



Курс: «Электрические аппараты»

Лекция №3

Электродинамические силы в электрических аппаратах

Преподаватель: Сарсенбаев Е.А., **ассоц.проф. кафедры**
«Энергетика»

y.sarsenbayev@satbayev.university

Алматы 2025

Содержание

- 1. Основные понятия*
- 2. Методы расчета электродинамических сил*
- 3. Электродинамические силы между параллельными проводниками*
- 4. Электродинамические силы между взаимно перпендикулярными проводниками*
- 5. Электродинамические силы в кольцевом витке и между кольцевыми витками*
- 6. Электродинамические силы в проводниках переменного сечения*
- 7. Силы взаимодействия между проводником с током и ферромагнитной массой*
- 8. Электродинамические силы при переменном токе*

По завершению урока Вы будете знать:

- 1. Методы расчета электродинамических сил*
- 2. Электродинамические силы между разными проводниками*
- 3. Электродинамические силы в проводниках переменного сечения*
- 4. Силы взаимодействия между проводником с током и ферромагнитной массой*
- 5. Электродинамические силы между параллельными проводниками*

Основные понятия. Действие электродинамических сил на аппараты

Действие электродинамических сил на аппараты. При нормальных эксплуатационных условиях электродинамические силы, как правило, малы и не вызывают каких-либо деформаций, а тем более поломок деталей в аппаратах. Однако при коротких замыканиях эти силы достигают весьма больших значений и могут вызвать деформацию или разрушение не только отдельных деталей, но и всего аппарата. Это обстоятельство требует проведения расчета аппарата (или отдельных его узлов) на электродинамическую устойчивость, т.е. на способность выдержать без повреждений прохождение наибольшего возможного в эксплуатационных условиях (или заданного) тока короткого замыкания. Такой расчет тем более необходим ввиду того, что с целью получения минимальных габаритов в аппаратах стремятся располагать токоведущие части как можно ближе друг к другу.

Так как переменный ток при отсутствии апериодической составляющей отличается от постоянного изменением силы тока и направлением изменяющихся по синусоидальному закону, то и электродинамическая сила будет иметь переменное значение.

Основные понятия. электродинамических сил.

Возникновение

Возникновение электродинамических сил. Обтекаемый током i прямолинейный проводник длиной l (рисунок 1), расположенный в магнитном поле с индукцией B , испытывает механическую силу

$$(1) \quad F = ilB \sin \beta$$

где β - угол между направлением вектора магнитной индукции и направлением тока в проводнике.

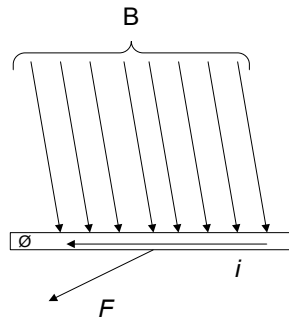


Рисунок 1. Возникновение электродинамических сил.

Для системы из нескольких обтекаемых током проводников можно всегда представить, что любой из этих проводников расположен в магнитном поле, созданном токами других проводников, и соответствующим образом взаимодействует с этим полем, т. е. между проводниками, охваченными общим магнитным потоком, всегда возникают механические силы. Эти силы называются **электродинамическими**.

Основные понятия. Направление действия силы.

Направление действия силы. Направление действия силы определяется «правилом левой руки». Направление действия силы может быть также определено из следующего общего положения: силы, действующие в контуре с током, стремятся изменить конфигурацию контура так, чтобы охватываемый контуром магнитный поток увеличился.

Удобным для определения направления действия электродинамической силы является метод, предложенный академиком В.Ф. Миткевичем, основанный на представлении бокового распора и тяжения магнитных линий.

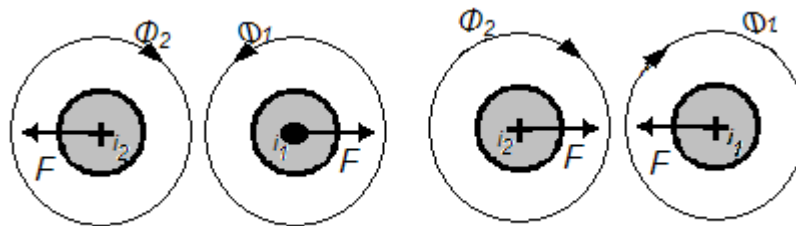


Рисунок 2. Направление действия силы.

