

8-лекция. Прямая задача кинематики.

Кинематика манипулятора и его основные задачи



План занятия

- **Кинематика** Изучает движение без учёта сил. В робототехнике — положение и ориентация звеньев.
 - **Манипулятор** Многозвенная система, напоминающая руку. Применяется в промышленности, медицине, космосе.
 - **Структура манипулятора** Звенья, сочленения (вращательные R, поступательные P), схват. Конфигурация — углы и смещения.
 - **Прямая и обратная задачи** ПКЗ — положение по углам (всегда решается). ОКЗ — углы по положению (может не иметь решения).
 - **Математическая модель** Матричные преобразования, ДН-параметры, формулы для коллизий.
 - **Применение ПКЗ** Программирование, моделирование, симуляция, CNC, 3D-принтеры координат.
 - **Пример двухзвенного манипулятора** Формулы для x и y через углы и длины звеньев.
 - **Кинематическая цепь** Последовательность звеньев. Степени свободы = независимые координаты.
 - **Задачи кинематики** Положение, ориентация, траектории, скорости, ограничения, предотвращение, VR.
-

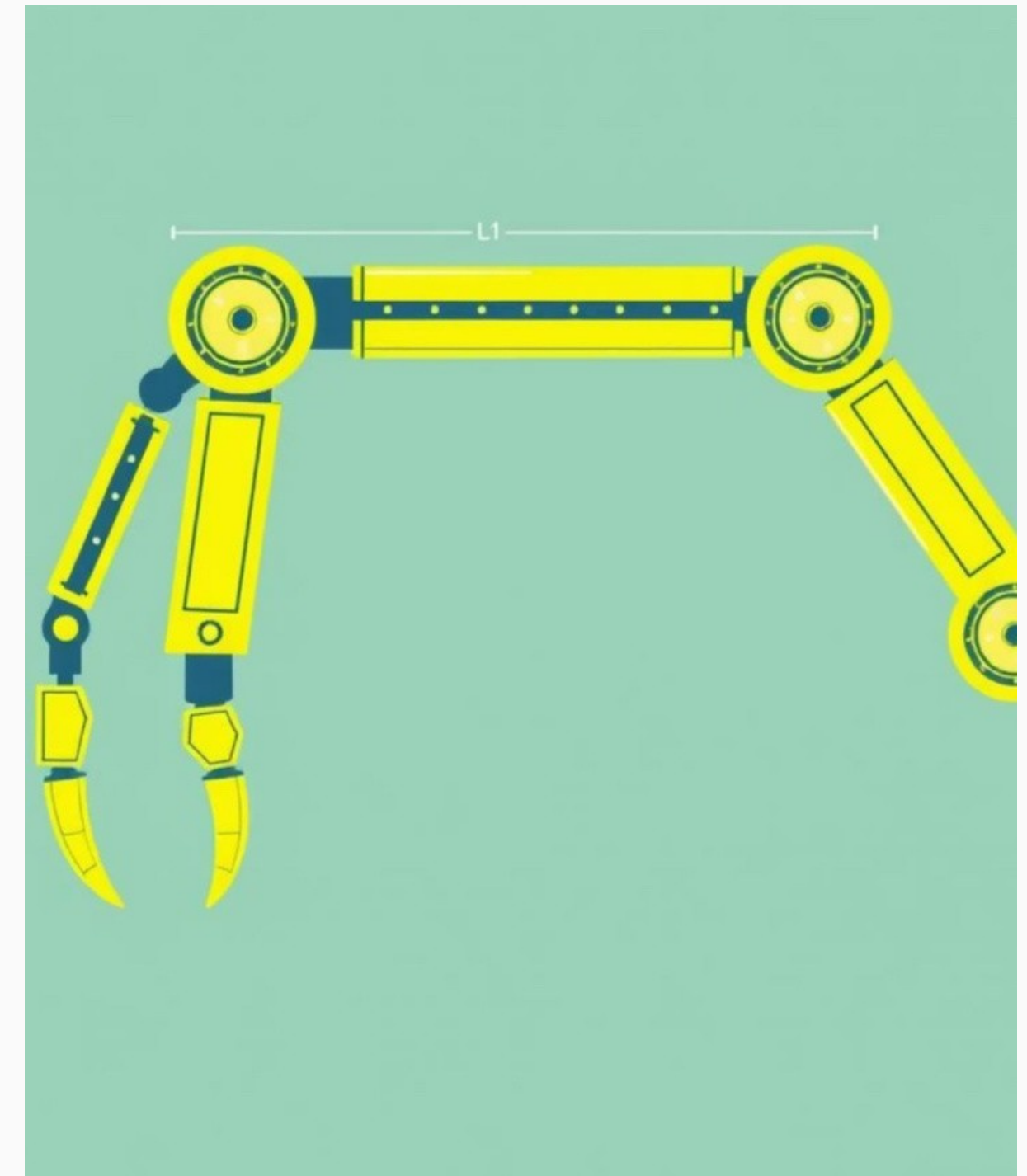
Что такое кинематика?

