



Электротехниканың теориялық негіздері I

1-дәріс

Электрлік тербелістер және олардың спектрлік сипаттамалары

Оқытушы: Мамадияров Максат Муратович, PhD, қауымдастырылған профессор

«Электроника, телекоммуникация және ғарыштық технологиялар» кафедрасы

m.mamadiyarov@satbayev.university

01

Пәннің мақсаты, құрылымы және 15 дәрістің логикасы

02

Электрлік тербеліс ұғымы және тербелістердің түрлері

03

Гармониялық тербелістің параметрлері: амплитуда, жиілік, фаза

04

Периодты бейсинусоидалы сигналдар

05

Спектр ұғымы: уақыттық және жиіліктік көрініс

06

Тікбұрышты толқын мен импульстер тізбегінің спектрі

07

Спектрлік талдаудың инженерлік қолданылуы

Дәріс соңында студент:

1

Гармониялық тербелістің амплитудасын, жиілігін, периодын және бастапқы фазасын анықтай алады

2

Сигналдың уақыттық және жиіліктік (спектрлік) көріністерін ажыратады

3

Периодты сигналды гармоникалар қосындысы ретінде түсіндіре алады

4

Импульс ұзақтығы мен спектр енінің байланысын бағалай алады

5

Спектрлік талдаудың энергетика мен автоматикадағы маңызын түсіндіреді

6

Келесі дәрістердегі тұрақты және айнымалы ток тақырыптарының орнын көреді

Пәннің құрылымы: 15 дәріс бір жүйеде



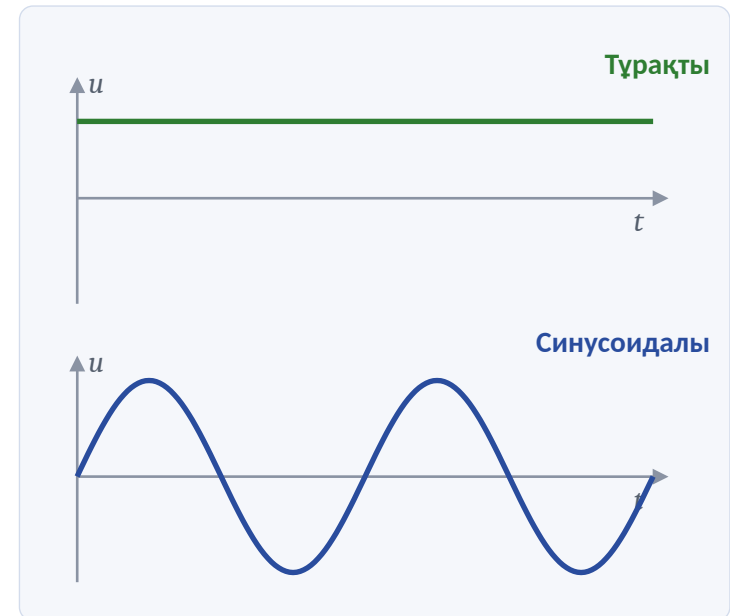
«Электротехниканың теориялық негіздері І» электр және магнит тізбектерін талдаудың негізгі әдістерін береді (6B07101 – Энергетика, 2 курс).



Кіріспе: электрлік тербеліс дегеніміз не?

Электрлік тербеліс — ток, кернеу, заряд немесе ЭҚК сияқты электрлік шамалардың уақыт бойынша қайталанып немесе белгілі бір заңдылықпен өзгеруі.

- Электрлік шаманың уақытқа тәуелділігі — **сигнал**: $u(t)$, $i(t)$
- Тұрақты ток — ең қарапайым жағдай: $u(t) = U = \text{const}$
- Электр желісіндегі кернеу — **гармониялық** (синусоидалы) тербеліс, $f = 50$ Гц
- Түзеткіштер, инверторлар, сандық құрылғылар — **бейсинусоидалы** сигналдар көзі
- Кез келген сигналды екі көріністе талдауға болады: **уақыттық** және **жиіліктік**



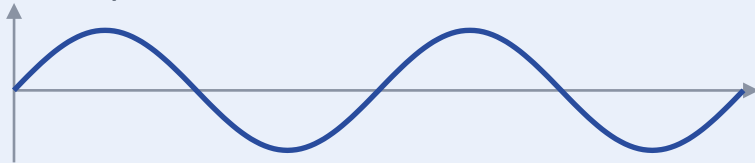
НЕГІЗГІ ОЙ

Сигналдың пішінін білу — тізбектегі энергия ағынын, шығынды және құрылғылардың жұмыс режимін бағалаудың бастамасы.

Уақыт бойынша өзгеру сипатына қарай тербелістер төрт негізгі топқа бөлінеді.