Рисуют и накладывают друг на друга картины магнитных полей, создаваемых током каждого из проводников. Благодаря боковому распору магнитных силовых линий сила, действующая на проводник, направлена в сторону, где поле ослаблено (рисунок 2).

Методы расчета электродинамических сил

Первый метод. Расчет электродинамических сил ведется обычно либо на основании закона взаимодействия проводника с током и магнитным полем (первый метод), либо по изменению запаса магнитной энергии системы (второй метод).

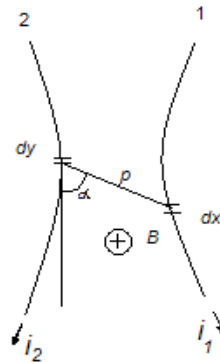


Рисунок 3. Расчет электродинамических сил.

Расчет электродинамических сил на основании закона взаимодействия проводника с током и магнитным полем. Возьмем систему из двух произвольно расположенных проводников 1 и 2 (рисунок 3), обтекаемых токами i_1 и i_2 . Напряженность магнитного поля, создаваемого элементом dy проводника 2 в месте расположения элемента dx проводника 1, будет

$$(2) \quad dH_{dx} = \frac{i_2 dy}{\rho^2} \sin \alpha$$

Методы расчета электродинамических сил

где β — угол между вектором $\mathbf{s}$ и направлением тока по элементу dy .
Весь проводник 2 создает в месте расположения элемента dx напряженность магнитного поля

$$(3) \quad H_{dx} = \int_{l_2} dH_{dx} = \int_{l_2} \frac{i_2 dy}{\rho^2} \sin \alpha.$$

Элементарная сила, действующая на элемент dx , обтекаемый током i_1

$$(4) \quad dF_{dx} = \frac{\mu_0}{4\pi} H_{dx} i_1 dx \sin \beta = i_1 dx \sin \beta \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{l_2} \frac{i_2 dy}{\rho^2} \sin \alpha,$$

где β — угол между вектором магнитной индукции $\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}_{dx}$ и вектором тока i_1 ;
 μ_0 — магнитная проницаемость воздуха.

Полную силу F взаимодействия между проводниками 1 и 2 получим после интегрирования dF_{dx} по всей длине проводника 1:

$$(5) \quad F = \int_{l_1} dF_{dx} = \int_{l_1} i_1 dx \sin \beta \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{l_2} \frac{i_2 dy}{\rho^2} \sin \alpha.$$

Методы расчета электродинамических сил

Считая токи i_1 и i_2 неизменными по всей длине проводника, уравнение (5) можно переписать в виде произведения членов:

$$(6) \quad F = \left(i_1 i_2 \frac{\mu_0}{4\pi} \right) \left(\int_{l_1} dx \sin \beta \int_{l_2} \frac{dy}{\rho^2} \sin \alpha \right).$$

Первый член этого выражения зависит только от значений токов. Второй член зависит только от взаимного геометрического расположения проводников и представляет собой безразмерную величину. Эту величину часто называют коэффициентом контура, который обозначим буквой c , тогда

$$(7) \quad F = c i_1 i_2 \frac{\mu_0}{4\pi}.$$

т.е. сила взаимодействия между двумя проводниками, обтекаемыми токами i_1 и i_2 , пропорциональна произведению этих токов (квадрату тока при $i_1 = i_2$) и зависит от геометрии проводников.

Подставив в уравнение (7) значение $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ и вычисляя силу в ньютонах, получим

$$(8) \quad F = c i_1 i_2 10^{-7}.$$

Методы расчета электродинамических сил

Второй метод. Расчет электродинамических сил по изменению запаса электромагнитной энергии контуров. Электромагнитное поле вокруг проводников и контуров с током обладает определенным запасом энергии. Электромагнитная энергия контура, обтекаемого током i ,

$$(9) \quad W = L \frac{i^2}{2}$$

Электромагнитная энергия двух контуров, обтекаемых токами i_1 и i_2 ,

$$(10) \quad W = L \frac{i_1^2}{2} + L \frac{i_2^2}{2} + M i_1 i_2$$

где L_1, L_2 — индуктивности контуров; M — взаимная индуктивность контуров.

