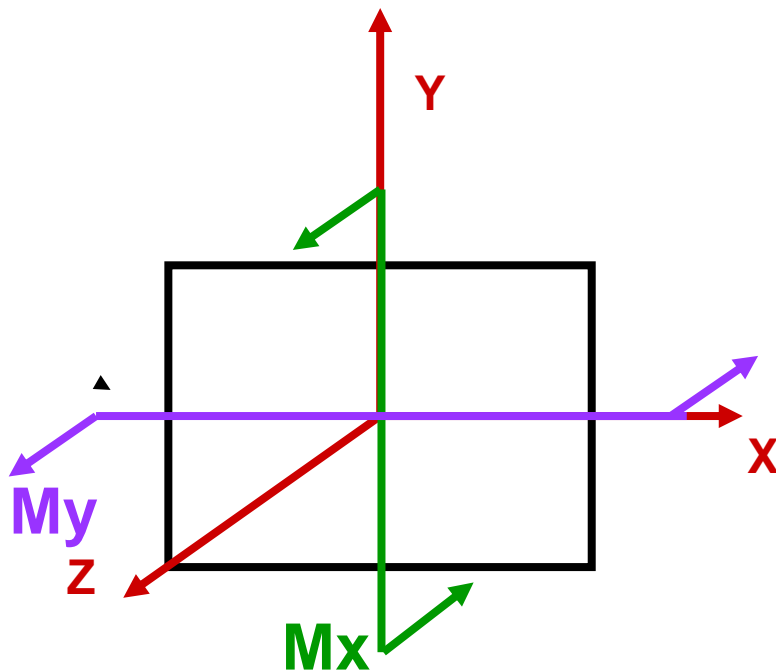
Брустың қауіпті қимасының жағдайы жазық қиғаш иілу жағдайында M_u жарты иілу сәтінің эпюрасы бойынша және кеңістік қиғаш иілу жағдайында M_x и M_y екі эпюрасы бойынша анықталады.

Қиғаш иілу кезіндегі кернеу

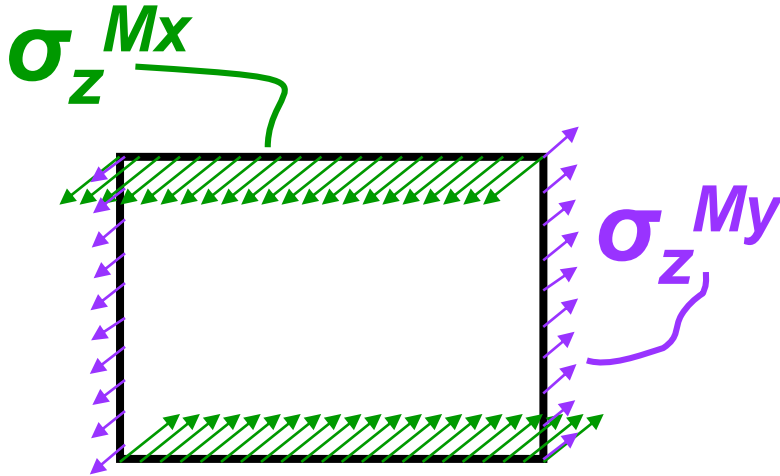
Күрделі кедергінің барлық жағдайларындағы, оның ішінде қиғаш иілу кезіндегі кернеулер күштер әрекетінің тәуелсіздігі қағидатының көмегімен анықталады, яғни әрбір ішкі күштерден кернеулерді жеке табады, содан кейін олардың сумасын табады. Қиғаш иілу кезінде қалыпты және жанама кернеулер пайда болады.

1. Қалыпты кернеу.

Қиғаш иілу кезінде екі иілу сәті пайда болады, сондықтан және қалыпты кернеудің екі жүйесі пайда болады. әрбір иілу сәті.



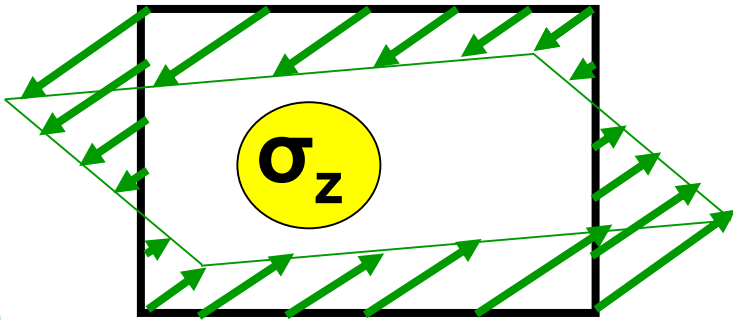
Қалыпты кернеуді анықтау кезінде олардың алгебралық сомасын табу жеткілікті, өйткені бұл кернеулер бір жазықтықта әрекет етеді және бір сызыққа параллель болады.