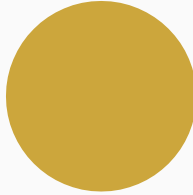
Кинематика — раздел механики, изучающий движение тел без учета сил.

- В робототехнике: описание положения, ориентации и движения звеньев робота.

- Основные понятия: обобщенные координаты, рабочее пространство, траектории.

- Цель: разработка алгоритмов управления роботом.





Манипулятор в робототехнике

Манипулятор — многозвенная механическая система, предназначенная для перемещения объектов или инструмента.

По функциям напоминает руку человека.

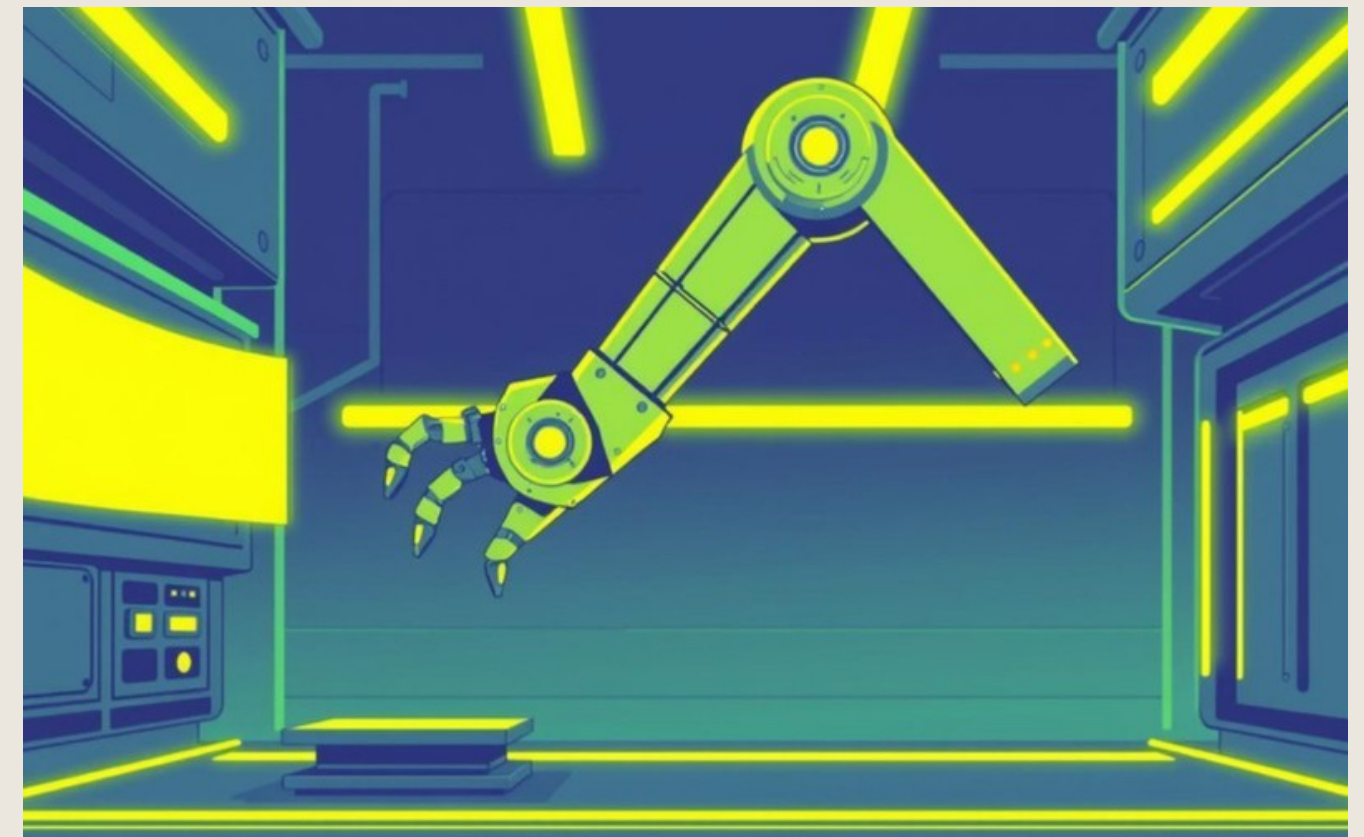
Применяется: промышленность (сварка, сборка, покраска), медицина (хирургические роботы), космос (манипуляторы на МКС), сервисная робототехника.