Всякая деформация контура (изменение расположения отдельных его элементов или частей) или изменение взаиморасположения контуров приводят к изменению запаса электромагнитной энергии. При этом работа сил в любой системе равна изменению запаса энергии этой системы:

$$(11) \quad F dx = dW$$

здесь dW — изменение запаса энергии системы при деформации системы в направлении x под действием силы F .

Методы расчета электродинамических сил

На указанном законе (11) и основан второй метод определения электродинамических сил в контурах. Электродинамическая сила в контуре или между контурами, действующая в направлении x , равна скорости изменения запаса энергии системы при деформации ее в том же направлении:

$$(12) \quad F_x = \frac{dW}{dx}$$

Согласно сказанному электродинамическая сила в контуре, обтекаемом током i ,

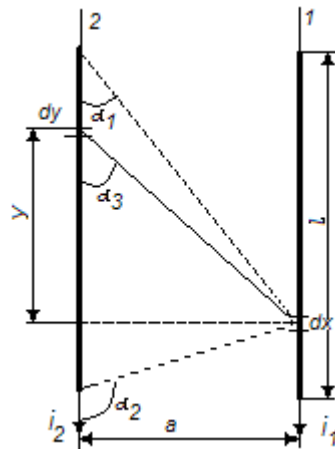
$$(13) \quad F_x = \frac{i_2 dL}{2dx}$$

а электродинамическая сила между двумя взаимосвязанными контурами с токами i_1 и i_2 будет

$$(14) \quad F_x = \frac{i_1^2 dL_1}{2dx} + \frac{i_2^2 dL_2}{2dx} + i_1 i_2 \frac{dM}{dx}$$

Электродинамические силы между параллельными проводниками

Бесконечной длины. Возьмем два параллельных круглых проводника 1 и 2 (рисунок 4), расположенных в одной плоскости на расстоянии друг от друга и обтекаемых токами i_1 и i_2 . Расчет будем производить первым методом. Прделаав все операции аналогично выражениям (2) — (8) и учитывая, что $\sin \varphi = 1$, так как проводники расположены в одной плоскости, и вектор индукции в данном случае перпендикулярен этой плоскости ($\varphi=90^\circ$), получим



$$(15) \quad F = 10^{-7} i_1 i_2 c$$

$$\text{где} \quad c = \int_{l_1} dx \int_{l_2} \frac{dy}{\rho^2} \sin \alpha$$

Электродинамические силы между параллельными проводниками

Выразим подинтегральные переменные второго интеграла через одну из переменных, а именно через угол α . Примем за начало координат элемент dy и направление токов, совпадающее с положительным направлением координат. В этом случае текущая координата

$$(16) \quad y = a \operatorname{ctg} \alpha; \rho = \frac{a}{\sin \alpha}; dy = -a \frac{d\alpha}{\sin^2 \alpha}$$

Подставив полученные выражения в уравнение (15) и считая, что проводник 2 распространяется от $-\infty$ до $+\infty$, чему соответствует изменение угла α от π до 0, получим

$$(17) \quad c = \int_{l_1}^0 dx \int_{\pi}^0 -\frac{\sin \alpha}{\alpha} d\alpha = \frac{2}{\alpha} \int_{l_1}^0 dx.$$

Очевидно, если проводник 1 (l_1), так же как и проводник 2, распространяется до $\pm\infty$, то c будет стремиться к бесконечности.

Конечной длины. Если проводник 1 имеет конечную длину, то

$$(18) \quad c = \frac{2l}{\alpha}$$

Согласно выражению (18) сила, действующая на проводник 1, равна

$$(19) \quad F = 10^{-7} i_1 i_2 \frac{2l}{\alpha}$$

Электродинамические силы между параллельными проводниками

Уравнение (19) определяет силу взаимодействия между двумя проводниками, один из которых бесконечно длинен, а второй имеет конечную длину l и расположен симметрично относительно первого. В случае, когда оба проводника будут иметь конечную длину l , пределы интегрирования для выражения (17) будут уже не от r до 0 , а от b_2 до b_1 (см. штриховые линии на рис. 4) и сила взаимодействия между двумя круглыми проводниками конечной и равной длины определится уравнением:

$$(20) \quad F = 10^{-7} i_1 i_2 \frac{2l}{\alpha} \left(\sqrt{1 + \left(\frac{\alpha}{l} \right)^2} - \frac{\alpha}{l} \right)$$