$$\sigma_z^{Mx} = \frac{Mx}{Jx} y$$

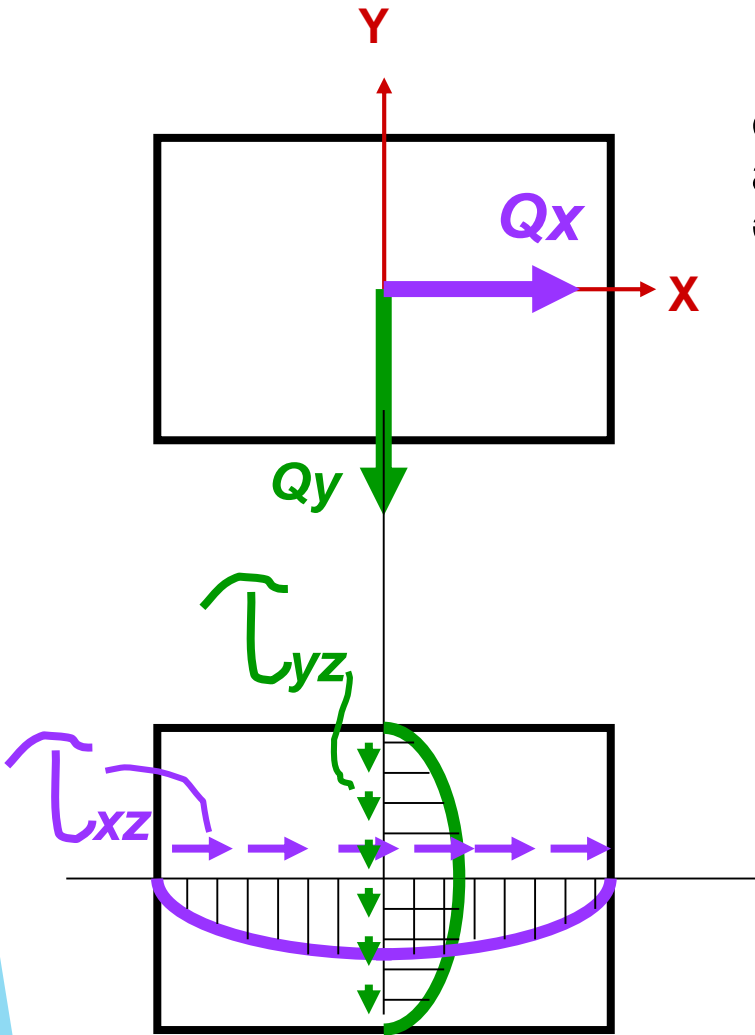
$$\sigma_z^{My} = \frac{My}{Jy} x$$

$$\sigma_z = \frac{Mx}{Jx} y + \frac{My}{Jy} x \quad (3)$$



(8.3) x и y формуласында - бұл кернеу анықталатын нүктенің координасы.

2. Жанама кернеу.

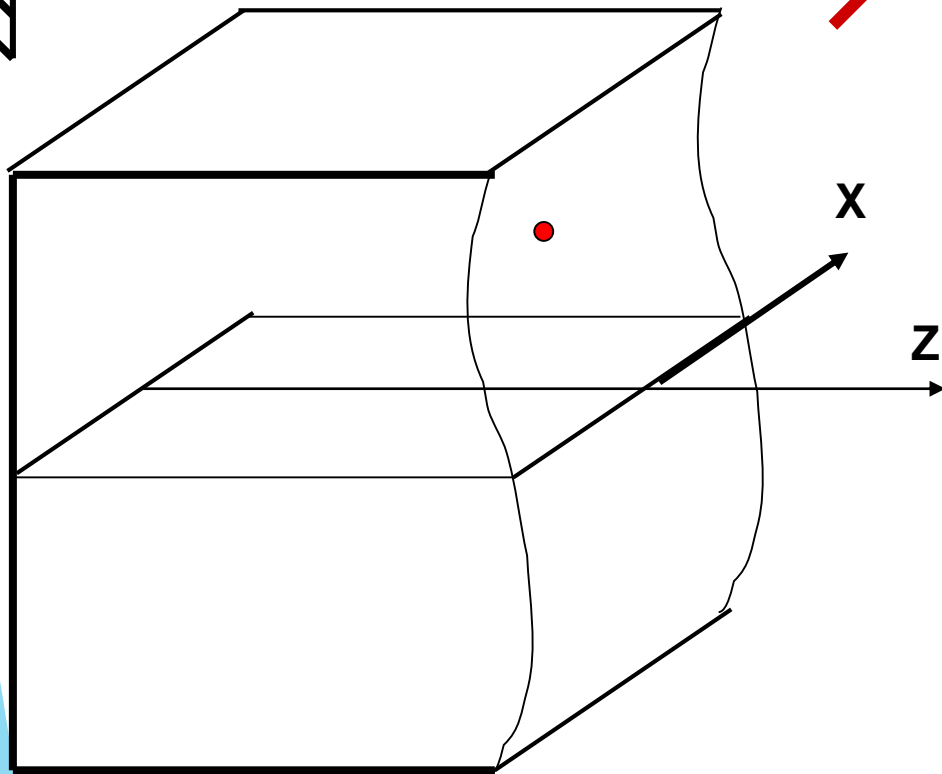
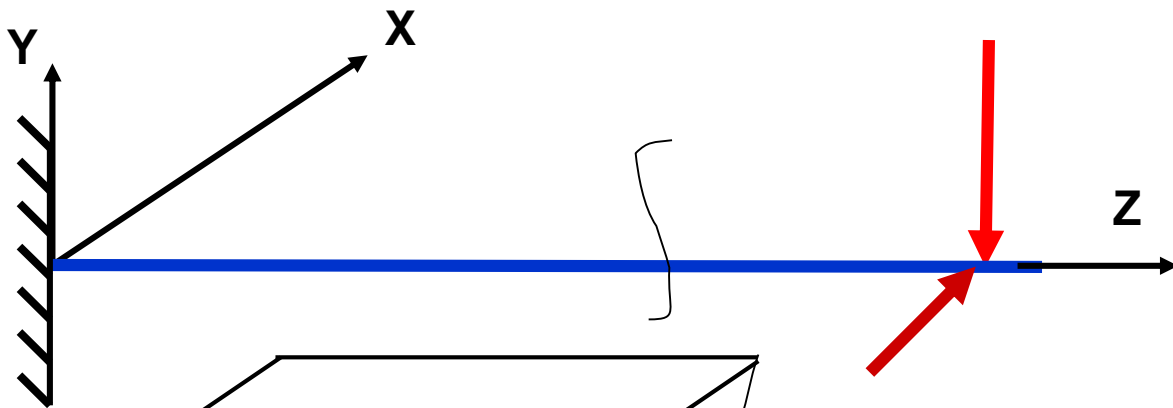


Жанама кернеуді анықтау кезінде олардың геометриялық сомасын анықтау қажет, өйткені бұл кернеулер әртүрлі жазықтықта жатыр.

