



Электротехниканың теориялық негіздері I

3-дәріс

Тұрақты ток тізбектеріндегі кедергілердің жалғануы, баламалы кедергілер және қуаттар теңгерімі

Оқытушы: Мамадияров Максат Муратович, PhD, қауымдастырылған профессор

«Электроника, телекоммуникация және ғарыштық технологиялар» кафедрасы

m.mamadiyarov@satbayev.university

01

Эквивалентті (баламалы) түрлендіру ұғымы

02

Кедергілерді тізбектей жалғау; кернеу бөлгіш

03

Кедергілерді параллель жалғау; ток бөлгіш

04

Аралас жалғау және біртіндеп жеңілдету әдісі

05

Үшбұрыш $\Leftrightarrow$ жұлдызша түрлендіру; көпір сұлбасы

06

Қуаттар теңгерімі (балансы) және көз режимдері

07

Өлшеу аспаптарының шегін кеңейту: шунт және қосымша резистор

Дәріс соңында студент:

1

Тізбектей, параллель және аралас жалғаудың баламалы кедергісін есептейді

2

Кернеу бөлгіш пен ток бөлгіш формулаларын қолданады

3

Үшбұрыш пен жұлдызшаны өзара түрлендіреді

4

Көпір сұлбасының теңгерім шартын түсіндіреді

5

Қуаттар теңгерімін құрып, есептің дұрыстығын тексереді

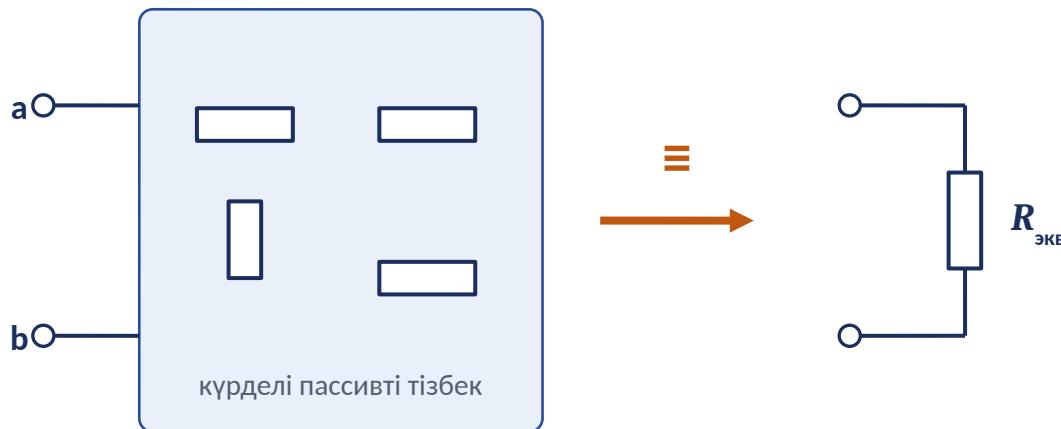
6

Шунт пен қосымша резисторды есептей алады

Эквивалентті түрлендіру ұғымы



Екі екіұштық **эквивалентті**, егер олардың қысқыштарындағы кернеу мен ток байланысы $U(I)$ бірдей болса.