В уравнении (20) множитель перед скобками представляет собой силу взаимодействия между двумя проводниками, один из которых имеет бесконечную длину. Обозначим эту силу через F_∞ . Коэффициент, заключенный в скобках, представляет собой величину, меньшую единицы. При $b/l < 0,2$ (в практике, как правило, $b/l \ll 0,2$) величиной $(b/l)^2$ по отношению к единице можно пренебречь. Тогда уравнение (20) примет вид (21).

$$(21) \quad F = 10^{-7} i_1 i_2 \frac{2l}{\alpha} \left(1 - \frac{\alpha}{l} \right) = F_\infty \left(1 - \frac{\alpha}{l} \right)$$

Электродинамические силы между параллельными проводниками

Неравной длины. В практике весьма часто проводники имеют неравную длину. Силу взаимодействия между такими проводниками можно найти изложенным выше способом, производя интегрирование каждый раз в соответствующих пределах. Можно эту задачу решить, применив уравнение (20).

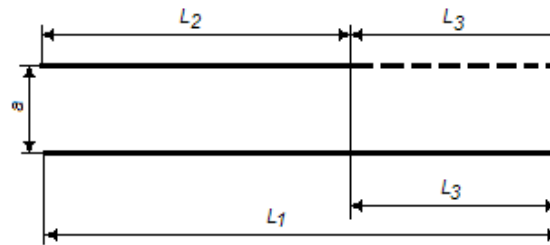


Рисунок 5. Два проводника неравной длины.

На рисунке 5 приведены два проводника неравной длины l_1 и l_2 , расположенные друг от друга на расстоянии a и обтекаемые токами i_1 и i_2 . Нарастим проводник l_2 на отрезок l_3 до длины, равной l_1 . Проводник l_1 можем также представить состоящим из двух отрезков l_2 и l_3 . Тогда можем написать, что сила взаимодействия между проводниками длиной l_1 и l_2 ($F_{l_1 l_2}$) равна сумме сил взаимодействия между двумя проводниками l_2 одинаковой длины ($F_{l_2 l_2}$) и двумя проводниками длиной l_2 и l_3 ($F_{l_2 l_3}$):

$$F_{l_1 l_2} = F_{l_2 l_2} + F_{l_2 l_3}.$$

(22)

Электродинамические силы между взаимно перпендикулярными проводниками

На рисунке 6 и 7 приведены часто встречающиеся в аппаратах формы перпендикулярно расположенных проводников, например в рубильниках, мостиковых контактных системах и многих других аппаратах и узлах. Произведя расчеты, аналогичные предыдущим (первый метод), получим следующие выражения для сил, действующих на проводник 1 по рисунке 6. при $h \rightarrow \infty$

$$(23) \quad F = 10^{-7} i^2 \ln \frac{a}{r}.$$

и при h конечном
(24)

$$F = 10^{-7} i^2 \ln \frac{a/r}{1 + \sqrt{1 + (a/h)^2}}.$$

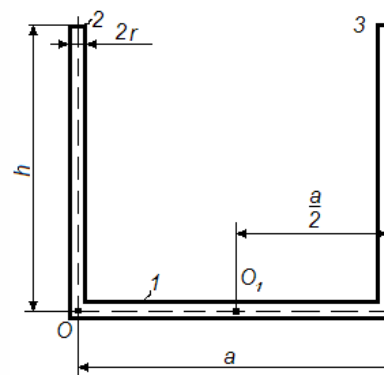
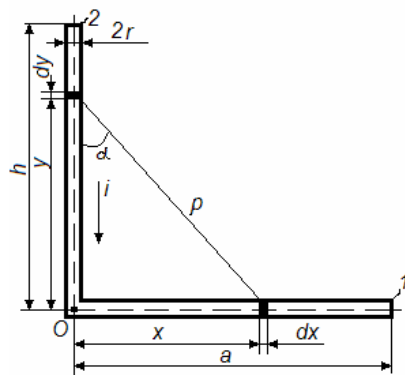


Рисунок 6.

Рисунок 7.

Формы перпендикулярно расположенных проводников.