$$\tau_{xz} \parallel OX; \tau_{yz} \parallel OY$$



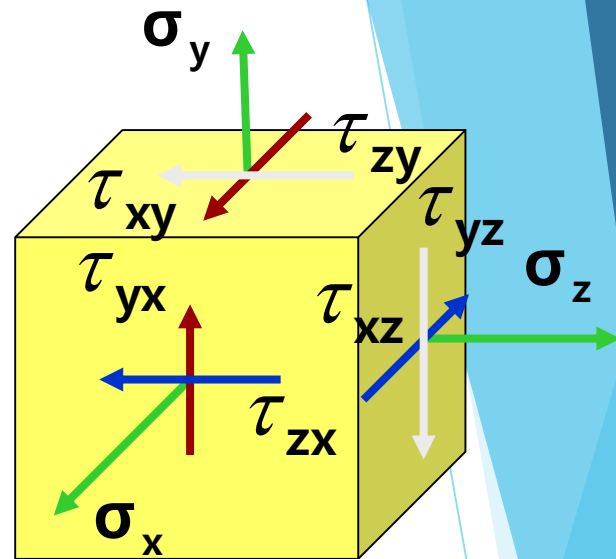
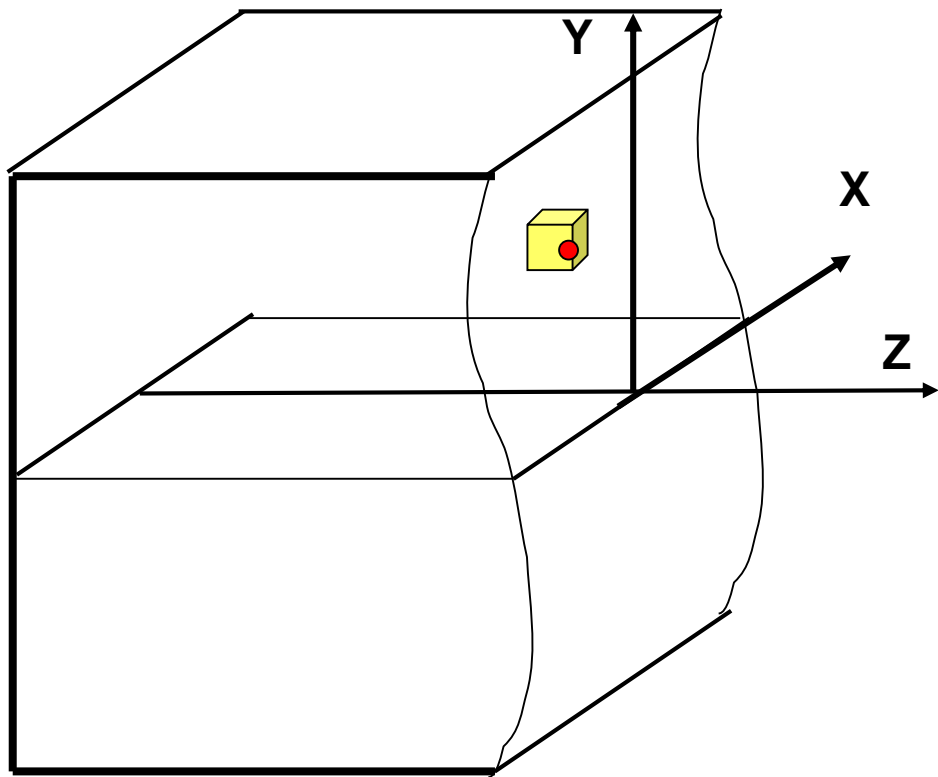
Нүктедегі шиеленісті зерттеу қисық бүгілген кезде.



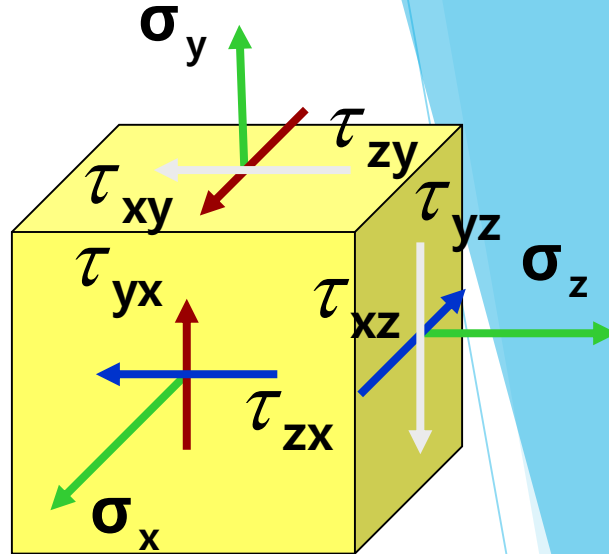
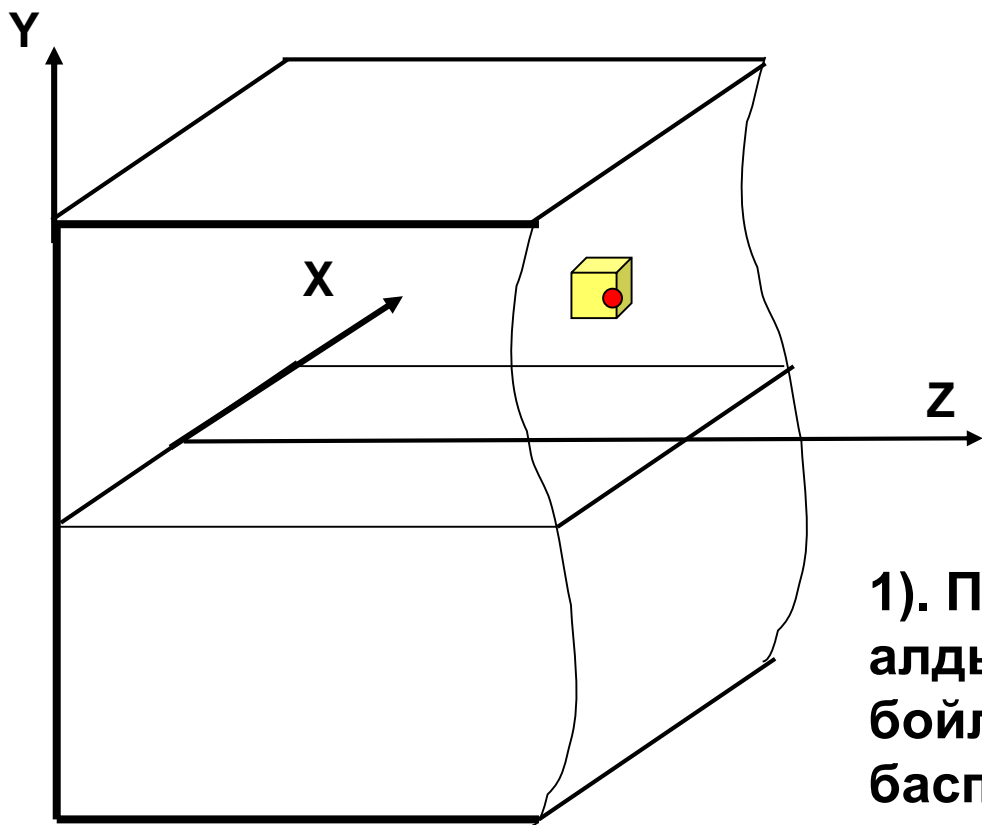
Мысалы, шоғырланған күштермен жүктелген тікбұрышты көлденең қиманың консольді арқалығын қарастырайық.