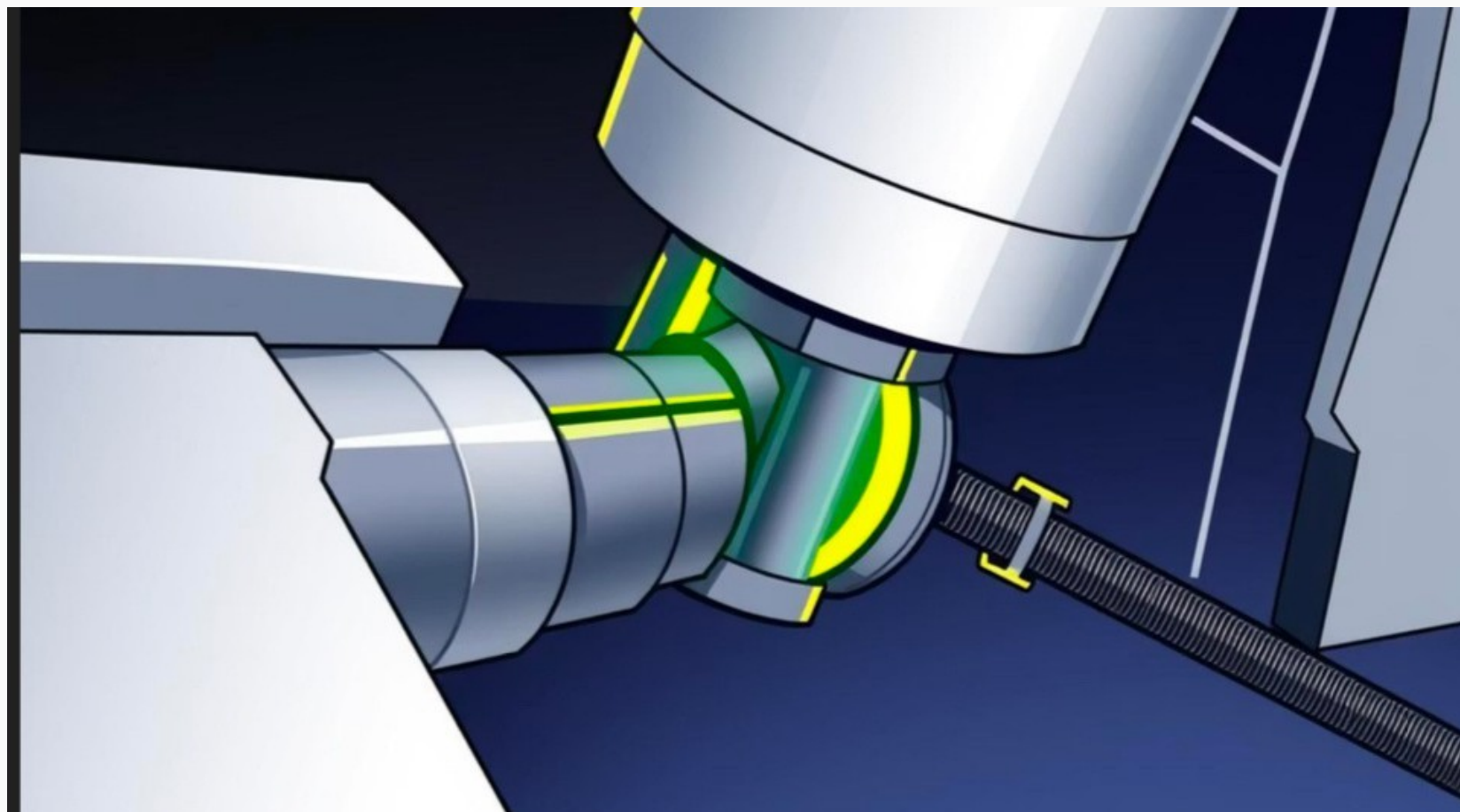
Структура манипулятора

A

- Звенья (links) — жесткие элементы.
- Сочленения (joints) — позволяют звеньям двигаться: вращение или поступательное смещение.
- Схват (gripper) или инструмент — конечный рабочий орган.
- Конфигурация манипулятора описывается набором углов и смещений.



Классификация сочленений



- Вращательные (R) — описываются углом поворота (пример: локоть).
- • Поступательные (P) — задаются линейным смещением (пример: телескопическая штанга).
- • Типовые комбинации:
- • RR-манипулятор (две оси вращения),
- • RPR (вращение-поступательное-вращение),
- • SCARA-манипуляторы (сочетание разных типов).

Кинематика робота и его два основных направления

- Два основных направления:
- 1. Прямая задача кинематики (ПКЗ) — вычислить положение и ориентацию рабочего органа по заданным координатам сочленений.
- 2. Обратная задача кинематики (ОКЗ) — найти координаты сочленений по положению рабочего органа.
- ПКЗ всегда имеет решение, ОКЗ — не всегда.

Особенности прямой задачи кинематики



Особенности:

- решение однозначно,
- используется в моделировании и симуляции,
- применяется при программировании роботов и планировании движения.