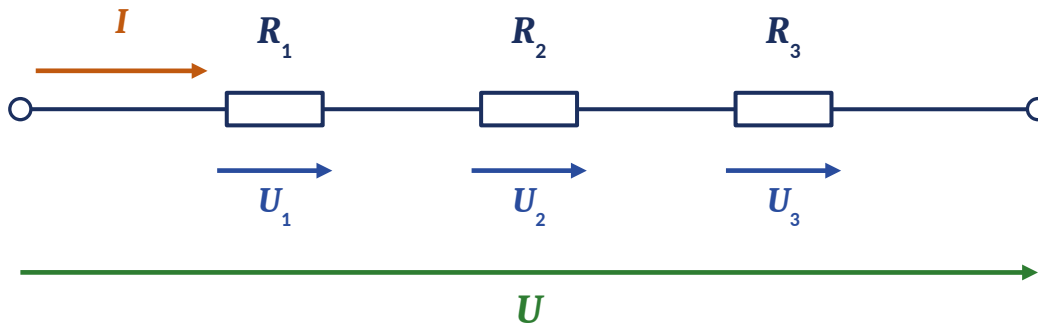
Мәні

- Сыртқы тізбектегі токтар мен кернеулер **өзгермейді**
- Түрлендірілген бөліктің **ішкі** токтары жоғалады — оларды кейін бастапқы сұлбаға оралып табады
- Мақсаты — есептеуді қысқарту

Кедергілерді тізбектей жалғау



Элементтер арқылы **бір ғана ток** өтеді; тармақталу нүктелері жоқ.



$$R_{\text{ЭКВ}} = R_1 + R_2 + R_3$$

$$U = U_1 + U_2 + U_3, \quad I = \text{const}$$

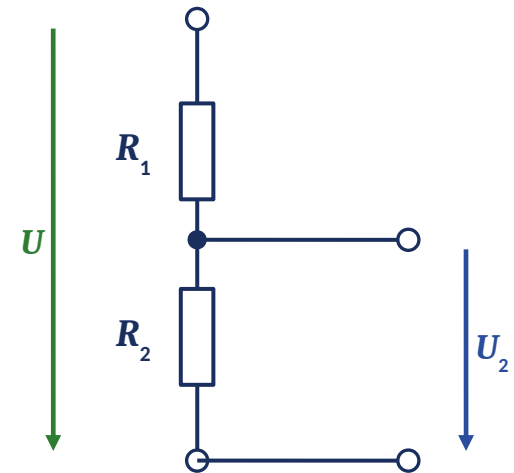
Қасиеттері

- Баламалы кедергі ең үлкен кедергіден **үлкен**
- Кернеу кедергіге **пропорционал** бөлінеді: $U_k = IR_k$
- Бір элемент үзілсе — бүкіл тізбек тоқтайды
- n бірдей резистор: $R_{\text{ЭКВ}} = nR$

Тізбектей жалғанған резисторлардың біріндегі кернеу жалпы кернеудің бөлігі болады:

$$U_2 = U \cdot R_2 / (R_1 + R_2)$$

Шама	Мағынасы	Өлшем бірлігі
U	бөлгішке берілген кернеу	В
U_2	шығыс кернеу	В
R_1, R_2	бөлгіш иықтары	Ом



ФИЗИКАЛЫҚ МАҒЫНАСЫ

Шығыс кернеу иықтардың кедергілер қатынасымен анықталады.

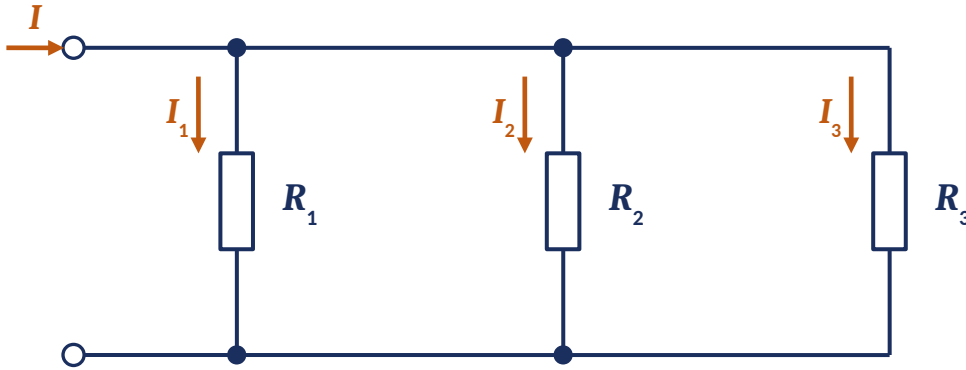
ҚОЛДАНЫЛУ ШАРТЫ

Шығысқа жүктеме қосылмаған (бос жүріс) жағдайда. Жүктеме R_2 -ге параллель қосылса, есепті қайта жасау керек.