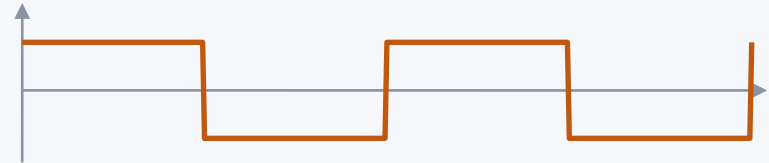
Гармониялық

Синус заңымен өзгереді. Электр желілерінің негізгі режимі.



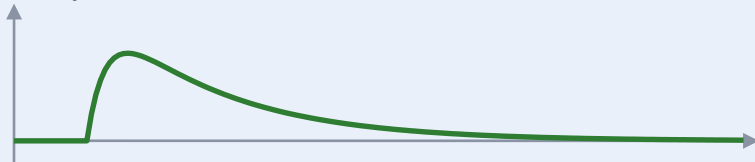
Периодты бейсинусоидалы

Периоды бар, бірақ пішіні синусоидадан өзгеше.



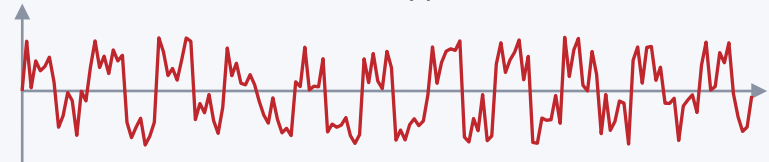
Апериодты (бірреттік импульс)

Қайталанбайды: коммутация, найзағай импульсі.



Кездейсоқ (шу)

Мәнін алдын ала болжау мүмкін емес; статистикамен сипатталады.



Синусоидалы тербеліс уақыттың кез келген сәтіндегі лездік мәнмен сипатталады:

$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \psi)$$

Шама	Мағынасы	Өлшем бірлігі
$u(t)$	кернеудің лездік мәні	В
U_m	амплитуда — ең үлкен мән	В
ω	бұрыштық (циклдік) жиілік	рад/с
ψ	бастапқы фаза ($t = 0$ сәтіндегі фаза)	рад, °
$\omega t + \psi$	фаза — тербеліс күйін анықтайтын аргумент	рад

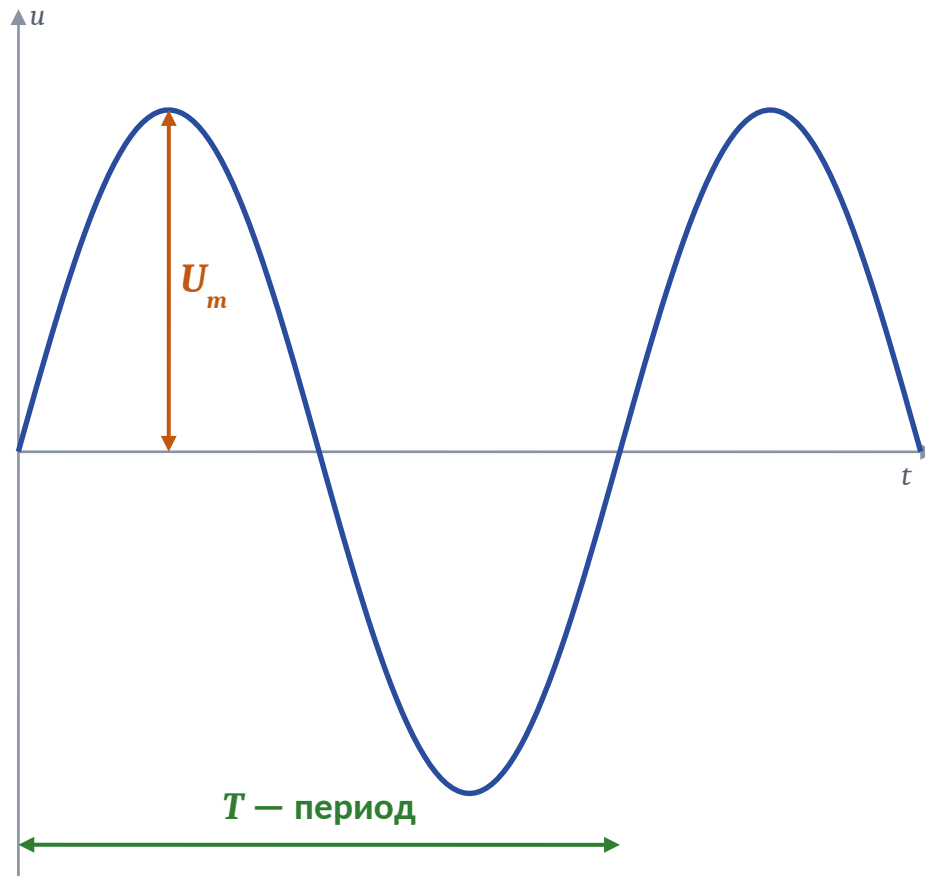
ФИЗИКАЛЫҚ МАҒЫНАСЫ

Кернеу $+U_m$ пен $-U_m$ аралығында тербеледі; ψ синусоиданың уақыт осі бойымен ығысуын көрсетеді.

