

Электротехниканың теориялық негіздері I

4-дәріс

Кирхгоф заңдары және ЭҚК көздерінің тізбектей және параллель жалғануы

Оқытушы: Мамадияров Максат Муратович, PhD, қауымдастырылған профессор

«Электроника, телекоммуникация және ғарыштық технологиялар» кафедрасы

m.mamadiyarov@satbayev.university

01

Тізбек топологиясы: тармақ, түйін, контур

02

Кирхгофтың бірінші заңы (токтар заңы)

03

Кирхгофтың екінші заңы (кернеулер заңы) және таңба ережесі

04

Потенциалдық диаграмма

05

Кирхгоф заңдары бойынша тізбекті есептеу алгоритмі мен мысалы

06

ЭҚК көздерінің тізбектей, параллель және аралас жалғануы

07

Инженерлік қолданылуы және жиі кездесетін қателер

Дәріс соңында студент:

1

Сұлбадағы тармақ, түйін және тәуелсіз контурлар санын анықтайды

2

Кирхгофтың бірінші және екінші заңдарын физикалық тұрғыдан түсіндіреді

3

Теңдеулер жүйесін дұрыс таңбамен құрастырады

4

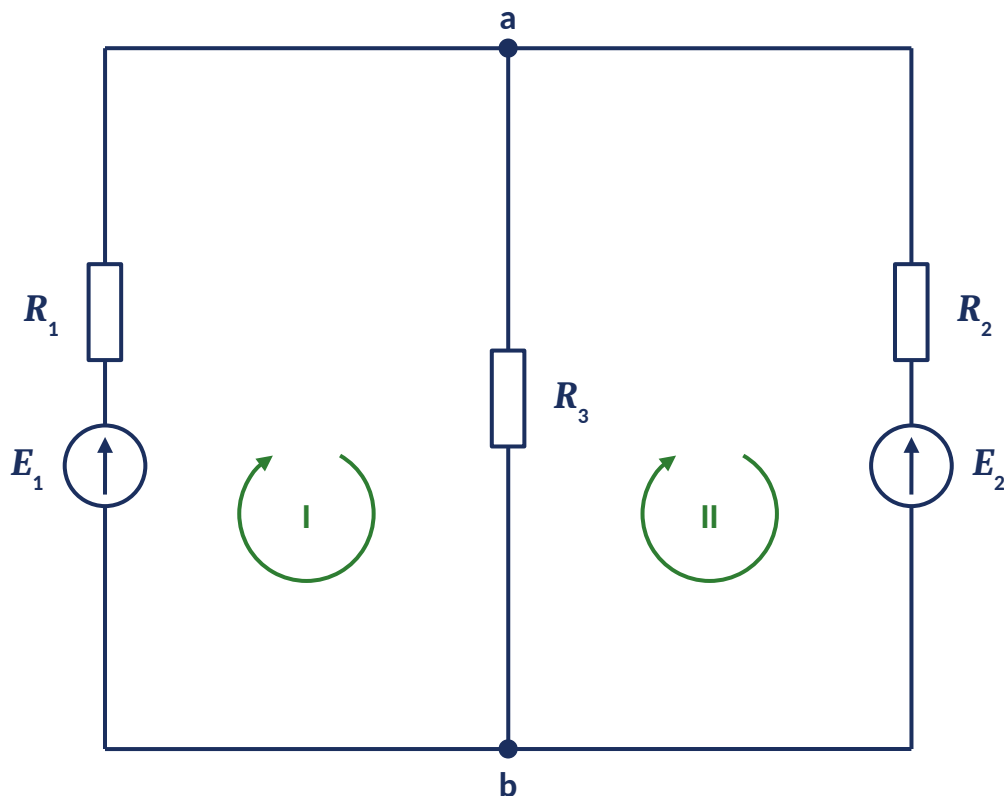
Потенциалдық диаграмманы тұрғызады

5

Көп көзді тізбектің тармақ токтарын есептейді

6

Батареялардың баламалы ЭҚК-сі мен ішкі кедергісін табады



Анықтамалар

- **Тармақ** — бір ток өтетін тізбек бөлігі (суретте $p = 3$)
- **Түйін** — үш не одан көп тармақ түйісетін нүкте ($q = 2: a, b$)
- **Контур** — тармақтардан құралған кез келген тұйық жол
- **Тәуелсіз контур** — кемінде бір жаңа тармағы бар контур (I және II)

НЕГІЗГІ ОЙ

Тәуелсіз теңдеулер саны: Кирхгофтың 1-заңы бойынша $q - 1$, 2-заңы бойынша $p - q + 1$. Барлығы p — белгісіз токтар санына тең.