Осы арқалықта еркін қима жасаймыз және арқалықтың, мысалы, қиманың оң жағында жатқан бөлігін тастаймыз.

Осы қимада еркін нүктені таңдаңыз.



Осы нүктенің айналасында қарапайым параллелепипед тілеміз. Осы параллелепипедті үлкейтіп бейнелейміз, оны жүктейміз кернеу шектері, олар ең жалпы қайсысы болмайтынын анықтаймыз. иілу. Кескіннің қарапайымдылығы үшін кернеуді тек параллелепипедтің үш көрінетін қыры.

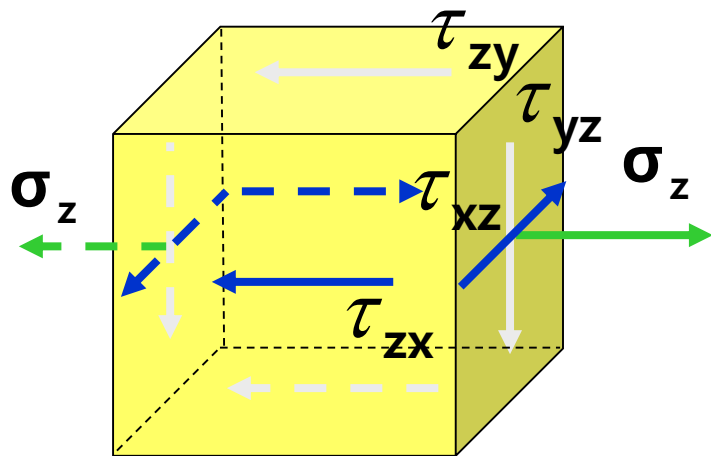


1). Параллелепипедтің жоғарғы және алдыңғы шеттерінде қалыпты кернеу бойлық талшықтарды бір-біріне баспау туралы гипотезаға байланысты болмайды, яғни

$$\sigma_x = \sigma_y = 0.$$

2). Жанама кернеу $\tau_{xy} = \tau_{yx} = 0$

осыған байланысты арқалықтың жоғарғы (төменгі) және бүйір шеттерінде осы кернеуді тудыруы мүмкін жүктер.



Осылайша, қарапайым параллелепипедте кернеуден бос алаңдар жоқ, яғни кеңістіктік кернеу жағдайы орын алады.

Алайда, қиғаш иілу кезіндегі жанама кернеу қалыпты кернеуден әлдеқайда аз екенін және әдетте оларды елемейтінін көрсетуге болады.

Онда арқалық нүктесінде сызықтық кернеулі тұру, яғни

егер $\sigma_z > 0$, то $\sigma_1 = \sigma_z^{\max}$;

егер $\sigma_z < 0$, то $\sigma_3 = \sigma_z^{\max}$;

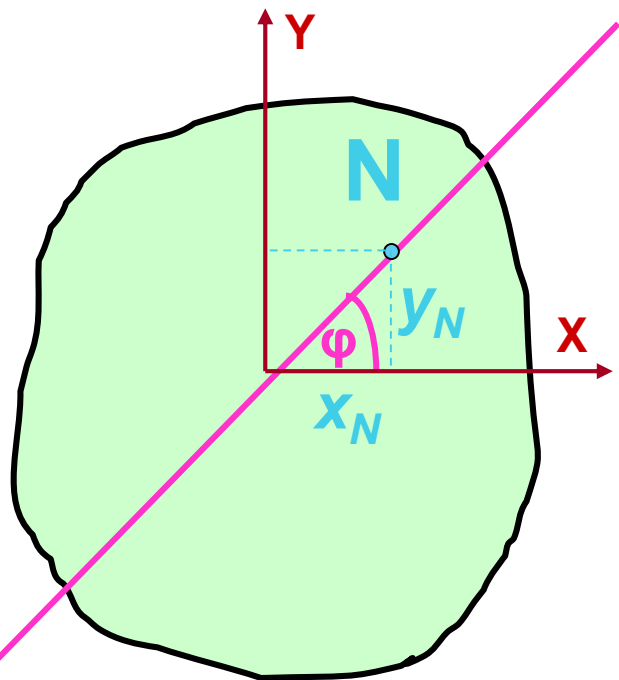
және беріктік шарты мынадай $\sigma_z^{\max} \leq R$ (4)

Қиманың қауіпті нүктелері. Бейтарап қима СЫЗЫҒЫ.

(3) және (4) формулаларынан келіп шығатыны, беріктік шартын пайдаланудан бұрын алдымен қиманың қауіпті нүктелерінің, яғни неғұрлым қалыпты кернеулер пайда болатын нүктелердің координаттарын анықтау қажет.