Кедергілерді параллель жалғау



Барлық элемент **бір түйіндер жұбына** қосылады — оларда кернеу бірдей.



$$\frac{1}{R_{\text{экв}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

$$G_{\text{экв}} = G_1 + G_2 + G_3$$

$$I = I_1 + I_2 + I_3, \quad U = \text{const}$$

Қасиеттері

- Баламалы кедергі ең кіші кедергіден **кіші**
- Екі резистор үшін: $R_{\text{экв}} = R_1 R_2 / (R_1 + R_2)$
- n бірдей резистор: $R_{\text{экв}} = R/n$
- Бір тармақтың үзілуі қалғандарына әсер етпейді — тұрмыстық желінің негізі

Параллель екі тармаққа жалпы ток кедергілерге **кері пропорционал** бөлінеді:

$$I_1 = I \cdot R_2 / (R_1 + R_2), \quad I_2 = I \cdot R_1 / (R_1 + R_2)$$

Шама	Мағынасы	Өлшем бірлігі
I	тармақталуға дейінгі жалпы ток	А
I_1, I_2	тармақ токтары	А
R_1, R_2	тармақ кедергілері	Ом

ФИЗИКАЛЫҚ МАҒЫНАСЫ

Ток кедергісі **аз** тармақпен көбірек өтеді: $I_1/I_2 = R_2/R_1$.

ҚОЛДАНЫЛУ ШАРТЫ

Тек екі параллель тармақ үшін. Көп тармақта: $I_k = I \cdot G_k / \Sigma G$.

Тізбектей және параллель жалғауды салыстыру



Сипаттама	Тізбектей	Параллель
Ортақ шама	Ток I	Кернеу U
Қосылатын шама	Кернеулер: $U = \sum U_k$	Токтар: $I = \sum I_k$
Баламалы параметр	$R_{\text{экв}} = \sum R_k$	$G_{\text{экв}} = \sum G_k$
$R_{\text{экв}}$ шамасы	ең үлкен R_k -дан үлкен	ең кіші R_k -дан кіші
Бөліну заңы	$U_k \sim R_k$ (кернеу бөлгіш)	$I_k \sim 1/R_k$ (ток бөлгіш)
Бір элемент үзілсе	Бүкіл тізбек тоқтайды	Қалғандары жұмыс істейді
Мысал	Гирлянда, кернеу бөлгіш	Үй желісіндегі қабылдағыштар

Аралас жалғау: біртіндеп жеңілдету әдісі

Аралас тізбек айқын тізбектей немесе параллель топтарды кезекпен ауыстыру арқылы бір $R_{\text{экв}}$ - ке келтіріледі.



ЕСКЕРТУ

Кері жүрісте ток бөлгіш пен кернеу бөлгіш формулалары ең ыңғайлы құрал.

