

## Лекция 2. Понятие о форме и размерах Земли. Системы координат

Точное знание формы и размеров Земли необходимо во многих областях науки и техники (при запуске искусственных спутников и космических ракет, в авиации, мореплавании, радиосвязи и т.д.) и прежде всего в самой геодезии для правильного изображения земной поверхности на картах.

Поверхность Земли общей площадью 510 млн.км<sup>2</sup> разделяется на Мировой океан (71%) и сушу или материки (29%). Средняя глубина Мирового океана – около 3800м; средняя высота над средним уровнем воды в океанах – около 875м. Поэтому можно считать, что суша имеет вид небольшого по сравнению с общей поверхностью Земли и невысокого над уровнем моря по сравнению с его глубиной плоскогорья.

Представление о форме Земли в целом можно получить, если вообразить, что вся планета ограничена поверхностью Мирового океана в спокойном состоянии, непрерывно продолженной под материками. Такая замкнутая поверхность, в каждой своей точке перпендикулярная к отвесной линии, т.е. к направлению действия силы тяжести, называется *уровенной поверхностью*.

Уровенных поверхностей, огибающих Землю, можно вообразить множество. Та из них, которая совпадает со средним уровнем воды океанов в спокойном состоянии, образует фигуру, которая в геодезии принята за общую фигуру Земли, называемую *геоидом*. Фигура геоида определяется направлением отвесных линий, положение которых зависит от распределения масс в земной коре. Вследствие невозможности определения истинного распределения масс внутри Земли поверхность геоида нельзя представить каким-либо конечным математическим уравнением. Поэтому возникла необходимость замены поверхности геоида математически правильной и возможно ближе подходящей к ней поверхностью. Обычно рассматривают две такие поверхности.

В первом приближении уровенную поверхность Земли можно заменить *сферой* определенного радиуса. Путем точных геодезических, астрономических и гравиметрических измерений установлено, что по форме поверхность геоида наиболее близко подходит к математической поверхности эллипсоида вращения. Данная поверхность, образованная вращением эллипса  $PEP_1E_1$  (рис.1) вокруг его малой оси  $PP_1$  называется поверхностью *земного эллипсоида* или *сфероида*. Размеры земного эллипсоида характеризуются длинами его полуосей  $a$  (большая полуось) и  $b$  (малая полуось) и полярным сжатием:

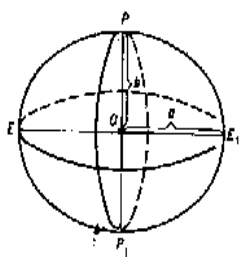


Рис.1. Земной эллипсоид вращения

$$\alpha = (a - b) / a$$

Линии сечения поверхности сфероида плоскостями, проходящими через ось вращения  $PP_1$  называются *меридианами* и представляют собой эллипсы. Линии сечения поверхности сфероида плоскостями, перпендикулярными к оси вращения, называются *параллелями* и являются окружностями. Параллель, плоскость которой проходит через центр сфероида, называется *экватором*.

Изучение фигуры Земли сводится в первую очередь к определению размеров полуосей и сжатия эллипсоида, наилучшим образом подходящего к геоиду и правильно ориентированного в теле Земли. Такой эллипсоид называется *референц-эллипсоидом*. Величины  $a$ ,  $b$ ,  $\alpha$  могут быть определены посредством градусных измерений, которые позволяют вычислить длину дуги меридиана в 1°. Зная величины таких дуг в различных местах меридиана, можно установить форму и размеры Земли.

Размеры земного эллипсоида неоднократно определялись учеными разных стран. До 1946г. в СНГ пользовались эллипсоидом, размеры которого были получены в 1841 г. немецким астрономом Ф.В.Бесселем ( $a=63777\ 397$ м,  $b=6\ 356\ 079$ м,  $\alpha=1:299,2$ ). Однако эллипсоид Бесселя на территории республики значительно отходит от поверхности геоида.

В 1940 г. отечественными учеными под руководством проф.Ф.Н.Красовского и А.А.Изотова были получены размеры эллипсоида, наиболее подходящие для территории республики ( $a=6\ 378\ 242$ м,  $b=6\ 356\ 863$ м,  $\alpha=1:298,3$ ). Эллипсоид указанных размеров с 1946 г. постановлением

правительства принят для геодезических работ в нашей стране и назван эллипсоидом Красовского.

Размеры эллипсоида Красовского, полученные из обработки геодезических, гравиметрических и астрономических материалов градусных измерений СНГ, Западной Европы и США, являются наиболее обоснованными как по объему использованных материалов, так и по строгости их обработки.

В настоящее время изучение физической поверхности Земли производится путем определения положения (координат) точек местности относительно расположенной некоторым образом поверхности (поверхности относимости), за которую принимается поверхность референц-эллипсоида Красовского.

Особенности строения фигуры Земли полностью учитываются при математической обработке высокоточных геодезических измерений и создании государственных геодезических опорных сетей. Ввиду малости сжатия ( $\alpha \approx 1:300$ ) при решении многих задач за фигуру Земли с достаточной для практических целей точностью можно принимать сферу, равновеликую по объему земному эллипсоиду. Радиус такой сферы для эллипсоида Красовского  $R=6371,11\text{ км}$ .