Ол үшін бейтарап қима сызығының жағдайын анықтауды үйренеміз, яғни барлық нүктелерінде қалыпты кернеулер нөлге тең.

N нүктесі $N(x_N, y_N)$
 бейтарап сызықта жатыр дейік..



$$\sigma_z^N = 0.$$

Тогда

Из (8.3)
$$\sigma_z = \frac{Mx}{J_x} y + \frac{My}{J_y} x$$

$$\sigma_z^N = \frac{My}{J_y} x_N + \frac{Mx}{J_x} y_N = 0;$$

Н.л.

$$\frac{y_N}{x_N} = -\frac{My}{Mx} \cdot \frac{J_x}{J_y}; \rightarrow \frac{y_N}{x_N} = \operatorname{tg} \varphi \rightarrow$$

$$\operatorname{tg} \varphi = -\frac{My \cdot J_x}{Mx \cdot J_y}$$

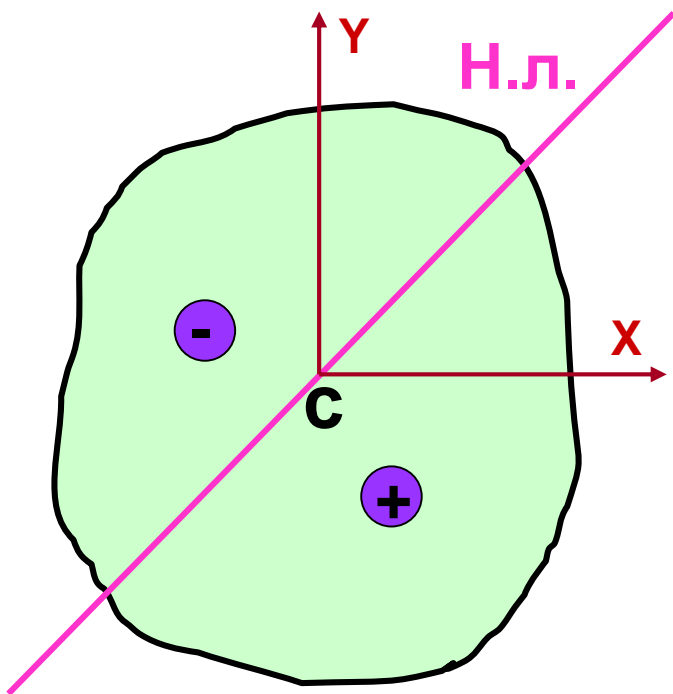
(8.5) формуласы бойынша бейтарап сызық φ көлбеу бұрышы анықталады

X осіне қарай, яғни бейтарап сызықтың жағдайы анықталады. Кезінде оң бұрыш жүріске қарсы X осінен φ сағат тілі.

Қиғаш иілу кезінде бейтарап сызықтың қандай қасиеттері бар екенін анықтаймыз.

1). Кернеуді тС (0,0) қимасының ауырлық ортасынан табамыз. (8.3) ішінен аламыз:

$$\sigma_z^c = \frac{M_x}{J_x} \cdot 0 + \frac{M_y}{J_y} \cdot 0 = 0, \text{ то есть}$$



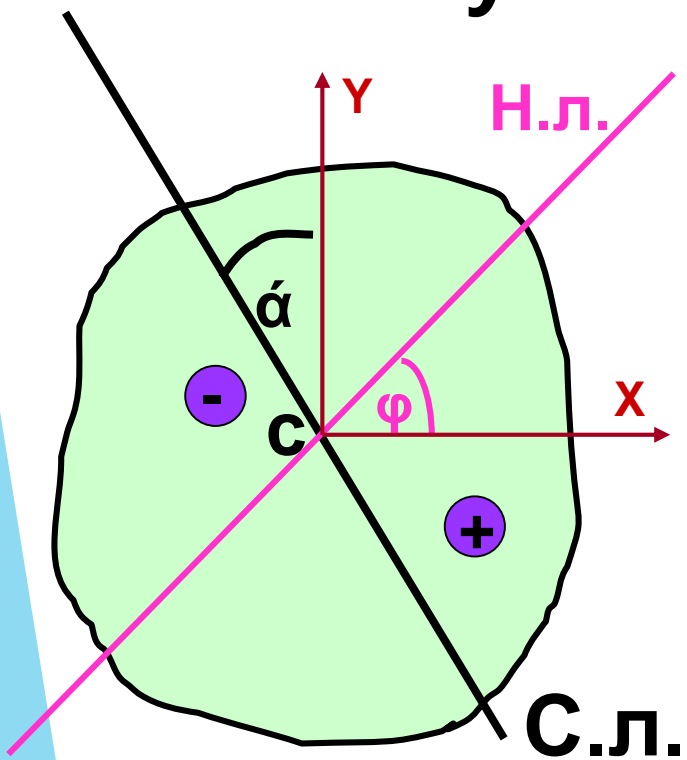
Бейтарап сызық әрқашан қиылыс ауырлығының ортасынан өтеді.

2). Бейтарап сызық бөледі екі аймаққа - созылу аймағына және сығу қима аймағына.

3). (8.2) және (8.5) өрнектерінің теңдігі салыстырсақ.

$$\frac{M_y}{M_x} = \operatorname{tg} \alpha \quad (8.2) \quad \operatorname{tg} \varphi = -\frac{M_y \cdot J_x}{M_x \cdot J_y} \quad (8.5) \quad \rightarrow$$

$$\operatorname{tg} \varphi = -\frac{M_y \cdot J_x}{M_x \cdot J_y} = -\operatorname{tg} \alpha \cdot \frac{J_x}{J_y} \quad (8.6) \quad , \text{ то есть, если } J_x \neq J_y, \\ \text{ то } \angle \alpha \neq \angle \varphi$$



Бейтарап және күш желілері жалпы жағдайда бір-біріне перпендикуляр болмайды және әрқашан координаттар жүйесінің әртүрлі төрттен бірінен өтеді.