Электродинамические силы между взаимно перпендикулярными проводниками

По рисунку 7 сила будет соответственно в два раза большей:

$$(25) \quad F = 2 * 10^{-7} i^2 \ln \frac{a}{r}.$$

$$(26) \quad F = 2 * 10^{-7} i^2 \ln \frac{a / r}{1 + \sqrt{1 + (a / h)^2}}.$$

Моменты относительно точки O , действующие на проводник 1 ($h \rightarrow \infty$), по рис. 6:

$$(27) \quad M_0 = 10^{-7} i^2 (a - r)$$

$$(28) \quad M_0 = 10^{-7} i^2 \left(\ln \frac{a - r}{r} + r \right).$$

Момент относительно точки O , действующий на половину проводника 1 (рисунок 7),

$$(29) \quad M_0 = 10^{-7} i^2 \frac{a}{2} \left(\ln \frac{a}{4r} + \frac{2r}{a} \right).$$

Электродинамические силы в кольцевом витке и между кольцевыми витками

Для одного витка. В кольцевом витке (рисунке 8) с током i возникают радиальные силы f_R , стремящиеся увеличить его периметр, т.е. разорвать виток. Если считать, что сечение проводника не деформируется, то согласно выражению общая радиальная сила, действующая на виток, будет:

$$(30) \quad F_r' = \frac{i^2}{2} \frac{dL}{dR}.$$

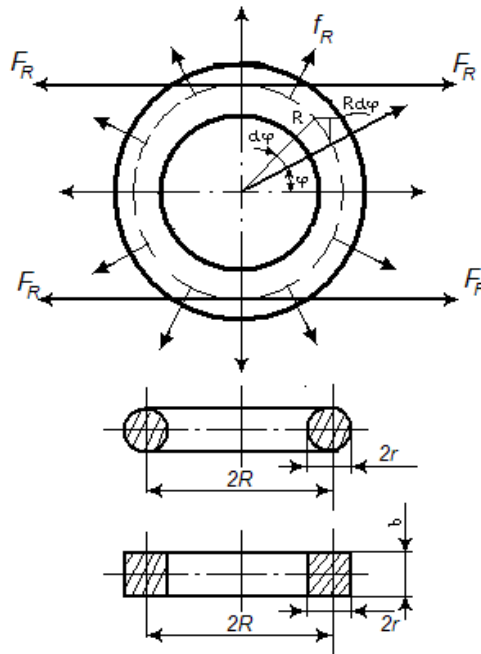


Рисунок 8. Электродинамические силы в кольцевом витке

Электродинамические силы в кольцевом витке и между кольцевыми витками

Для нескольких витков. Приведенные формулы для электродинамических сил применимы не только к одному витку, но и к обмоткам с любым числом витков n , занимающим данное сечение. В этом случае за значение тока следует принимать суммарное значение тока всех витков $i = ni_0$.

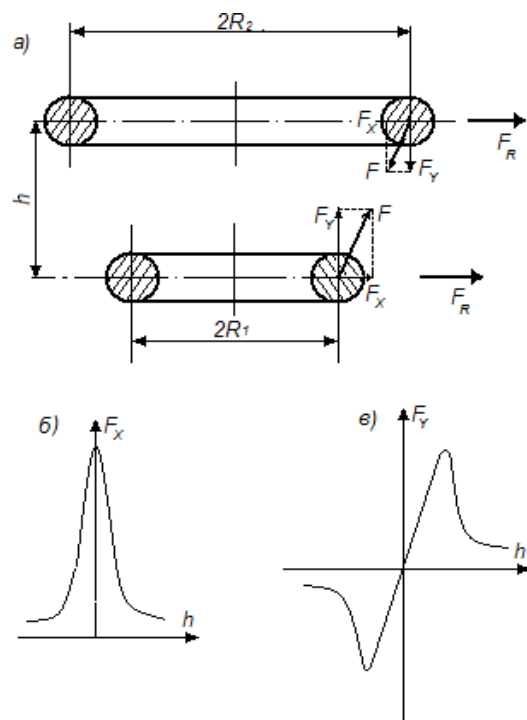


Рисунок 9. Электродинамические силы между витками

Электродинамические силы в кольцевом витке и между кольцевыми витками

В катушках аппаратов, кроме сил, действующих внутри каждого витка, будут существовать электродинамические силы между витками. Между витками (рисунке 9 а), если считать, что токи в них направлены одинаково, возникает сила притяжения F . Силу F можно представить как результирующую двух составляющих, а именно силы F_y , стремящейся притянуть витки друг к другу, и силы F_x , стремящейся один из витков (при одинаково направленных токах — виток с меньшим диаметром) растянуть, а другой виток (в данном случае виток большего диаметра) — сжать. Таким образом, в одном из витков сила F_x будет складываться с силой F_R , а в другом — вычитаться из нее.