Математическая постановка Прямой Задачи

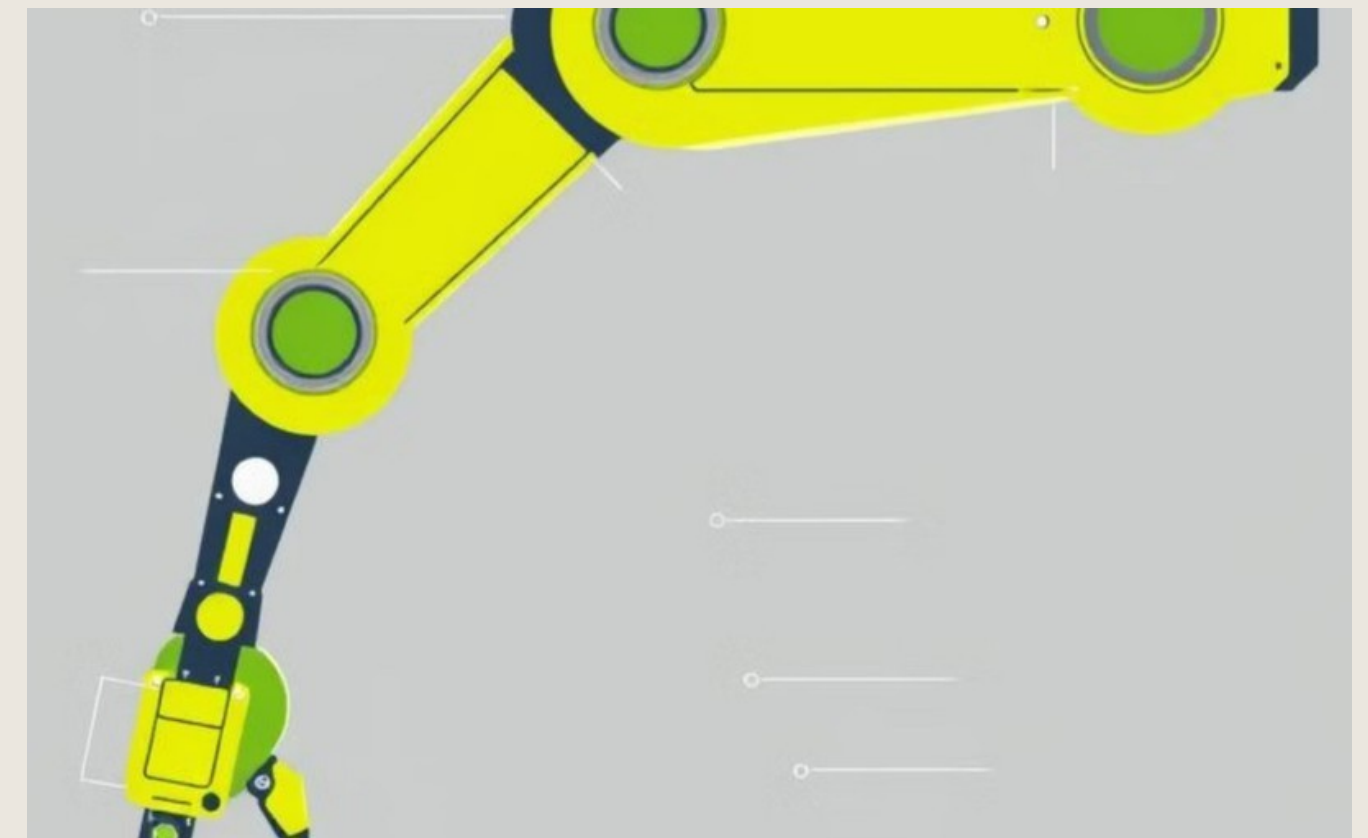


- 1) Входные данные:
- 2) длины звеньев,
- 3) углы поворота или смещения.
- 4) Выходные данные:
 - координаты рабочего органа (x, y, z)
 - ориентация (углы Эйлера, матрица вращения).
 - Используются матричные методы преобразования координат.

Пример двухзвенного манипулятора

A

- Пример: 2D манипулятор
- Двухзвенный манипулятор (2 вращательных сочленения):
- $x = l_1 \cos q_1 + l_2 \cos(q_1 + q_2)$, $y = l_1 \sin q_1 + l_2 \sin(q_1 + q_2)$
- Рабочая зона — область, где может находиться конец манипулятора.
- ПКЗ даёт однозначный ответ для любого набора q_1, q_2 .



Матричное представление

Каждое звено и сочленение описывается матрицей преобразования:

матрица поворота,
матрица переноса.

Общая формула:

$T = A_1 \cdot A_2 \cdot \dots \cdot A_n$
Позволяет вычислить конечное положение звена в пространстве.

