



Автоматика және ақпараттық технологиялар институты
Электроника, телекоммуникация және ғарыштық технологиялар кафедрасы

Екінші реттік сұлбалар (RLC тізбектері) және олардың өтпелі процестері

*PhD докторы ЭТжҒТ кафедрасының
қауымдастырылған профессоры
Хабай Анар
Email: a.khabay@satbayev.university*

Алматы қаласы, 2025 ж.

Дәріс №8. Екінші реттік сұлбалар (RLC тізбектері) және олардың өтпелі процестері

Дәрістің мақсаты:

Екінші реттік тізбектердің математикалық модельдерін құру (RLC тізбегі үшін ККЗ және дифференциалдық теңдеулер).

Өшу коэффициенті ζ және резонанстық жиілік ω_0 ұғымдарын түсіндіру.

Асқын өшетін, критикалық өшетін және өшпейтін тербеліс режимдерін ажырату.

Тұрақты (dc) және қадамдық (step input) әсерлер үшін шешімдерді табу жолдарын үйрету.

Механикалық аналог арқылы (масс–серіппе–демпфер жүйесі) электрлік процестерді түсіндіру.

Практикалық қолданылуын көрсету (автокөлік оталдыру жүйесі, басқару жүйелері).

ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕНДЕУЛЕР ЖӘНЕ ШЕШІМ ҚҰРЫЛЫМЫ

Дифференциалдық теңдеу:

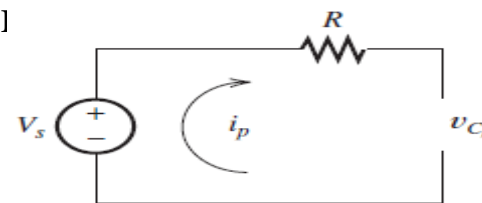
- Екі энергия сақтау элементі бар тізбектерде кездесетін теңдеулер тұрақты коэффициенттері бар екінші ретті сызықтық дифференциалдық теңдеуге дейін әрқашан төмендетілуі мүмкін.
- Тізбектей немесе параллель келген энергия сақтау элементтері (мысалы, екі параллель конденсатор) бір эквивалентті элементке біріктіріле алса, тізбек бірінші реттік болып қалады.

Жалпы шешімнің құрылымы:

- Екінші реттік теңдеулер үшін жалпы шешім екі бөліктен тұрады:
 1. Дербес шешім (u_p) – Кейде мәжбүрлі әрекет деп те аталады. Бұл дифференциалдық теңдеуді қанағаттандыратын кез-келген өрнек.
 2. Қосымша шешім (u_c) – Біртекті теңдеуді шешу арқылы табылады (күштік функция нөлге тең болғанда).

Тұрақты Күйдегі Шешім:

- Тұрақты (dc) ток көздері үшін, дербес шешімді тізбектен тікелей табуға болады
 - Индуктивтілікті қысқа тұйықталумен ауыстырамыз.
 - Сыйымдылықты ашық тізбекпен ауыстырамыз.



ТІЗБЕК КҮЙЛЕРІ (ӨШУ РЕЖИМДЕРІ)

Өшу көрсеткіші (ζ) және Резонанстық жиілік (ω_0):

- Тізбек әрекетін сипаттаушы теңдеудің түбірі (ζ) өшу коэффициенті мен резонанстық жиілік (ω_0) арқылы анықталады.
- Қосымша шешімнің формасы ζ мәнінің бірлікке қатыстылығына байланысты үш жағдайда болады.