### **Определение местоположения точек на земной поверхности. Системы координат и высот, применяемые в геодезии**

Положение точек на земной поверхности может быть определено в различных системах координат.

**Географическая система координат.** Система графических координат является единой системой для всех точек Земли. При этом уровенная поверхность принимается за поверхность сферы. За начало отсчета в географической системе координат принимают начальный меридиан  $PM_0P_1$ , проходящий через центр Гринвичской обсерватории на окраине Лондона, и плоскость экватора  $EQ$  (рис.2).

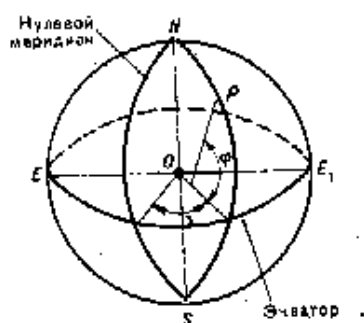


Рис.2. Географическая система координат

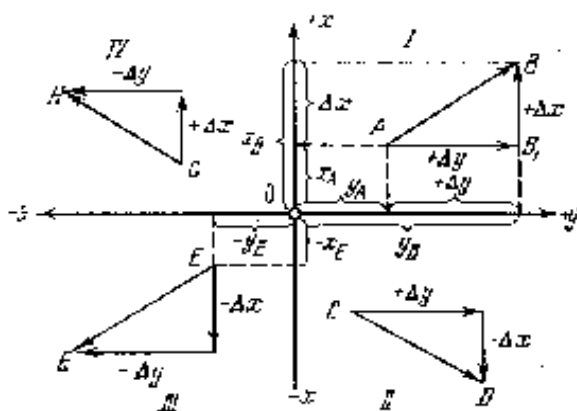


Рис.3. Система координат

Положение всякой точки  $M$  на сфере в этой системе координат определяется углом  $\varphi$ , образованным радиусом – вектором  $MO$  с плоскостью экватора и углом  $\lambda$ , составленным плоскостью меридиана  $PM$ , данной точки с плоскостью начального меридиана.

Угол  $\varphi$ , называемый *географической широтой*, отсчитывается от плоскости экватора к северу и к югу от  $0^\circ$  до  $90^\circ$ . Широты точек, расположенных в северном полушарии, называют северными, а в южном – южными. Угол  $\lambda$ , называемый *географической долготой*, отсчитывается от плоскости начального меридиана, имеют восточные долготы, а западные – западные.

### **Плоские прямоугольные координаты.**

Географические координаты неудобны для практического их использования в инженерных расчетах, как в геодезии, так и в маркшейдерском деле. Если размеры участка земной поверхности позволяет не принимать во внимание сферичность Земли, то при производстве геодезических работ часто применяется условная система плоских прямоугольных координат, начало которой выбирается произвольно.

Элементами данной системы координат являются (рис.3) ось  $O_x$ , направление которой принимается параллельным истинному, магнитному или осевому меридиану зоны либо произвольным; ось  $O_y$ , перпендикулярная к оси  $O_x$ ; точка  $O$  – начало координат.

Осями координат горизонтальная плоскость делится на четыре четверти. В отличие от принятой в математике *левой* системы плоских прямоугольных (декартовых) координат в геодезии

применяется *правая* система прямоугольных координат, в которой нумерация четвертей ведется по ходу часовой стрелки, начиная с северо-восточной четверти; это позволяет использовать в геодезических вычислениях формулы тригонометрии без каких-либо изменений.

Положение любой точки на плоскости в данной системе определится координатами  $x, y$ ; их знаки зависят от четверти, в которой находится точка. Координаты точек, например  $A$  и  $B$  ( $x_A, y_A$  и  $x_B, y_B$ ) равны соответственно расстояниям от начала координат до проекции этих точек на оси  $O_x$  и  $O_y$ .

Проекции линии  $AB$  на оси  $O_x$  и  $O_y$  называются *приращениями координат* и обозначаются  $\Delta x, \Delta y$ . Знаки приращений также зависят от четверти; если направления приращений координат – катетов прямоугольных треугольников – совпадают (см. рис.3) с положительным направлением координатных осей, то приращения координат будут положительны, если не совпадают, то приращения отрицательны.

Знаки приращений координат по четвертям показаны на рис. 4.

Если известны координаты  $x_A, y_A$  точки  $A$  и приращения координат  $\Delta x, \Delta y$  между точками  $A$  и  $B$ , то координаты точки  $B$  будут равны

$$x_B = x_A + \Delta x; \quad y_B = y_A + \Delta y$$

Данная система координат применяется при горизонтальных съемках и составлении планов местности.

**Зональная система прямоугольных координат Гаусса.** Чтобы установить связь между географическими координатами любой точки Земли и прямоугольными той же точки на плоскости, применяют способ проектирования поверхности земного шара на плоскость по частям, которые называются *зонами*. При этом весь земной шар делят меридианами на шести- или трехградусные зоны (рис.4). Счет зон ведется на восток от Гринвичского меридиана.