Есептік мысал: аралас жалғау



БЕРІЛГЕНІ

$$U = 24 \text{ В}$$

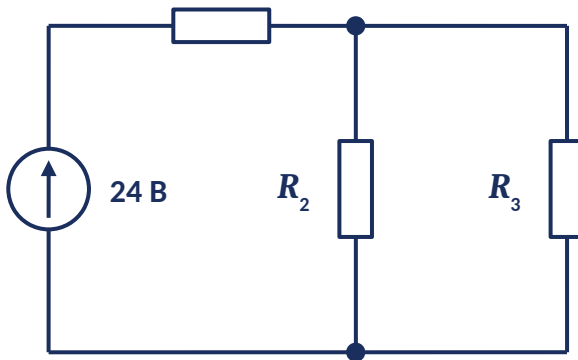
$$R_1 = 4 \text{ Ом (тізбектей)}$$

$$R_2 = 6 \text{ Ом} \parallel R_3 = 12 \text{ Ом}$$

ТАБУ КЕРЕК

$$R_{\text{экв}}, I_1, I_2, I_3, \text{ қуат балансы}$$

R_1



ШЕШУІ

Параллель топ

1

$$R_{23} = 6 \cdot 12 / (6 + 12) = 4 \text{ Ом}$$

Баламалы кедергі және ток

2

$$R_{\text{экв}} = 4 + 4 = 8 \text{ Ом}; \quad I_1 = 24 / 8 = 3 \text{ А}$$

Параллель бөліктің кернеуі

3

$$U_{23} = I_1 R_{23} = 3 \cdot 4 = 12 \text{ В}$$

Тармақ токтары

4

$$I_2 = 12 / 6 = 2 \text{ А}; \quad I_3 = 12 / 12 = 1 \text{ А} \quad (2 + 1 = 3 \checkmark)$$

Қуат балансы

5

$$UI_1 = 72 \text{ Вт}; \quad 36 + 24 + 12 = 72 \text{ Вт} \checkmark$$

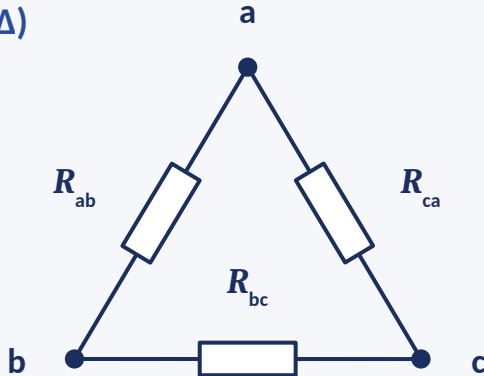
ЖАУАБЫ

$$R_{\text{экв}} = 8 \text{ Ом}; \quad I_1 = 3 \text{ А}, \quad I_2 = 2 \text{ А}, \quad I_3 = 1 \text{ А}$$

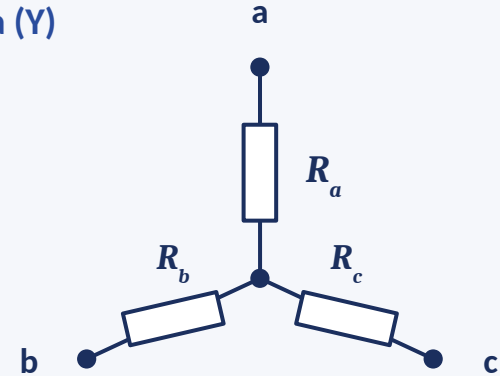
Үшбұрыш ⇌ жұлдызша түрлендіру

Кейбір тізбектерде (көпір, үшфазалы жүктеме) тізбектей де, параллель де топ жоқ — онда үш ұшты құрылымдар өзара түрлендіріледі.

Үшбұрыш (Δ)



Жұлдызша (Y)