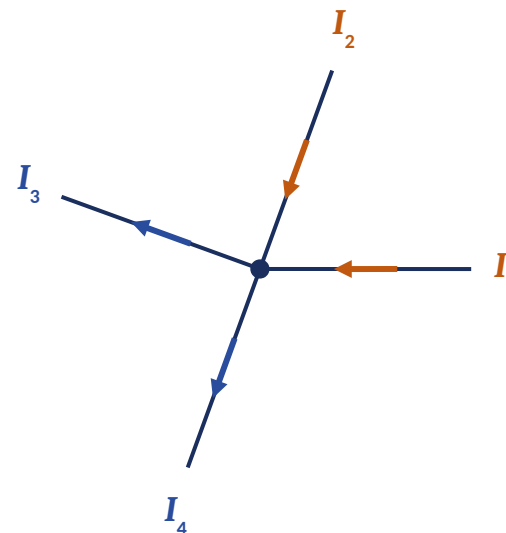
Кирхгофтың бірінші заңы (токтар заңы)



Түйіндегі токтардың алгебралық қосындысы нөлге тең:

$$\sum I_k = 0$$

Шама	Мағынасы	Өлшем бірлігі
I_k	түйінге қосылған k -тармақтың тогы	А
+	түйінге кіретін ток (шартты түрде)	—
—	түйіннен шығатын ток	—



ФИЗИКАЛЫҚ МАҒЫНАСЫ

Зарядтың сақталу заңы: түйінде заряд жиналмайды. Суреттегі түйін үшін: $I_1 + I_2 - I_3 - I_4 = 0$.

ҚОЛДАНЫЛУ ШАРТЫ

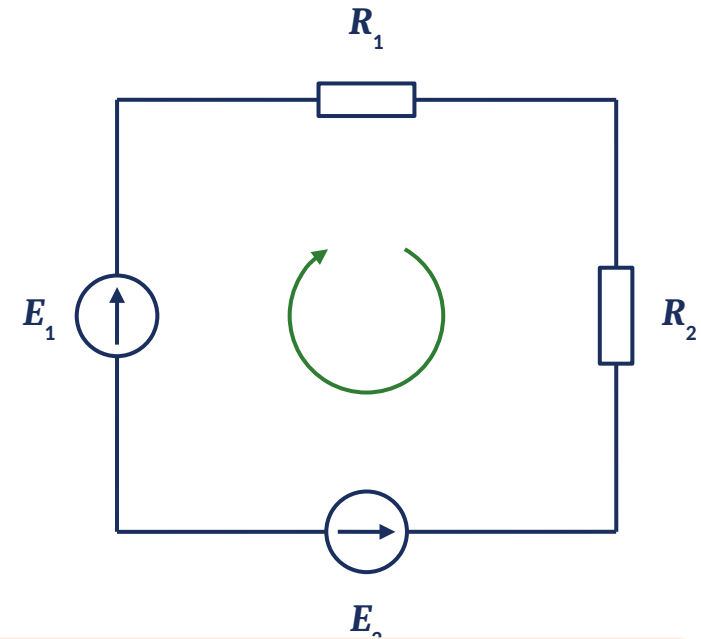
Кез келген түйін үшін; тәуелсіз теңдеулер саны $q - 1$ (соңғы түйін теңдеуі қалғандарынан шығады).

Кирхгофтың екінші заңы (кернеулер заңы)

Кез келген тұйық контурдағы ЭҚК-тердің алгебралық қосындысы кернеу түсулерінің алгебралық қосындысына тең:

$$\sum E_k = \sum I_k R_k$$

Шама	Мағынасы	Өлшем бірлігі
E_k	контурдағы ЭҚК; айналып өту бағытымен бағыттас болса «+»	В
$I_k R_k$	резистордағы кернеу түсуі; ток айналып өту бағытымен бағыттас болса «+»	В



ФИЗИКАЛЫҚ МАҒЫНАСЫ

Энергияның сақталу заңы: контурды айналып шыққанда потенциал бастапқы мәніне оралады.