4) Қима нүктесіндегі қалыпты кернеу шамасының осы нүктенің бейтарап сызыққа қатысты жағдайына тәуелділігін алайық. Ол үшін алдымен формуланы өзгертеміз (8.3):

$$\sigma_z = \frac{Mx}{Jx}y + \frac{My}{Jy}x = \frac{Mx}{Jx} \left(y + \frac{My Jx}{Mx Jy} x \right)$$

$$\sigma_z = \frac{Mx}{Jx} (y + x \cdot \operatorname{tg} \varphi)$$

$$\sigma_z = \frac{Mx}{Jx} \cdot \frac{1}{\operatorname{Cos} \varphi} (y \operatorname{Cos} \varphi + x \operatorname{Sin} \varphi) \quad (8.7)$$

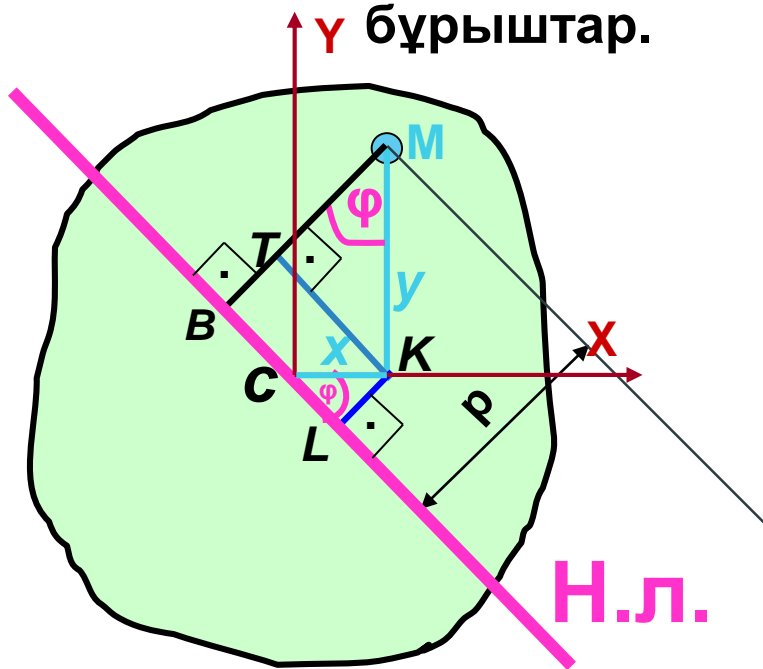
М (x, y) еркін нүктесін қарастырайық.

Осы нүктеден екі перпендикулярды - МК Х осіне және МВ бейтарап сызыққа түсірейік.

МВ перпендикулярларының ұзындығын р арқылы белгілейміз.

К нүктесінен КТ перпендикулярын МВ бөлігіне және К L бейтарап сызыққа түсірейік.

$\angle BMK = \angle KCL \Rightarrow$ өзара перпендикулярлы жақтардың арасындағы бұрыштар.



Сызбадан:

$$MB = p = MT + TB = MT + KL;$$

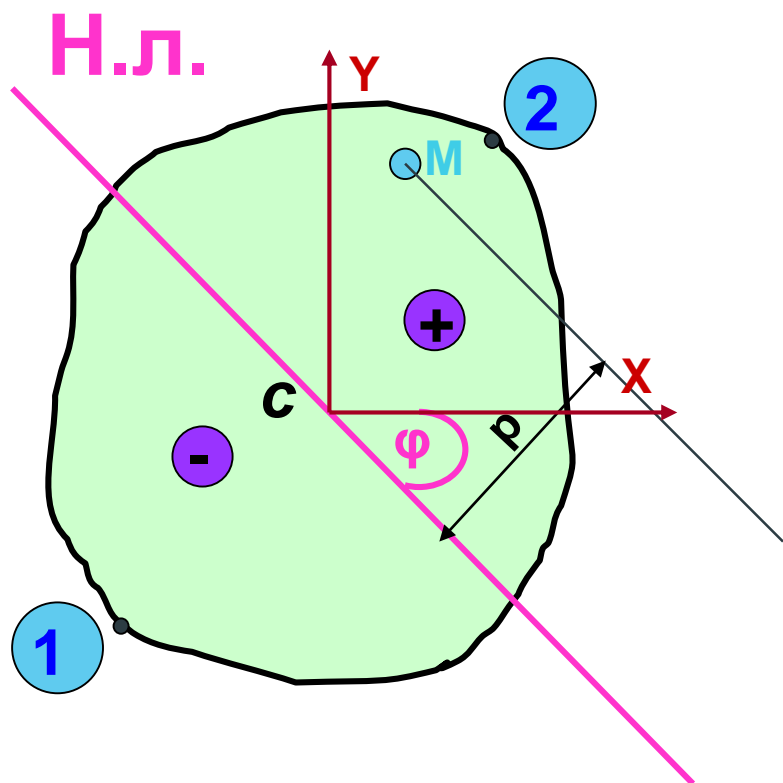
$$\text{Из } \triangle MKT: MT = y \cos \varphi$$