1. Асқын өшетін жағдай (Overdamped):

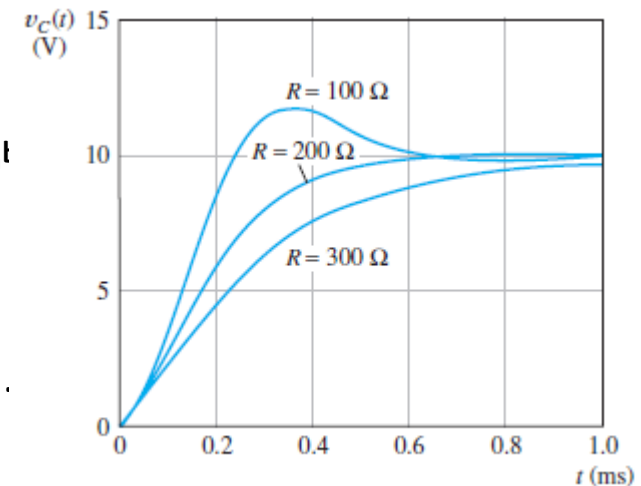
- Егер $\zeta > 1$ болса.
- Сипаттамалық теңдеудің түбірі нақты және айқын болады.
- Жүйе стационарлық күйге ауытқусыз, салыстырмалы түрде баяу жақындайды

2. Критикалық жағдай (Critically Damped):

- Егер $\zeta = 1$ болса.
- Сипаттамалық теңдеудің түбірі нақты және тең болады.
- Бұл – жүйенің ауытқусыз (тербеліссіз) соңғы мәнге жететін ең жылдам жолы.

3. Өшпейтін жағдай (Underdamped):

- Егер $\zeta < 1$ болса.
- Сипаттамалық теңдеудің түбірі комплексті болады (жорамал санды қамтиды).
- Тізбек соңғы мәнге жеткенге дейін тербелісті сипаттама (ауытқу) көрсетеді.



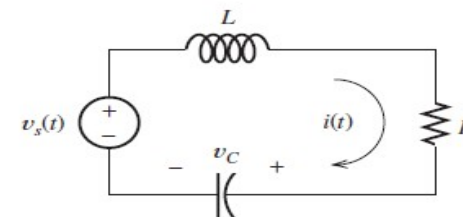
МЕХАНИКАЛЫҚ АНАЛОГ ЖӘНЕ ҚАДАМДЫҚ ӘСЕР

Механикалық Аналог:

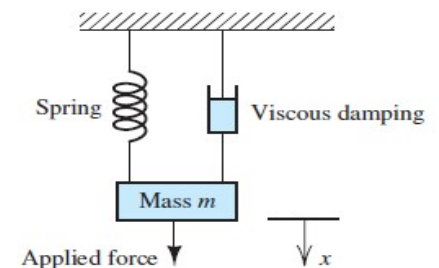
- RLC тізбегінің процестерін масс-серіппе-демпфер жүйесі арқылы түсіндіруге болады.
 - Масса (m) → Индуктивтілік (L) рөлін атқарады.
 - Серіппе (k) → Сыйымдылық (C) рөлін атқарады.
 - Демпфер (b) → Кедергі (R) рөлін атқарады.
- Механикалық жүйенің қозғалыс теңдеуі RLC тізбегінің дифференциалдық теңдеуімен бірдей түрде көрініс береді.

Қадамдық Функция (Step Input):

- Тұрақты ток көзін тізбекке лездік уақытта қолдану қадамдық функция деп аталады.
- Екінші реттік жүйелерде ζ -дің кішкене мәндері (өшпейтін жағдай) процестің тұрақты күйге келтірер алдында ұлғаюына және хабар беруіне (звон) әкеледі.
- Инженерлік жүйелер (мысалы, роботтың қолын басқару) көбінесе үшін ζ бірлікке жақын етіп жобаланады.