Значения составляющих силы взаимодействия между двумя витками определяются уравнениями:

$$(31) \quad F_y \approx 10^{-7} * 4\pi i_1 i_2 \frac{R_1 h}{h^2 + c^2}$$

$$(32) \quad F_x \approx 10^{-7} * 4\pi i_1 i_2 \frac{R_1 c}{h^2 + c^2}$$

где $c = R_2 - R_1$; $R_2 > R_1$. Зависимости F_x и F_y от расстояния между витками представлены на рисунке 9, б и в.

Электродинамические силы в проводниках переменного сечения

В проводнике силы взаимодействия отдельных линий тока с собственным магнитным полем проводника направлены перпендикулярно линиям тока. При неизменном сечении проводника все линии тока параллельны и силы не имеют осевой составляющей (в цилиндрическом проводнике они направлены по радиусу: $F = F_r$ на рисунке 10).

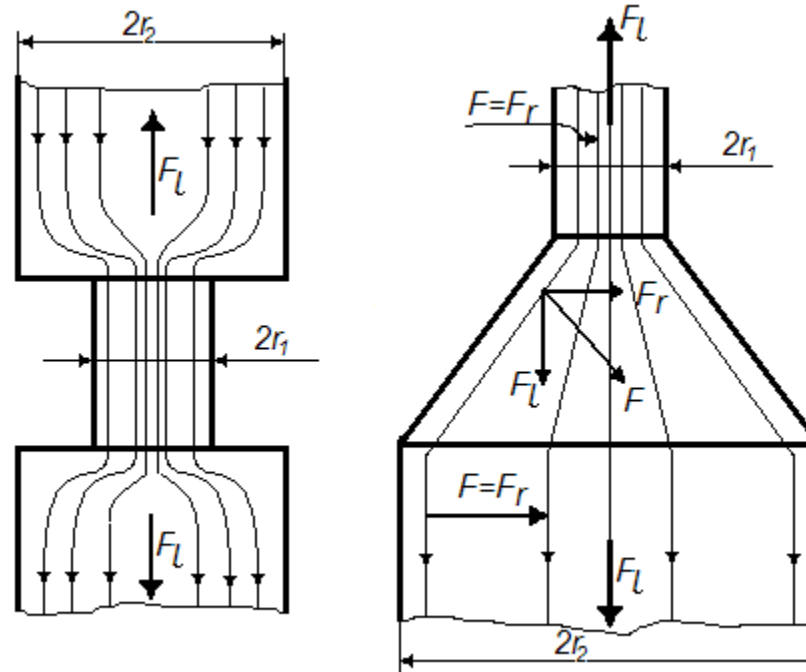


Рисунок 10. Цилиндрические проводники.

Электродинамические силы в проводниках переменного сечения

При изменении сечения проводника линии тока искривляются, и кроме поперечной F_r появляется продольная составляющая F_l стремящаяся разорвать место перехода вдоль оси проводника. Эта сила всегда направлена в сторону большего сечения и равна:

$$(33) \quad F_l = 10^{-7} i^2 \ln \frac{r_2}{r_1}$$

Формула справедлива для любого перехода.

Силы взаимодействия между проводником с током и ферромагнитной массой

Вблизи ферромагнитной массы. Вблизи ферромагнитной массы магнитное поле вокруг проводника с током (рисунок 11) искажается, магнитные силовые линии стремятся замкнуться по массе и возникают силы, стремящиеся притянуть проводник к этой массе. Значение силы притяжения может быть определено из следующих соображений. Заменим ферромагнитную массу вторым проводником с током того же направления, расположенным на таком же расстоянии от границы раздела сред. Картина поля при этом не нарушится, так как одновременно с удвоением длины магнитной силовой линии удвоилась и магнитодвижущая сила ($2i$ вместо i), т.е. такая замена вполне правомерна.

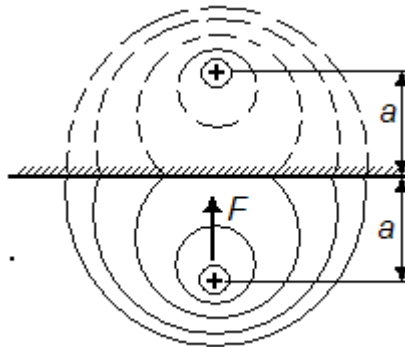


Рисунок 11. Вблизи ферромагнитной массы магнитное поле вокруг проводника с током .