$$\text{Из } \triangle KCL: KL = x \sin \varphi$$

$$p = MT + KL = y \cos \varphi + x \sin \varphi$$

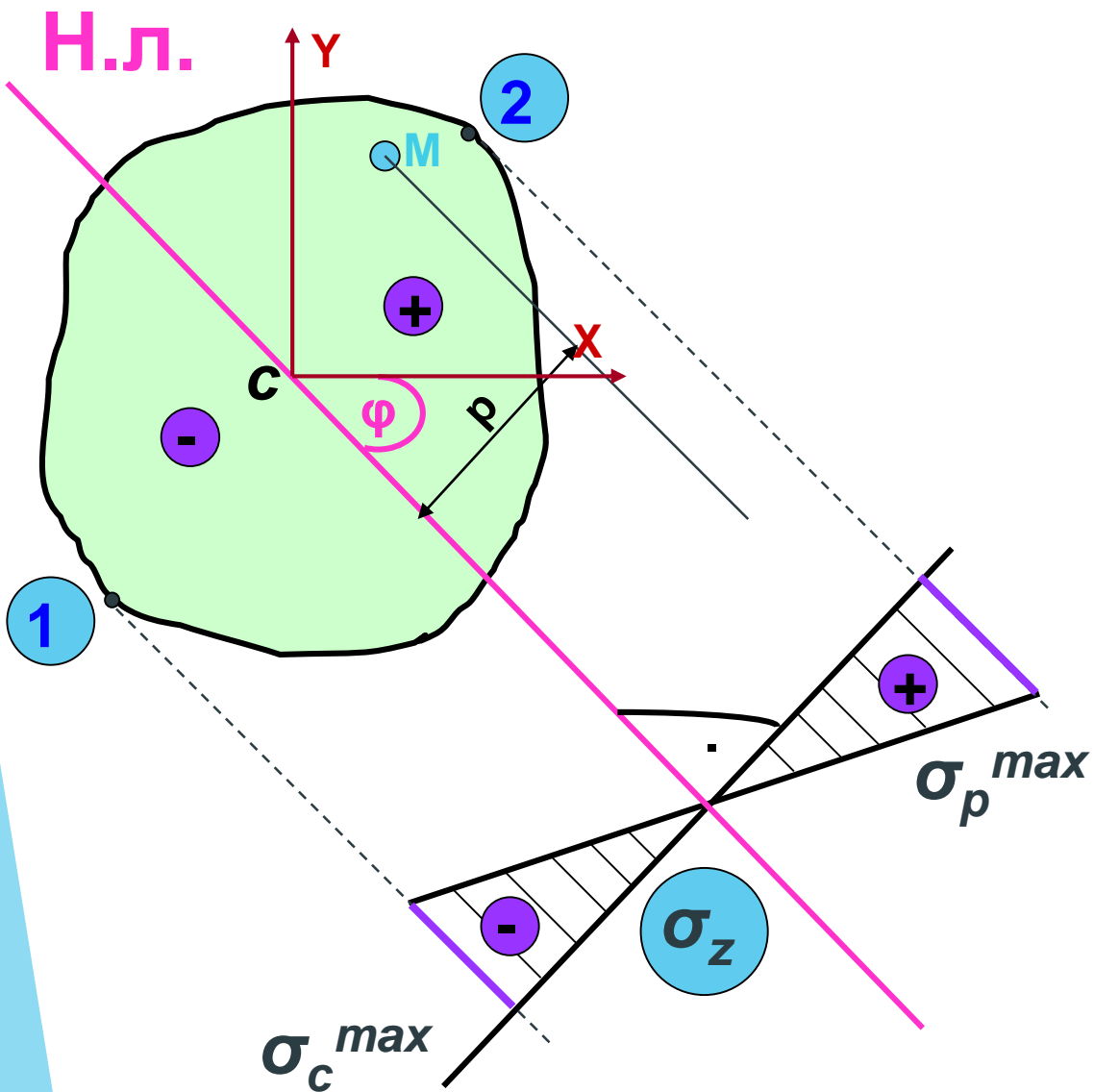
Осы көрсеткіштерді (8.7) қойсақ

$$\sigma_z = \frac{Mx}{J_x} \cdot \frac{1}{\cos \varphi} (y \cos \varphi + x \sin \varphi) \rightarrow \sigma_z = \frac{Mx}{J_x} \frac{p}{\cos \varphi} \quad (8.8)$$



$$\sigma_z = \frac{Mx}{J_x} \frac{\rho}{\cos \varphi} \quad (8.8)$$

(8.8) формуласынан ρ көп болған сайын, яғни одан әрі нүкте бейтарап сызықтан алыстаса, онда кернеу артады. Осылайша, қиылысудың неғұрлым қауіпті нүктелері мыналар болып табылады: бейтарап осьтен неғұрлым алыс Бұл 1-нүкте - онда неғұрлым қысылатын кернеу және неғұрлым созылатын кернеу туындайтын 2-нүкте пайда болады.



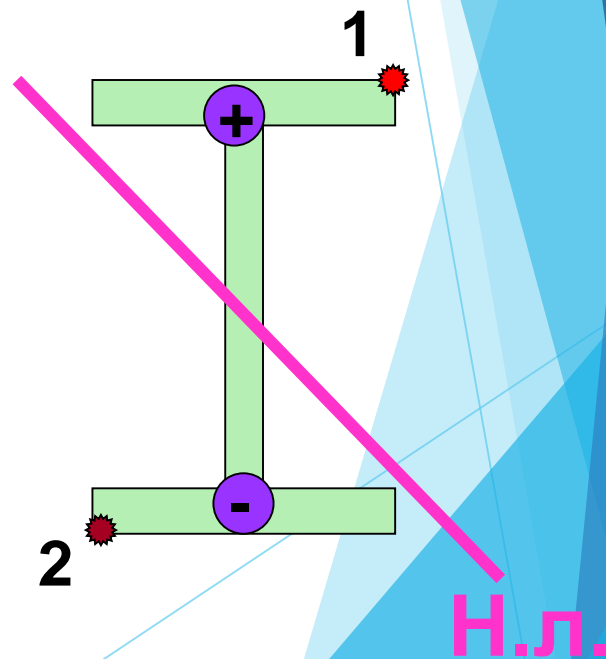
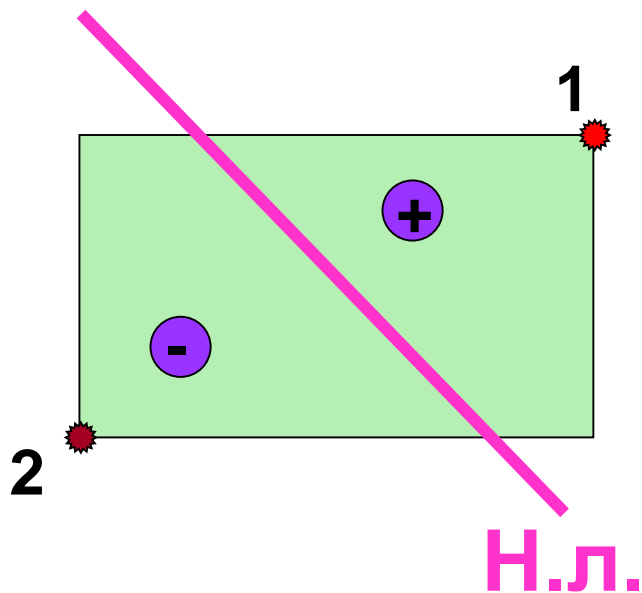
$$\sigma_z = \frac{Mx}{J_x} \frac{r}{\cos \varphi} \quad (8.8)$$

Сондай-ақ (8.8) формуласынан кернеу r байланысты. Ось бойымен кернеу эпюрасын салайық, бейтарап сызыққа перпендикуляр.