$\Delta \rightarrow Y$

$$R_a = R_{ab} R_{ca} / \Sigma R_{\Delta}$$

$$R_b = R_{ab} R_{bc} / \Sigma R_{\Delta}$$

$$R_c = R_{bc} R_{ca} / \Sigma R_{\Delta}$$

$$\Sigma R_{\Delta} = R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}$$

$Y \rightarrow \Delta$

$$R_{ab} = R_a + R_b + R_a R_b / R_c$$

$$R_{bc} = R_b + R_c + R_b R_c / R_a$$

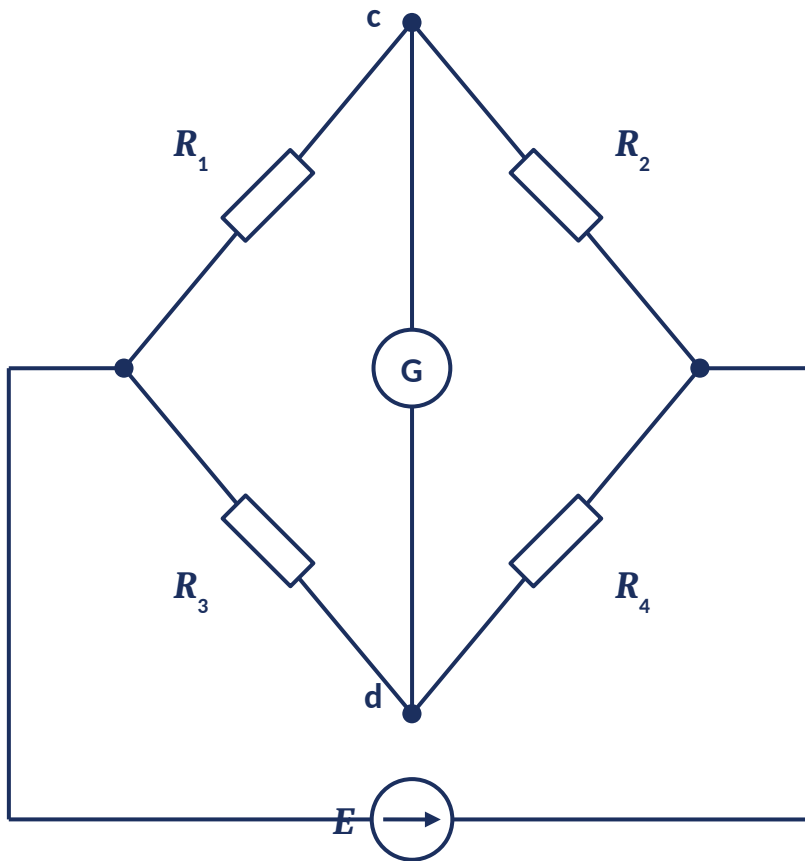
$$R_{ca} = R_c + R_a + R_c R_a / R_b$$

Симметриялы жағдайда: $R_Y = R_{\Delta} / 3$

Көпір сұлбасы және оның теңгерімі



Төрт иықты көпірде диагональдағы ток нөлге тең болатын жағдай — **теңгерілген көпір**.



Теңгерім шарты

- $R_1 R_4 = R_2 R_3 \Rightarrow I_G = 0, \varphi_c = \varphi_d$
- Теңгерілген көпірде диагональды алып тастауға болады
- Теңгерілмеген көпір $\Delta \rightarrow Y$ түрлендіруімен немесе 4-5-дәріс әдістерімен есептеледі
- Қолданылуы: Уитстон көпірі, тензодатчиктер, термометрлер

Энергияның сақталу заңы: көздер берген қуат қабылдағыштар тұтынған қуатқа тең.

$$\sum E_k I_k + \sum U_j J = \sum I_k^2 R_k$$

Шама	Мағынасы	Өлшем бірлігі
$E_k I_k$	k -ЭҚК көзінің қуаты; E пен I бағыттас болса «+», қарсы болса «-»	Вт
$U_j J$	ток көзінің қуаты (U_j — оның қысқыштарындағы кернеу)	Вт
$I_k^2 R_k$	резисторлардағы жылу қуаты — әрқашан оң	Вт

ФИЗИКАЛЫҚ МАҒЫНАСЫ

Теріс таңбалы көз энергияны **қабылдайды** (мысалы, зарядталып жатқан аккумулятор).

ҚОЛДАНЫЛУ ШАРТЫ

Кез келген есептеу әдісінен кейін **нәтижені тексеру** үшін міндетті қадам.