Силы взаимодействия между проводником с током и ферромагнитной массой

Только в данном случае вместо расстояния a надо брать $2a$, т.е.

$$(34) \quad F = 10^{-7} i^2 \frac{l}{a}$$

Следует при этом помнить, что приведенные рассуждения полностью справедливы при бесконечно большой проницаемости магнитных силовых линий в ферромагнитной массе по отношению к их проницаемости в воздухе. Фактически с учетом магнитного сопротивления массы и насыщения силы будут несколько меньшими.

Внутри ферромагнитной массы. Если проводник с током находится внутри ферромагнитной массы (рис. 12), то те же силы будут отталкивать его от границы раздела. Картина поля, а следовательно, и сила взаимодействия будут такими, как если бы за пределами ферромагнитной массы на таком же расстоянии был расположен проводник с таким же током, но обратного направления. Значение силы определяется тем же уравнением (34).

Силы взаимодействия между проводником с током и ферромагнитной массой

Если проводник с током находится внутри ферромагнитной массы (рисунке 12), то те же силы будут отталкивать его от границы раздела. Картина поля, а следовательно, и сила взаимодействия будут такими, как если бы за пределами ферромагнитной массы на таком же расстоянии был расположен проводник с таким же током, но обратного направления. Значение силы определяется тем же уравнением (34).

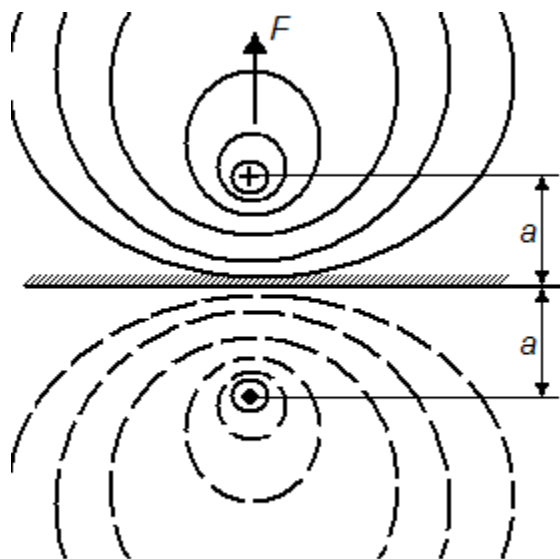


Рисунок 12. Проводник с током внутри ферромагнитной массы.

Электродинамические силы при переменном токе

При однофазном токе. Рассмотрим силы, действующие между параллельными проводниками, сначала при однофазном токе.

Согласно выражению электродинамические силы:

$$(35) \quad f = c_1 i^2$$

При переменном токе $i = I_m \sin \omega t$ сила:

$$(36) \quad f = c_1 I_m^2 \sin^2 \omega t = c_1 I_m^2 \frac{1 - \cos 2\omega t}{2},$$

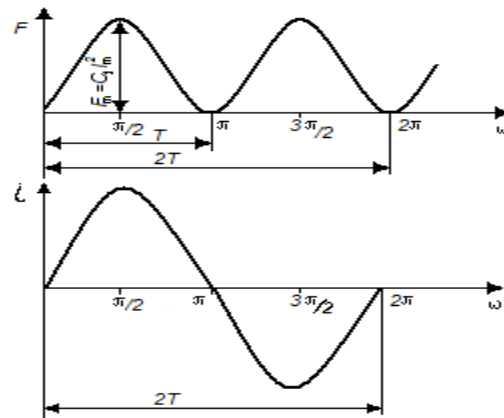


Рисунок 13. Сила меняется с частотой.

Т.е. сила меняется с частотой, в два раза большей частоты тока (рисунок 13).

Электродинамические силы при переменном токе

При переменном токе следует иметь в виду еще одно весьма важное обстоятельство. В отличие от постоянного тока, при котором максимальное значение тока короткого замыкания равно его установившемуся значению $I_{уст}$ (если пренебречь изменением сопротивления за счет нагрева), при переменном токе в зависимости от момента короткого замыкания первая амплитуда ударного тока $I_{уд\max}$ может существенно превосходить амплитудное значение установившегося тока короткого замыкания (рисунок 14).