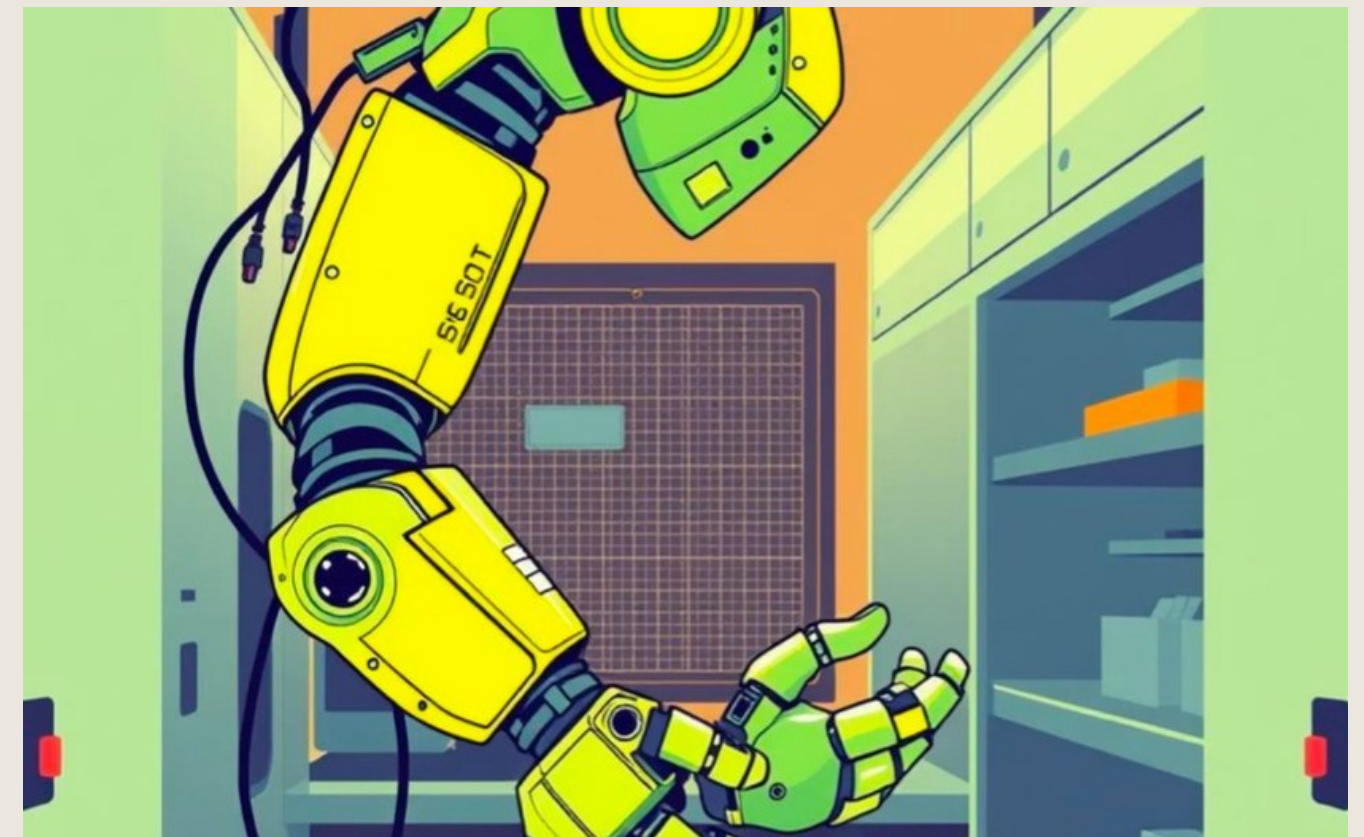


Метод Денавита-Хартенберга (DH-параметры)

Унифицированный метод описания робота.
Каждый сустав описывается 4 параметрами:

1. a_i — длина звена,
2. α_i — угол наклона,
3. d_i — смещение,
4. θ_i — угол поворота.

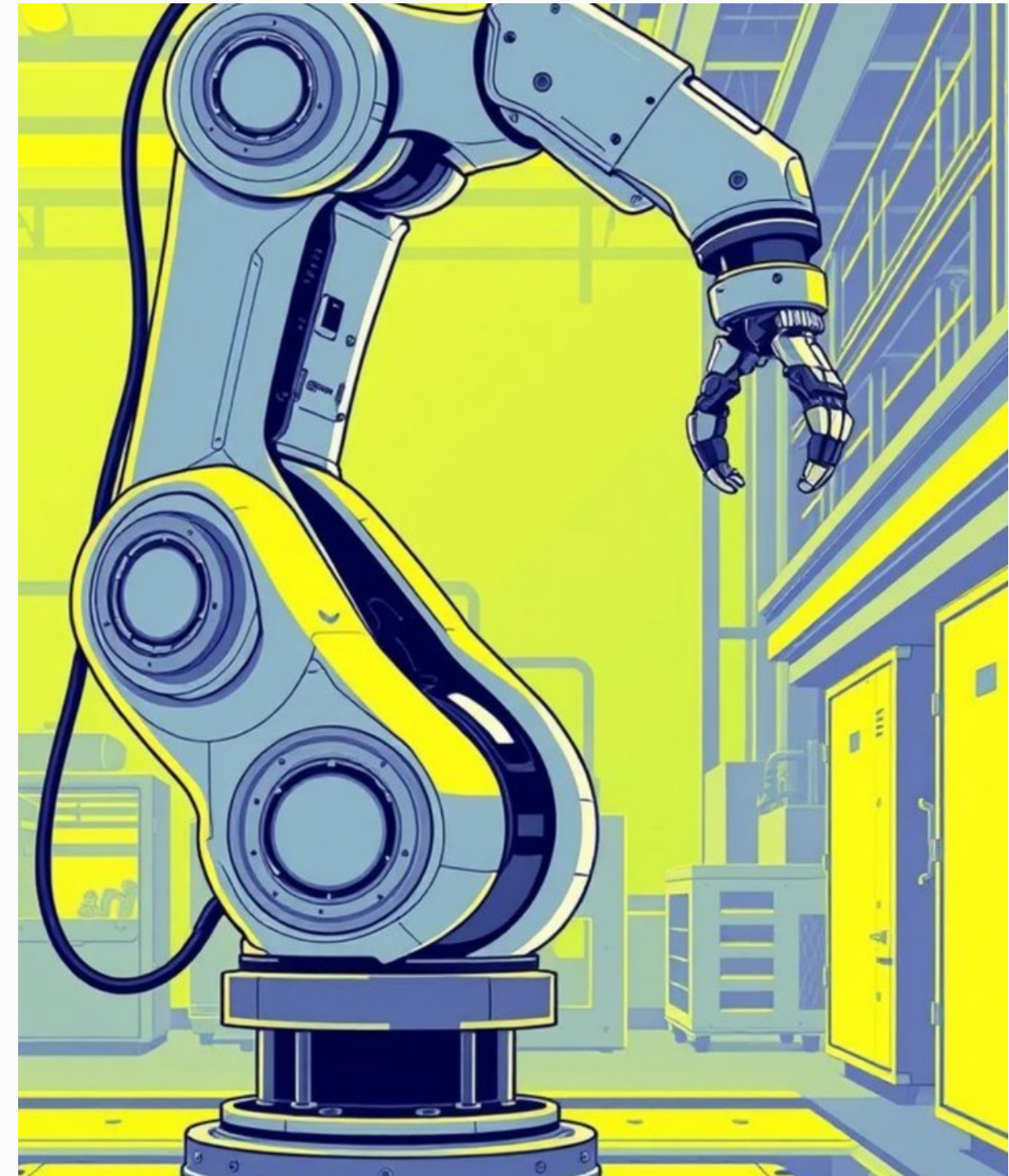
- Упрощает составление кинематических уравнений.