Мысал: генераторлық және қабылдағыштық режим

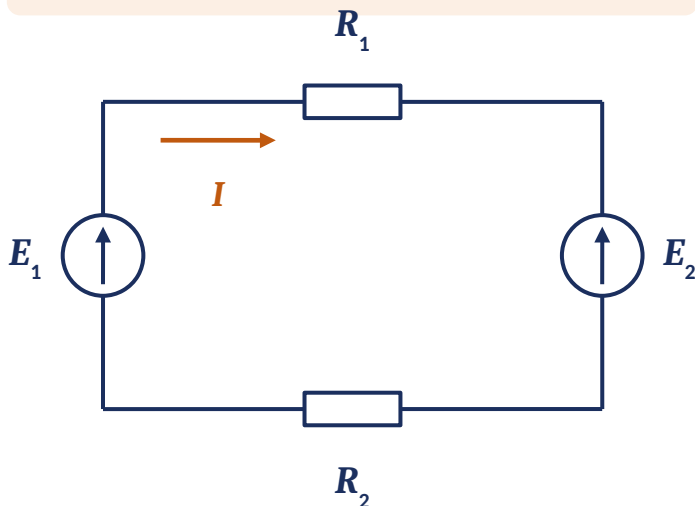


БЕРІЛГЕНІ

$E_1 = 20$ В, $E_2 = 10$ В (қарсы бағытталған)
 $R_1 = 2$ Ом, $R_2 = 3$ Ом
бір тұйық контур

ТАБУ КЕРЕК

I , көздердің қуаттары, баланс



ШЕШУІ

1 Ток
 $I = (E_1 - E_2) / (R_1 + R_2) = 10 / 5 = 2$ А (сағат тілі бойымен)

2 1-көз (генератор)
 $P_{E1} = +E_1 I = +40$ Вт — энергия береді

3 2-көз (қабылдағыш)
 $P_{E2} = -E_2 I = -20$ Вт — ток ЭҚК-ке қарсы, көз зарядталады

4 Резисторлар
 $I^2(R_1 + R_2) = 4 \cdot 5 = 20$ Вт

5 Баланс
 $40 - 20 = 20$ Вт ✓

ЖАУАБЫ

$I = 2$ А; E_1 — генератор (40 Вт), E_2 — қабылдағыш (20 Вт)

Амперметр шунты

$$R_{\text{ш}} = R_A / (n - 1)$$

Шунт амперметрге **параллель** қосылады; $n = I/I_A$ — өлшеу шегін кеңейту еселігі. Ток бөлгіш принципі.

Вольтметрдің қосымша резисторы

$$R_{\text{қос}} = R_V (n - 1)$$

Резистор вольтметрмен **тізбектей** қосылады; $n = U/U_V$. Кернеу бөлгіш принципі.

Мысал: шунт

$R_A = 0,1 \text{ Ом}$, $I_A = 1 \text{ А}$, өлшеу шегі 10 А : $n = 10$,
 $R_{\text{ш}} = 0,1/9 \approx 0,011 \text{ Ом}$. Шунттан 9 А , аспаптан 1 А өтеді.

Мысал: қосымша резистор

$R_V = 10 \text{ кОм}$, $U_V = 10 \text{ В}$, шегі 250 В : $n = 25$, $R_{\text{қос}} = 10 \cdot 24 = 240 \text{ кОм}$.

Мысал: теңгерілмеген көпірді $\Delta \rightarrow Y$ арқылы есептеу



БЕРІЛГЕНІ

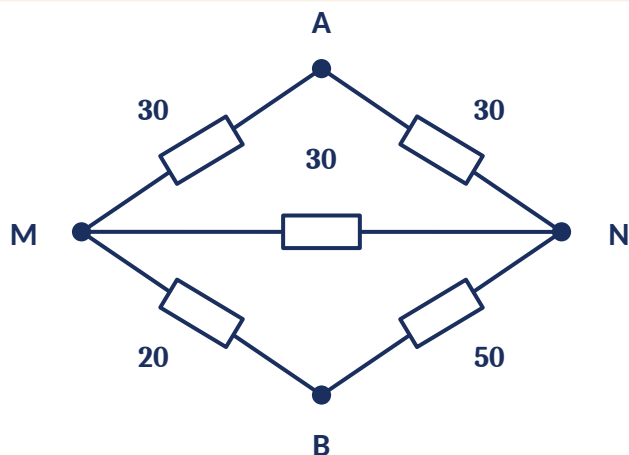
$$U_{AB} = 60 \text{ В}$$

$$\Delta (A, M, N): R_{AM} = R_{AN} = R_{MN} = 30 \text{ Ом}$$

$$R_{MB} = 20 \text{ Ом}, R_{NB} = 50 \text{ Ом}$$

ТАБУ КЕРЕК

R_{AB} , I , тармақ токтары



ШЕШУІ

$\Delta \rightarrow Y$ (симметриялы)