ҚОЛДАНЫЛУ ШАРТЫ

Сызықты тізбектердегі тұрақталған синусоидалы режимде. Ток үшін де осы түр: $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$.

Период, жиілік және бұрыштық жиілік



$f = 50$ Гц кезіндегі желі кернеуі: $T = 20$ мс

Негізгі байланыстар

- $f = 1/T$ — жиілік, Гц
- $\omega = 2\pi f = 2\pi/T$ — бұрыштық жиілік, рад/с
- $f = 50$ Гц $\Rightarrow \omega = 314$ рад/с
- T — бір толық тербеліс уақыты, с

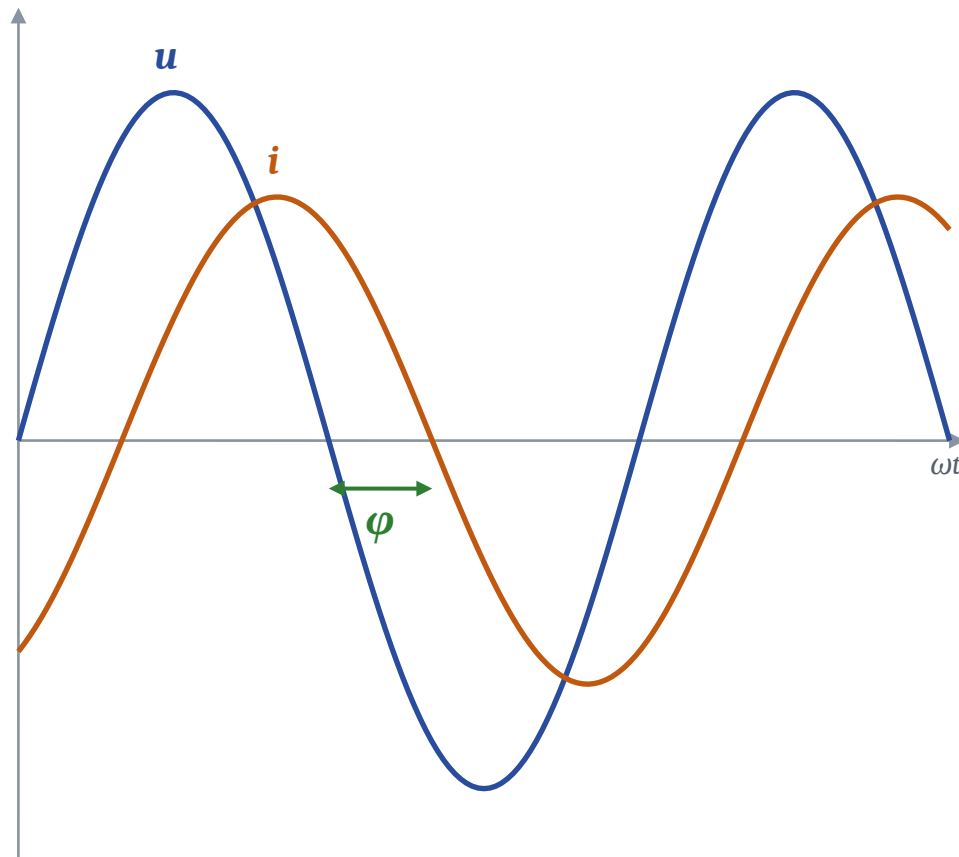
Жиілік диапазоны тізбекті модельдеу тәсілін және элементтердің мінез-құлқын анықтайды.

Қолдану саласы	Жиілік	Период
Қазақстан және Еуропа өнеркәсіптік желісі	50 Гц	20 мс
АҚШ өнеркәсіптік желісі	60 Гц	16,7 мс
Ұшақтардың борттық желісі	400 Гц	2,5 мс
Дыбыс жиілігі диапазоны	20 Гц ... 20 кГц	50 мс ... 50 мкс
Импульстік қорек көздері (түрлендіргіштер)	20 ... 500 кГц	50 ... 2 мкс
Радиохабар (ұзын толқын – FM)	150 кГц ... 108 МГц	6,7 мкс ... 9,3 нс

ЕСКЕРТУ

Жиілік артқан сайын индуктивтілік пен сыйымдылықтың әсері күшейеді — бұл 8–10-дәрістерде талданады.