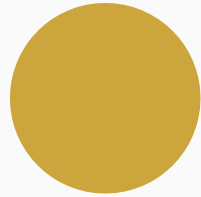


Кинематическая цепь

Последовательность звеньев и суставов образует кинематическую цепь.

Количество степеней свободы =
число независимых координат.
Чем больше степеней свободы,
тем гибче робот.

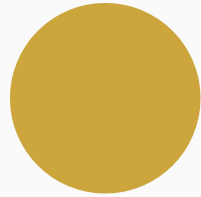




Основные задачи кинематики манипулятора

- 1) Вычисление положения и ориентации инструмента.
- 2) Определение скоростей и ускорений звеньев.
- 3) Построение траекторий движения.
- 4) Учет ограничений рабочего пространства.
- 5) Оптимизация управления и предотвращение коллизий.



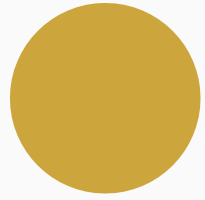


Прямая и обратная задачи кинематики

ПКЗ — простая, всегда имеет решение. ОКЗ — сложная: может иметь несколько решений, может не иметь решения вовсе, требует численных методов.

Пример: робот с 6 степенями свободы имеет десятки решений для ОКЗ.





Практическое значение ПКЗ

Программирование движения роботов.

Моделирование в CAD/CAE.

Управление CNC-станками и 3D-принтерами.

Симуляторы и VR-тренажёры.

Определение конечного положения при выполнении операций.





Построение траекторий

- ПКЗ позволяет рассчитать путь рабочего органа при изменении углов.
- Используется при обучении роботов движению.
- Позволяет проверять корректность программы запуска робота. ДО



Ограничения, сложности и примеры

применения

Механические ограничения:

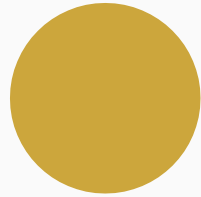
предельные углы и длины звеньев. Геометрические: наличие препятствий, зона досягаемости.

Требуется учитывать динамику для точного управления.

Ошибки датчиков и люфты приводят к неточности движения.

Примеры применения:

Промышленность: сварка, покраска, сборка, Медицина: робот Da Vinci для хирургии, Космос: манипулятор Canadarm на МКС, Логистика: сортировочные роботы на складах Amazon.



Выводы:

Прямая задача кинематики — основа управления роботами. Позволяет описать движение рабочего органа по заданным углам. Использует матричные преобразования и ДН-параметры. Является обязательным этапом при проектировании и управлении манипуляторами.



Источники и литература

- Источники
- 1. Крейг Мехатроническое введение в управление. - М.: Вильямс, 2005.
- 2. Siciliano B., Sciavicco L., Villani L., Oriolo G. Robotics: Modeling, and Control. Springer, 2010.
- 3. Spong M., Hutchinson S., Vidyasagar M. Robot Modeling and Control. Wiley, 2006.
- 4 MathWorks. Simulink & Robotics Toolbox Documentation.