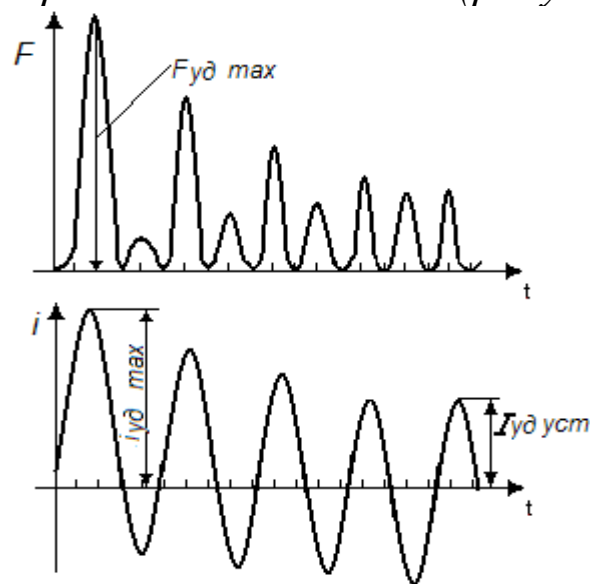


Рисунок 14.

Электродинамические силы при переменном токе

Амплитудное значение установившегося тока короткого замыкания :

$$(37) \quad i_{\text{уд max}} = (1 \dots 1,8) I_{\text{max}} = k_{\text{уд}} I_m = k_{\text{уд}} \sqrt{2} I.$$

Максимальное усилие, на которое следует в таком случае рассчитывать устройство, будет:

$$(38) \quad F_{\text{уд max}} = c_1 i_{\text{уд max}}^2 = c_1 (1,8 \sqrt{2} I)^2 = c_1 * 6,48 I^2.$$

т.е. при равном значении установившегося тока короткого замыкания при переменном токе электродинамическая сила может быть почти в 6,5 раза большей, чем при постоянном токе.

При трехфазной сети токи в фазах будут сдвинуты на 120 электрических градусов:

$$i_1 = I_m \sin \omega t = \sqrt{2} I \sin \omega t;$$

$$i_2 = I_m \sin(\omega t - 120^\circ) = \sqrt{2} I \sin(\omega t - 120^\circ);$$

$$i_3 = I_m \sin(\omega t - 240^\circ) = \sqrt{2} I \sin(\omega t - 240^\circ);$$

Электродинамические силы при переменном токе

При расположении проводников в одной плоскости.

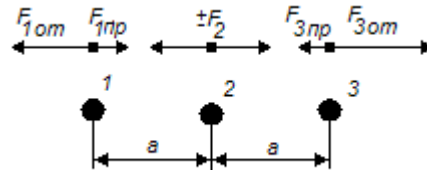


Рисунок 15. Силы при расположении проводников в одной плоскости

Рассмотрим случай, когда проводники расположены в одной плоскости (рисунок 15). Проводник 1 будет взаимодействовать с проводниками 2 и 3. Пусть сила взаимодействия между проводниками 1 и 2 при единице тока равна F_{12} , а между проводниками 1 и 3 — F_{13} . Токи в фазах равны. Тогда полная сила, действующая на проводник 1, определится выражением:

$$(39) \quad f_1 = F_{12}i_1i_2 + F_{13}i_1i_3 = 0,25[(F_{13} - F_{12})\sqrt{3} \sin 2\omega t - (F_{13} - F_{12})(1 - \cos 2\omega t)]I^2.$$

Электродинамические силы при переменном токе

В трехфазной сети могут быть однофазные, двухфазные и трехфазные короткие замыкания, но так как токоведущие части должны противостоять электродинамическим силам при любом виде короткого замыкания, то, следовательно, расчет надо вести на тот вид короткого замыкания, при котором силы получаются большими.

При двухфазном коротком замыкании электродинамические силы получаются большими, чем при трехфазном, если предположить, что ударный ток в обоих случаях одинаков. Практически ударный ток при двухфазном коротком замыкании меньше, чем при трехфазном. Поэтому расчет токов короткого замыкания рекомендуется вести всегда на случай трехфазного короткого замыкания.

Расчет ведется на максимальное усилие, получаемое при ударном токе. Однако, учитывая, что сила переменна и ее максимум существует очень короткое время, для допустимых напряжений в материале берут большие значения, чем при постоянно действующей силе.



Спасибо за внимание!!!