Бірдей жиіліктегі екі тербелістің бастапқы фазаларының айырымы — **фазалық ығысу**: $\varphi = \psi_u - \psi_i$



Түсіндірме

- $\varphi > 0$: кернеу токтан **озады** (индуктивті сипат)
- $\varphi < 0$: кернеу токтан **қалады** (сыйымдылық сипат)
- $\varphi = 0$: шамалар **фазалас** (резистор)
- Суретте $\varphi = 60^\circ$ — ток кернеуден қалып келеді

Есептік мысал: синусоида параметрлері

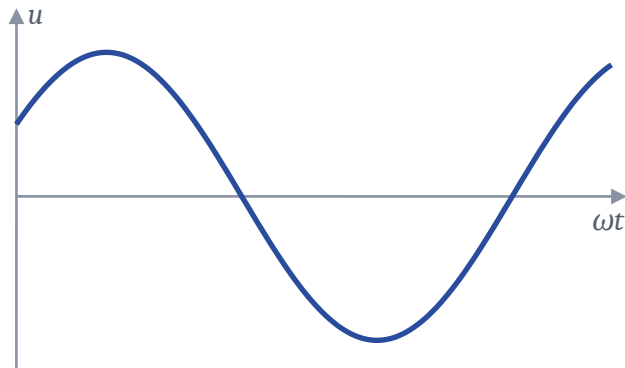


БЕРІЛГЕНІ

$$u(t) = 311 \sin(314t + 30^\circ) \text{ В}$$

ТАБУ КЕРЕК

$$U_m, f, T, \psi, u(0)$$



Синусоида $t = 0$ сәтінде оң мәннен басталады ($\psi = 30^\circ$).

ШЕШУІ

Амплитуда

1

$$U_m = 311 \text{ В}$$

Жиілік

2

$$f = \omega / (2\pi) = 314 / 6,28 = 50 \text{ Гц}$$

Период

3

$$T = 1/f = 1/50 = 0,02 \text{ с} = 20 \text{ мс}$$

Бастапқы фаза

4

$$\psi = 30^\circ = \pi/6 \text{ рад}$$

Лездік мән

5

$$u(0) = 311 \cdot \sin 30^\circ = 311 \cdot 0,5 = 155,5 \text{ В}$$

ЖАУАБЫ

$$U_m = 311 \text{ В}; f = 50 \text{ Гц}; T = 20 \text{ мс}; \psi = 30^\circ; u(0) = 155,5 \text{ В}$$

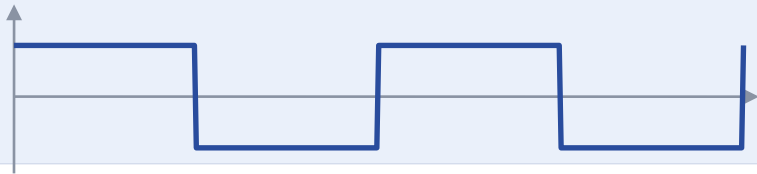
Периодты бейсинусоидалы сигналдар



Периоды T сақталады, бірақ пішіні синусоидадан ерекшеленеді: $f(t) = f(t + T)$.

Тікбұрышты (меандр)

Сандық схемалар, кілттік түрлендіргіштер



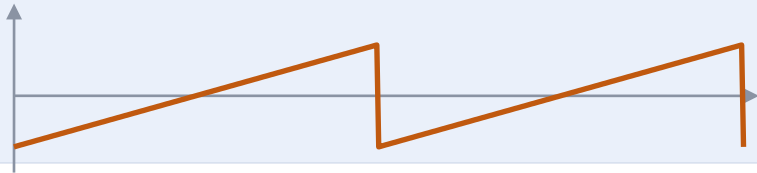
Үшбұрышты

Генераторлар, ШИМ модуляторлары



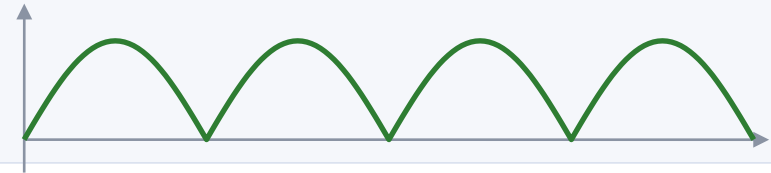
Аралау тәрізді

Жаймалау генераторлары, осциллограф



Екіжартылайпериодты түзетілген

Диодтық көпірлі түзеткіш шығысы



НЕГІЗГІ ОЙ

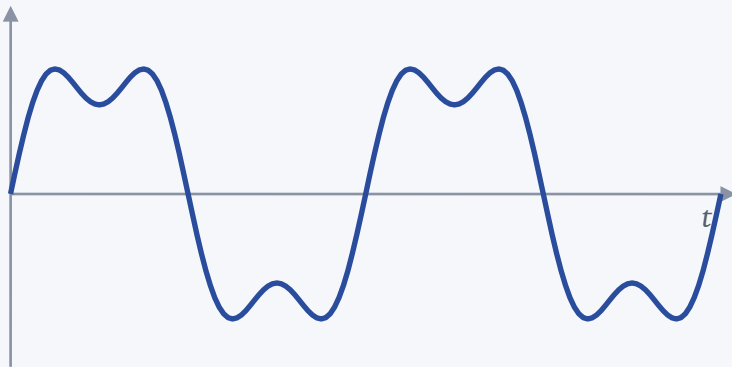
Мұндай сигналдар бірнеше синусоиданың қосындысы ретінде қарастырылады — спектрлік талдаудың негізгі идеясы осы.