Қарапайым нысандағы қималарда (тікбұрыш, қос авр, швеллер және т.б.) бұрыштық нүктелер қиманың қауіпті нүктелері болады.

Егер брус пластикалық материалдан жасалған болса, онда қимада екі тең қауіпті нүкте болады - т.1 және т.2.

Егер брус морт материалдан жасалса, онда неғұрлым қауіпті нүкте ең үлкен созылу кернеуі туындайтын т.1 болады.



Дөңгелек қиманы есептеу.

(8.6) формуланы жазсақ

$$\operatorname{tg} \varphi = -\frac{M_y J_x}{M_x J_y} = -\operatorname{tg} \alpha \cdot \frac{J_x}{J_y}$$

Дөңгелек қима үшін $J_x = J_y$

и $\angle \alpha = -\angle \varphi$.

Дөңгелек қимада күштік және бейтарап сызық перпендикулярлы болады.

(8.1)-ден

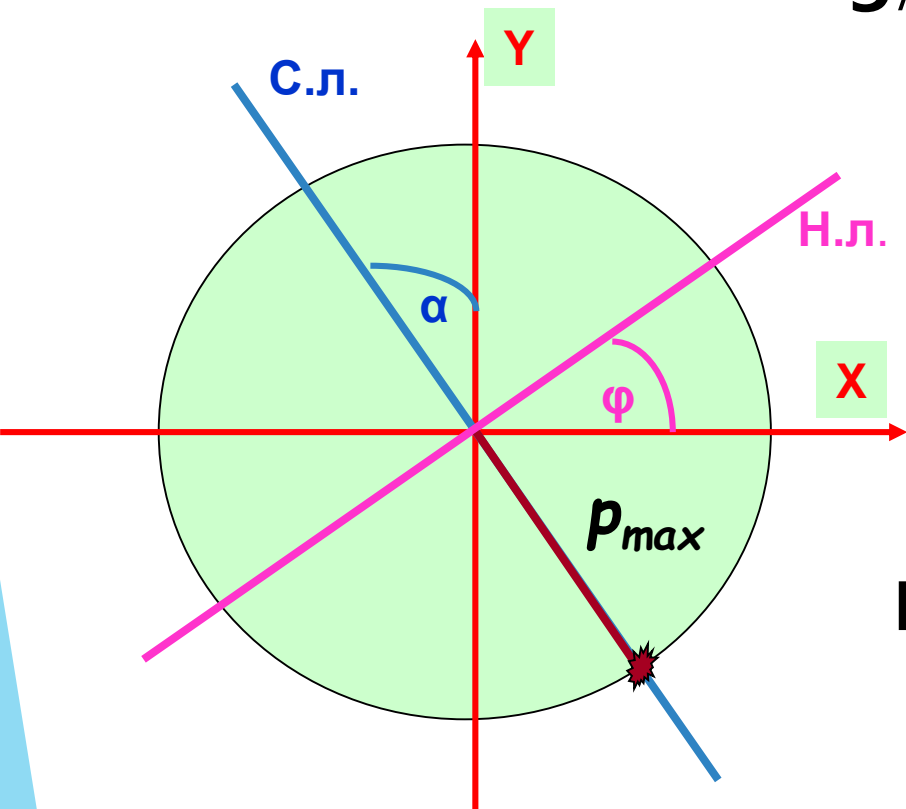
$$M_x = M_u \cdot \operatorname{Cos} \alpha = M_u \cdot \operatorname{Cos} \varphi;$$

$$\text{Из (8.8) } \sigma_z = \frac{M_x}{J_x} \frac{\rho}{\operatorname{Cos} \varphi} =$$

$$= \frac{M_u \cdot \operatorname{Cos} \varphi}{J_x} \cdot \frac{\rho}{\operatorname{Cos} \varphi} = \frac{M_u \cdot \rho}{J_x}$$



$$\sigma_z^{\max} = \frac{M_u}{W_x}$$



Ұсынылатын әдебиет

- 1. Арапов Б.Р., Сейтказенова К.К, Материалдар кедергісі . Учебное пособие. – Караганда: ТОО «Медет Групп», 2020. – 82 с.**
- 2. Қ. Алдияров, Материалдар кедергісі. Оқу құралы, Фолиант 2018-156 с**
- 4. Степин П.А. Сопротивление материалов - М.: ИНТЕГРАЛ-ПРЕСС, 1997.-320 с.**
- 5. Ицкович Г.М., Минин Л.С., Винокуров А.И Руководство к решению задач по сопротивлению материалов - М.: Высшая школа, 1999. -592 с.**
- 6. Миролубов И.Н. и др. Пособие к решению задач по сопротивлению материалов -М: Высшая школа, 1985. -399 с.**
- 7. Бондаренко А.Н. Электронный учебник по сопротивлению материалов. Москва. 2007 г.**
- 8. Панков А.Д. Руководство по курсовому проектированию по сопротивлению материалов Расчет валов. г. Саров. 2008 г.**
- 9. Панков А.Д. Вопросы для электронного тестирования по курсу “Сопротивление материалов”. г. Саров. 2009 г.**
- 10. Панков А.Д. Лабораторный практикум по курсу “Сопротивление материалов”. г. Саров. 2010 г.**
- 1. Шелофаст В.В. Основы проектирования машин. Изд –во АПМ., 2007 г.**