Прежде чем спроектировать такую зону на плоскость, ее вначале проектируют на поверхность цилиндра, который располагают так, чтобы его ось проходила через центр земного шара и находилась в плоскости земного экватора. При этом земной шар должен касаться цилиндра по среднему меридиану данной зоны. После этого цилиндр разворачивают на плоскости и получают на ней изображение проекции данной зоны. Такая проекция называется проекцией Гаусса.

В такой системе начало координат для всех зон принимается в точке пересечения осевого меридиана данной зоны с экватором. Координаты являются соответственно осью абсцисс и осью ординат (рис.5). Абсциссы, отсчитываемые от экватора к северному полюсу, считаются положительными, к южному – отрицательными; значения ординат от осевого меридиана на восток – положительными, на запад – отрицательными. Точка  $A_1$  (рис.5) будут иметь координаты: абсциссу  $x_a$  и ординату  $y_a$ .

Так как территория республики расположена в северном полушарии, то все абсциссы для всех ее точек положительны. Чтобы избежать отрицательных значений ординат, ординату осевого меридиана зоны принимают не за нуль, а за 500км, т.е. начало координат в каждой зоне перемещают на запад на 500км. При этом принята следующая система записи ординат: например, запись 7 382 000 указывает на то, что точка находится в седьмой зоне и ее ордината равна – 118 000 м (382 000-500 000).

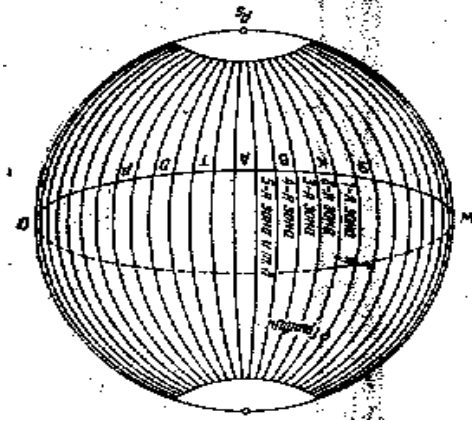


Рис.4.

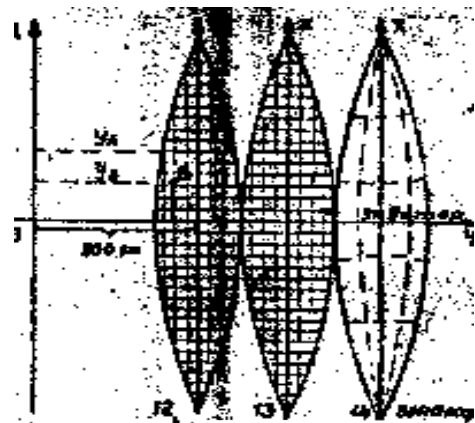


Рис.5.

**Полярная система координат.** В полярной системе координат положение любой точки  $A$  на плоскости определяется радиусом – вектором  $r$ , исходящим из точки  $O$ , называемой полюсом, и углом  $\beta$ , отсчитываемым по ходу часовой стрелки от линии  $OX$ - полярной оси – до радиуса-вектора. Положение полярной оси на плоскости можно выбирать произвольно; иногда его совмещают с направлением меридиана, проходящего через полюс  $O$ .

#### **Абсолютные и условные высоты**

Спроектируем точку  $A$  физической поверхности Земли по направлению отвесной линии на уровенную поверхность. Высота  $H_A$  этой точки, измеряемая от уровня моря, называется *абсолютной*, а  $H'$ , измеряемая от произвольной уровенной поверхности – *условной*. *Относительной* высотой точки или *превышением* называется высота ее над другой точкой земной поверхности; она обозначается через  $h$ . Например, превышение точки  $A$  над точкой  $B$  составит:  $h_A = H_A - H_B$ . Для определения высоты уровня моря на его берегу надежно закрепляет в вертикальном положении рейку, с делениями – *футиток* и периодически фиксируют уровень моря относительно этой рейки.

В Республике Казахстан высоты точек физической поверхности Земли приведены к нулю *Кронштадтского футитока* (черта на медной доске, установленной в гранитном устое моста через Обводной канал в Кронштадте).

Числовое значение высот точек называют отметками.

В случае выполнения геодезических работ на больших площадях приходится учитывать несовпадение поверхностей референц-эллипсоида и геоида (рис.9). Поэтому различают высоты *геодезические*, измеряемые от поверхности эллипсоида, и *ортометрические*, измеряемые от поверхности геоида.

#### **Контрольные вопросы:**

- 1) Общие сведения о фигуре Земли. Влияние Земли на результаты измерений.
- 2) Что мы называем уровенной поверхностью, геоидом.
- 3) Что называется референц-эллипсоидом?
- 4) Расскажите о эллипсоиде Красовского.
- 5) Чему равен радиус эллипсоида Красовского?
- 6) Какие системы координат в геодезии?
- 7) Как расположены и обозначаются географические координаты?
- 8) Как расположены и обозначаются прямоугольные координаты?