Спектр ұғымы: уақыттық және жиіліктік көрініс



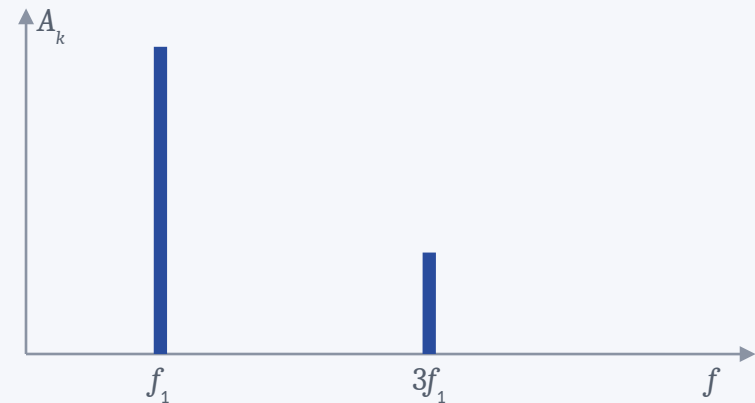
Спектр — сигналды құрайтын гармоникалық құраушылардың амплитудалары мен фазаларының жиілікке тәуелділігі.

Уақыттық көрініс $u(t)$



- Осциллограф экранындағы көрініс
- Сигналдың пішінін, шыңдық мәнін көрсетеді

Жиіліктік көрініс (спектр)



- Спектр анализаторы көрсететін сурет
- Қай жиілікте қанша энергия бар екенін көрсетеді

НЕГІЗГІ ОЙ

Екі көрініс бір сигналды сипаттайды: солдағы қисық — оңдағы екі гармониканың (f_1 және $3f_1$) қосындысы.

Фурье қатары: периодты сигналдың жіктелуі

Дирихле шарттарын қанағаттандыратын кез келген периодты сигнал гармоникалар қосындысына жіктеледі:

$$f(t) = A_0 + \sum A_k \sin(k\omega_1 t + \psi_k)$$

Шама	Мағынасы	Өлшем бірлігі
A_0	тұрақты құраушы (сигналдың орташа мәні)	В, А
A_k	k -гармониканың амплитудасы	В, А
$\omega_1 = 2\pi/T$	негізгі (бірінші) гармониканың бұрыштық жиілігі	рад/с
k	гармоника нөмірі: 1, 2, 3, ...	—
ψ_k	k -гармониканың бастапқы фазасы	рад

ФИЗИКАЛЫҚ МАҒЫНАСЫ

Күрделі пішінді сигнал — жиіліктері ω_1 -ге еселі синусоидалардың «жиынтығы».