(a) Electrical circuit

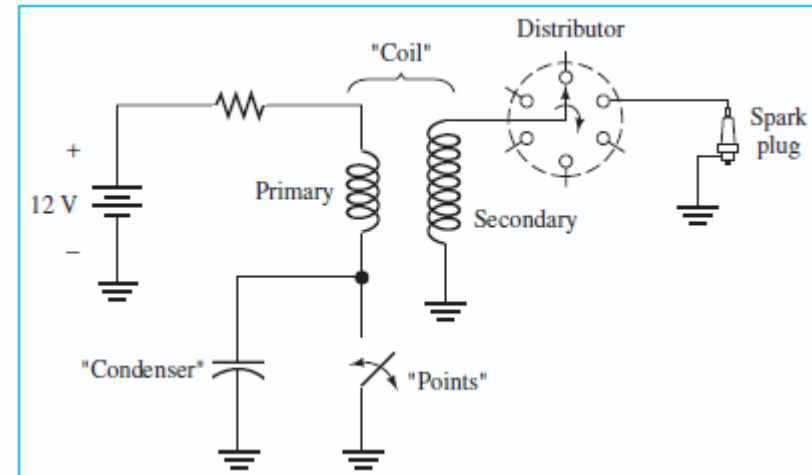


(b) Mechanical analog

ПРАКТИКАЛЫҚ ҚОЛДАНЫЛУЫ

Автокөлік оталдыру жүйесі:

- Классикалық оталдыру жүйелерінде RLC тізбектері тікелей қолданылған.
- Катушка (өзара біріктірілген индукторлар) бастапқы және қайталама деп аталатын бөліктерден тұрады.
- Оталдырғыш айналғанда, айырып-қосқыш сияқты жұмыс істейтін нүктелер ашылып-жабылады.
- Нүктелер ашылғанда токтың бірден тез үзілуі екінші (қайталама) катушкадағы орамада жоғары кернеу тудырады.
- Нүктелер арасындағы конденсатор кернеудің жоғарылауын бәсеңдетіп, доға пайда болуын (күйіп кетуін) шектейді.
- Қазіргі заманғы жүйелерде механикалық нүктелерді электрондық коммутаторлар және цифрлы компьютер алмастырды, бірақ негізгі қағидалар өзгеріссіз қалады.



Қорытынды

- ✓ RLC сұлбалары, яғни екі энергия сақтау элементі (индуктор мен конденсатор) бар тізбектер, электрлік жүйелердің жүрегі болып табылады. Олардың мінез-құлқы екінші реттік дифференциалдық теңдеулермен басқарылады, бұл тізбектің жаңа күйге қалай көшетінін анықтайды.
- ✓ Тізбектің жылдамдығы мен тұрақтану сипаты өшу коэффициенті деген маңызды параметрге тәуелді. Егер өшу коэффициенті жоғары болса, тізбек соңғы мәнге ақырын жетеді (асқын өшу). Егер ол төмен болса, тізбек тұрақталғанға дейін тербелістермен (ауытқулармен) сипатталады (өшпейтін тербеліс).
- ✓ Инженерлік жобалауда ең ұтымды нүкте критикалық өшу болып саналады, себебі бұл тербеліссіз, ең қысқа уақытта тұрақты күйге жетуді қамтамасыз етеді. RLC тізбегінің бұл динамикасы автомобиль оталдыру жүйесінен бастап, робототехникадағы күрделі басқару жүйелеріне дейінгі көптеген практикалық құрылғылардың іргетасы болып табылады.

Қайталау сұрақтары

1. Екінші реттік тізбек дегеніміз не және ол қандай элементтерден тұрады?
2. RLC тізбегіне арналған дифференциалдық теңдеу қалай алынады?
3. Өшу коэффициенті ζ нені сипаттайды?
4. Асқын өшетін, критикалық өшетін және өшпейтін тербелістердің айырмашылығы қандай?
5. Резонанстық жиілік ω_0 қалай анықталады?
6. RLC тізбегінің механикалық аналогы қандай жүйеге сәйкес келеді?
7. Қадамдық функция дегеніміз не және ол RLC жүйесінде қалай қолданылады?
8. Неліктен автомобильдің оталдыру жүйесінде RLC тізбектері пайдаланылады?
9. Екінші реттік жүйелердің артық тербелісі инженерлік практикада неліктен қажетсіз?
10. Қазіргі замандағы басқару жүйелерінде (робототехника, автокөлік, электроника) RLC тізбектерінің орны қандай?

Назарларыңызға рақмет!