1

$$R_{OA} = R_{OM} = R_{ON} = 30/3 = 10 \text{ Ом}$$

Тармақтар

2

$$R_{OMB} = 10 + 20 = 30 \text{ Ом}; R_{ONB} = 10 + 50 = 60 \text{ Ом}$$

Баламалы кедергі

3

$$R_{AB} = 10 + 30 \cdot 60 / (30 + 60) = 10 + 20 = 30 \text{ Ом}$$

Жалпы ток

4

$$I = U_{AB} / R_{AB} = 60 / 30 = 2 \text{ А}$$

Ток бөлгіш

5

$$I_{MB} = 2 \cdot 60 / 90 \approx 1,33 \text{ А}; I_{NB} = 2 \cdot 30 / 90 \approx 0,67 \text{ А}$$

ЖАУАБЫ

$$R_{AB} = 30 \text{ Ом}; I = 2 \text{ А}; I_{MB} \approx 1,33 \text{ А}, I_{NB} \approx 0,67 \text{ А}$$

Сызық қиылысын түйін деп санау

Нүктесіз қиылысқан сымдар жалғанбаған.
Түйін — тек нүктемен белгіленген байланыс.

«Көршілес» элементтерді тізбектей деп алу

Екі элемент тізбектей болу үшін олардың арасындағы түйінге басқа тармақ қосылмауы керек.

Қысқа тұйықталған элементті ескеру

Ұштары бір сыммен тұйықталған резистор арқылы ток өтпейді — оны алып тастау керек.

Кері жүрісті ұмыту

$R_{\text{экв}}$ табылғаннан кейін бастапқы сұлбаға оралып, тармақ токтарын анықтау керек.

НЕГІЗГІ ОЙ

Әр жеңілдету қадамынан кейін сұлбаны қайта сызу — қатені болдырмаудың ең сенімді жолы.

1 Неліктен параллель жалғаудың баламалы кедергісі ең кіші тармақ кедергісінен кіші болады?

2 Кернеу бөлгіштің шығысына жүктеме қосқанда шығыс кернеу қалай өзгереді және неге?

3 Эквивалентті түрлендіру кезінде қандай шамалар сақталады, қайсылары жоғалады?

4 Қандай жағдайда үшбұрыш-жұлдызша түрлендіруі қажет болады?

5 Теңгерілген көпірдің диагоналін неге үзуге немесе қысқа тұйықтауға болады?

6 Қуаттар балансында көз қуатының теріс таңбасы нені білдіреді?

7 Шунттың кедергісі неге амперметр кедергісінен әлдеқайда кіші болуы керек?

Қорытынды



Эквивалентті түрлендіру сыртқы токтар мен кернеулерді өзгертпей сұлбаны жеңілдетеді



Тізбектей: $R_{\text{экв}} = \sum R_k$, ток ортақ; параллель: $G_{\text{экв}} = \sum G_k$, кернеу ортақ



Кернеу бөлгіш пен ток бөлгіш — аралас тізбектерді «кері жүріспен» шешудің негізгі құралы



Үшбұрыш $\Leftrightarrow$ жұлдызша түрлендіру тізбектей-параллель топтар жоқ сұлбаларды жеңілдетеді



Қуаттар теңгерімі $\sum EI = \sum I^2 R$ — кез келген есептің нәтижесін тексеру тәсілі

ӘДЕБИЕТ (силлабус бойынша)

[1] Alexander C. K., Sadiku M. N. O. Fundamentals of Electric Circuits, 7th ed. — 29–77 б.; [5] Floyd T. L., Buchla D. M. Principles of Electric Circuits, 10th ed. — 118–168 б.