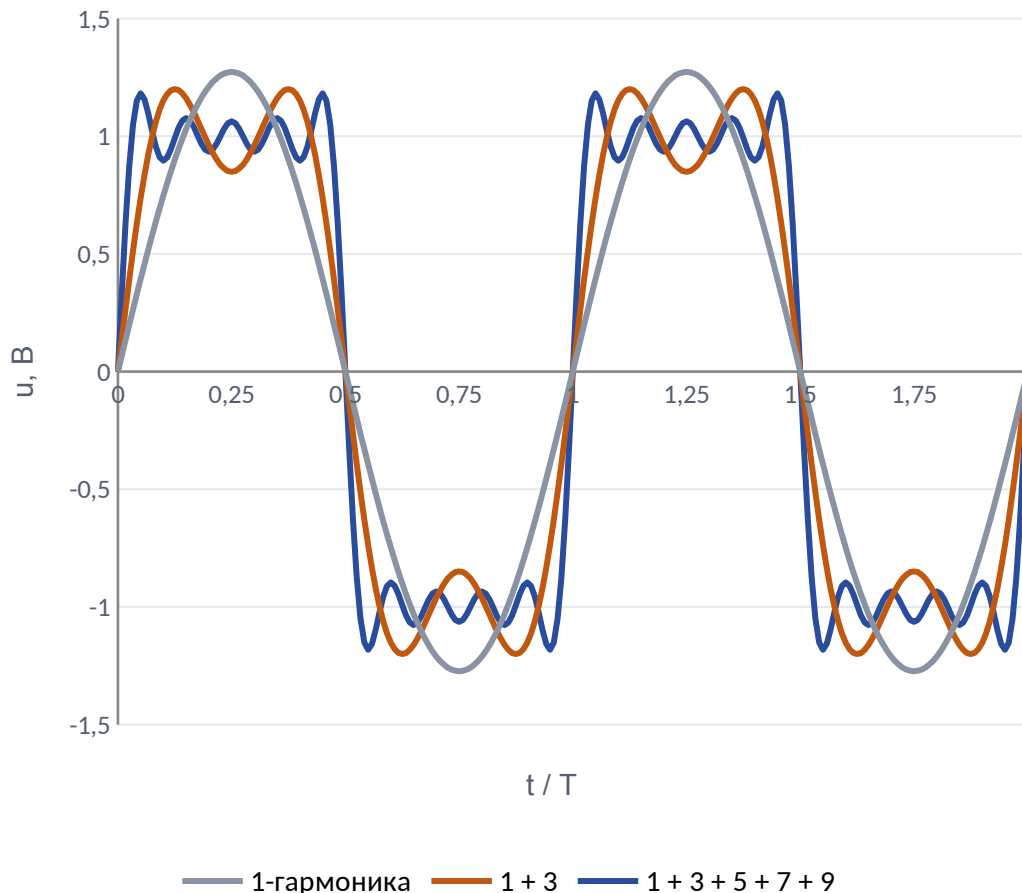
ҚОЛДАНЫЛУ ШАРТЫ

Периодты сигналдар үшін. Коэффициенттерді есептеу әдістемесі 11-дәрісте толық қарастырылады.

Тікбұрышты толқынды гармоникалармен құрау



Тікбұрышты толқын ($U = 1$ В) тек **тақ** гармоникалардан тұрады: $u(t) = (4U/\pi)(\sin \omega t + (1/3)\sin 3\omega t + (1/5)\sin 5\omega t + \dots)$



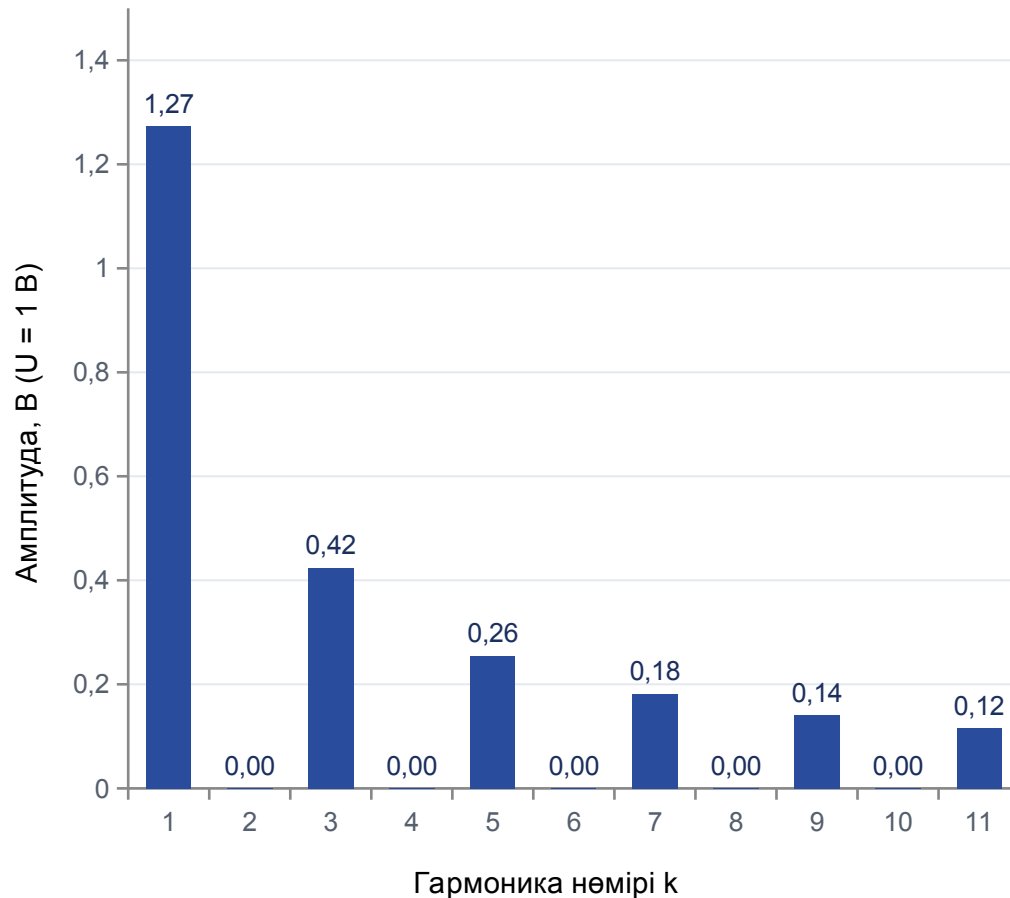
Байқаулар

- Гармоникалар саны артқан сайын қисық тікбұрыштыға жақындайды
- Жоғары гармоникалар сигналдың **тік фронттарын** қалыптастырады
- Секіріс маңындағы $\sim 9\%$ асып кету — Гиббс құбылысы

Тікбұрышты толқынның амплитудалық спектрі



Гармоника амплитудасы: $A_k = 4U/(k\pi)$, тақ k үшін; жұп гармоникалар жоқ ($A_k = 0$).



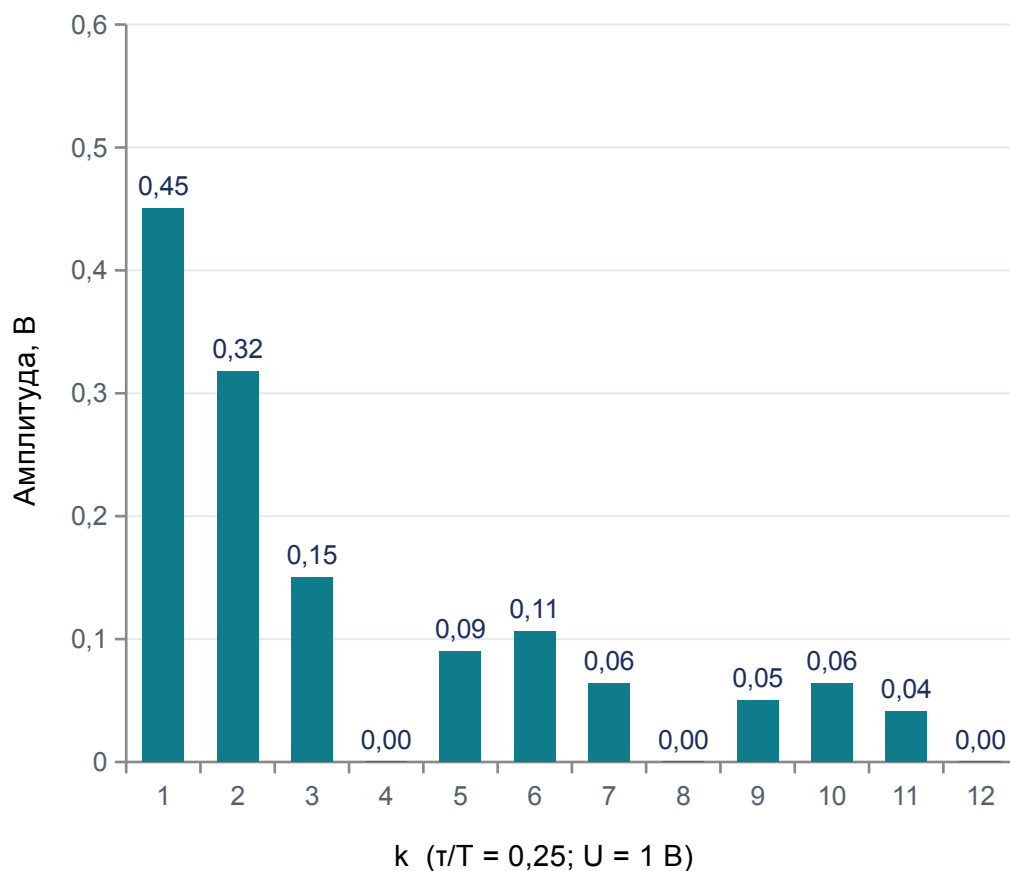
Спектрдің қасиеттері

- **Сызықтық (дискретті)** спектр: жиіліктер kf_1 нүктелерінде ғана
- Амплитудалар $1/k$ заңымен баяу кемиді
- Тұрақты құраушы жоқ: $A_0 = 0$ (симметриялы сигнал)
- Үшінші гармоника бірінші гармониканың 33 %-ын құрайды

Тікбұрышты импульстер тізбегінің спектрі



Импульс ұзақтығы τ , периоды T , скважностиғы $Q = T/\tau$. Гармоника амплитудасы: $A_k = (2U\tau/T) |\sin(k\pi\tau/T)/(k\pi\tau/T)|$



Негізгі заңдылық

- Спектр қабықшасы $\sin x / x$ заңымен өзгереді
- Бірінші нөл: $f = 1/\tau$ (мұнда $k = 4, 8, 12...$)
- Практикалық спектр ені: $\Delta f \approx 1/\tau$
- Қысқа импульс $\rightarrow$ кең спектр

Есептік мысал: импульс спектрінің ені

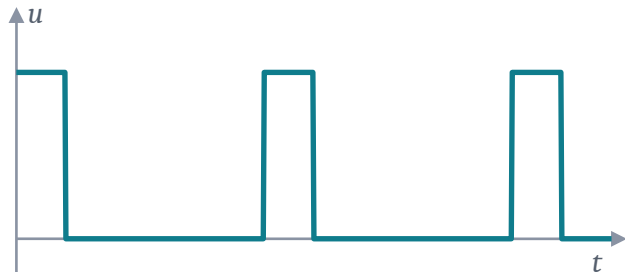


БЕРІЛГЕНІ

$$\begin{aligned}\tau &= 10 \text{ мкс} \\ T &= 50 \text{ мкс} \\ U &= 5 \text{ В}\end{aligned}$$

ТАБУ КЕРЕК

f_1 , спектрдің бірінші нөлі, Δf , A_1



Импульстер тізбегі: $\tau/T = 0,2$

ШЕШУІ

Негізгі жиілік

$$1 \quad f_1 = 1/T = 1/(50 \cdot 10^{-6}) = 20 \text{ кГц}$$

Спектрдің бірінші нөлі

$$2 \quad f_0 = 1/\tau = 1/(10 \cdot 10^{-6}) = 100 \text{ кГц} \Rightarrow k = 5$$

Спектр ені

$$3 \quad \Delta f \approx 1/\tau = 100 \text{ кГц (1...4-гармоникалар)}$$

1-гармоника амплитудасы

$$4 \quad A_1 = 2 \cdot 5 \cdot 0,2 \cdot \sin(0,2\pi)/(0,2\pi) = 2 \cdot 0,935 \approx 1,87 \text{ В}$$

ЖАУАБЫ

$$f_1 = 20 \text{ кГц; нөл } 100 \text{ кГц-те; } \Delta f \approx 100 \text{ кГц; } A_1 \approx 1,87 \text{ В}$$

Спектрлік сипаттамалардың түрлері

Сипаттама	Нені көрсетеді	Қандай сигналға тән
Амплитудалық спектр	Гармоникалар амплитудасының A_k жиілікке тәуелділігі	Барлық сигналдар
Фазалық спектр	Бастапқы фазалардың ψ_k жиілікке тәуелділігі	Барлық сигналдар
Сызықтық (дискретті) спектр	Жиіліктер тек kf_1 мәндерінде	Периодты сигналдар
Тұтас спектр	Жиіліктердің үздіксіз жиыны (спектрлік тығыздық)	Периодты емес, бірреттік импульстер
Қуат (энергия) спектрі	Қуаттың гармоникалар бойынша таралуы: $\sim A_k^2$	Энергетикалық талдау

ЕСКЕРТУ

Период $T \rightarrow \infty$ болғанда сызықтық спектр тұтас спектрге айналады: гармоникалар арасындағы қадам $1/T \rightarrow 0$.

Спектрлік талдаудың инженерлік қолданылуы

Электр энергиясының сапасы

Жоғары гармоникалар сымдарды, трансформаторларды қыздырады.

Бұрмалану коэффициенті: $THD = \sqrt{(U_2^2 + U_3^2 + \dots)} / U_1$

Релелік қорғау

Трансформаторды қосқандағы магниттелу тогында 2-гармоника көп — қорғаныс оны қысқа тұйықталудан осы арқылы ажыратады.

Өлшеу және диагностика

Спектр анализаторы және цифрлық ФФТ (FFT) электр машиналарының ақауын ерте анықтауға мүмкіндік береді.

Сүзгілер мен байланыс

Сүзгі жиілік жолағын таңдайды; байланыс арнасының өткізу жолағы сигнал спектрінің енінен кем болмауы керек.

НЕГІЗГІ ОЙ

Энергетик үшін спектр — электр жабдығының жүктемесін, шығынын және қорғанысын бағалаудың күнделікті құралы.

- 1 Гармониялық тербелістің бастапқы фазасы өзгерсе, синусоиданың графигі қалай өзгереді?
- 2 Неліктен желі кернеуінің $\omega = 314$ рад/с деп алынатынын түсіндіріңіз.
- 3 Фазалық ығысу $\varphi > 0$ болғанда қандай элемент басым деп айтуға болады және неге?
- 4 Уақыттық және жиіліктік көріністер сигнал туралы қандай әртүрлі ақпарат береді?
- 5 Неліктен тікбұрышты толқынды дәл алу үшін шексіз көп гармоника қажет?
- 6 Импульс ұзақтығын екі есе қысқартса, оның спектр ені қалай өзгереді? Себебі неде?
- 7 Жоғары гармоникалар энергетикалық жабдыққа қандай зиян келтіреді?

Қорытынды



Электрлік тербеліс — электрлік шаманың уақыт бойынша өзгеруі; ол гармониялық, периодты бейсинусоидалы, аperiodты немесе кездейсоқ болуы мүмкін



Гармониялық тербеліс U_m , ω (немесе f , T) және ψ параметрлерімен толық анықталады: $\omega = 2\pi f = 2\pi/T$



Бірдей жиіліктегі шамалар арасындағы фазалық ығысу $\varphi = \psi_u - \psi_i$ тізбектің сипатын көрсетеді



Периодты сигнал Фурье қатарына — гармоникалар қосындысына жіктеледі; спектр осы гармоникалардың жиынтығы



Импульс неғұрлым қысқа болса, оның спектрі соғұрлым кең: $\Delta f \approx 1/\tau$

ӘДЕБИЕТ (силлабус бойынша)

[2] Nilsson J. W., Riedel S. A. Electric Circuits, 11th ed. — 646–675 б.; [5] Floyd T. L., Buchla D. M. Principles of Electric Circuits, 10th ed. — 453–500 б.