ҚОЛДАНЫЛУ ШАРТЫ

Тәуелсіз контурлар үшін $p - q + 1$ теңдеу. Ток көзі бар тармақ арқылы өтетін контурды таңдамаған жөн.

Таңба ережесі: теңдеулерді құрудың тәртібі

Қадам	Не істеледі	Ескерту
1	Әр тармақтағы токтың оң бағытын еркін таңдау	Қате таңдалса, ток теріс шығады — бұл қате емес
2	Әр тәуелсіз контурды айналып өту бағытын таңдау	Әдетте сағат тілі бойымен
3	1-заң: кіретін ток «+», шығатын ток «-»	Кері келісім де дұрыс, тек бірізді болсын
4	2-заң: E_k айналып өту бағытымен бағыттас — «+»	Қарсы бағытталса — «-»
5	2-заң: $I_k R_k$, егер ток бағыттас болса — «+»	Қарсы болса — «-»
6	Жауапты таңбасымен түсіндіру	$I < 0$ — нақты бағыт таңдалғанға қарсы

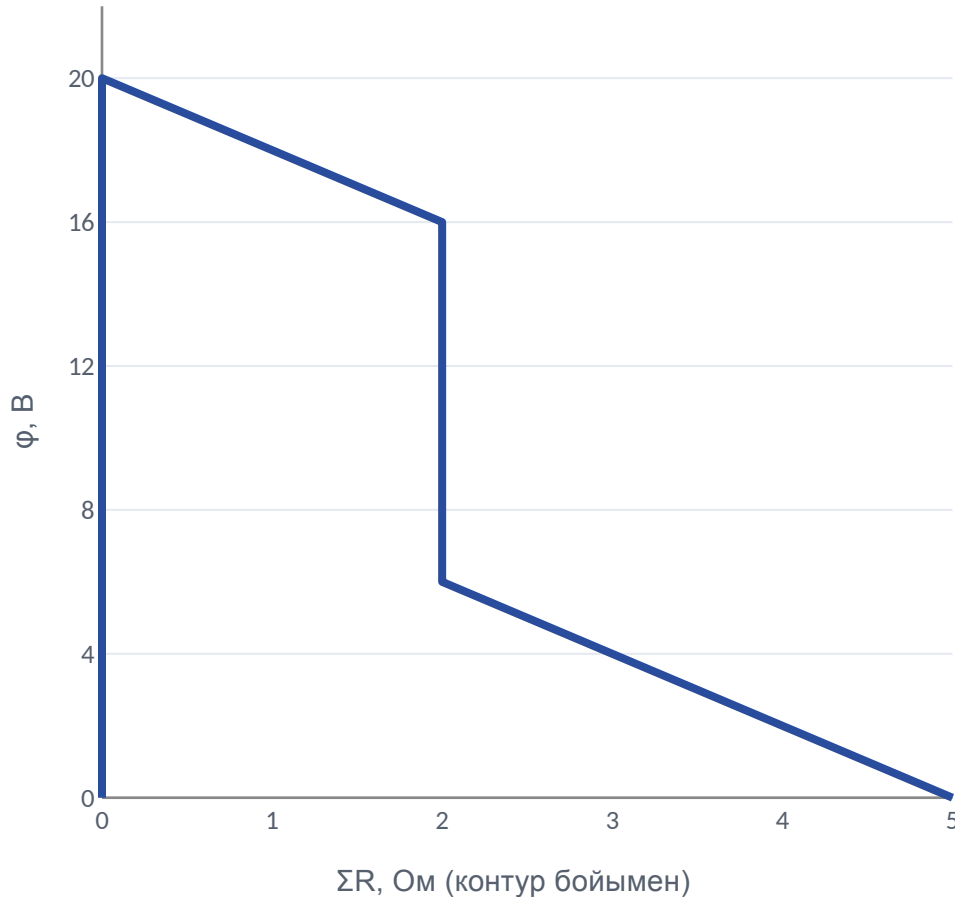
НАЗАР АУДАРЫҢЫЗ

Таңба ережесі бір рет таңдалып, бүкіл есеп бойы өзгертілмеуі керек — ең жиі қате осы жерде жіберіледі.

Потенциалдық диаграмма



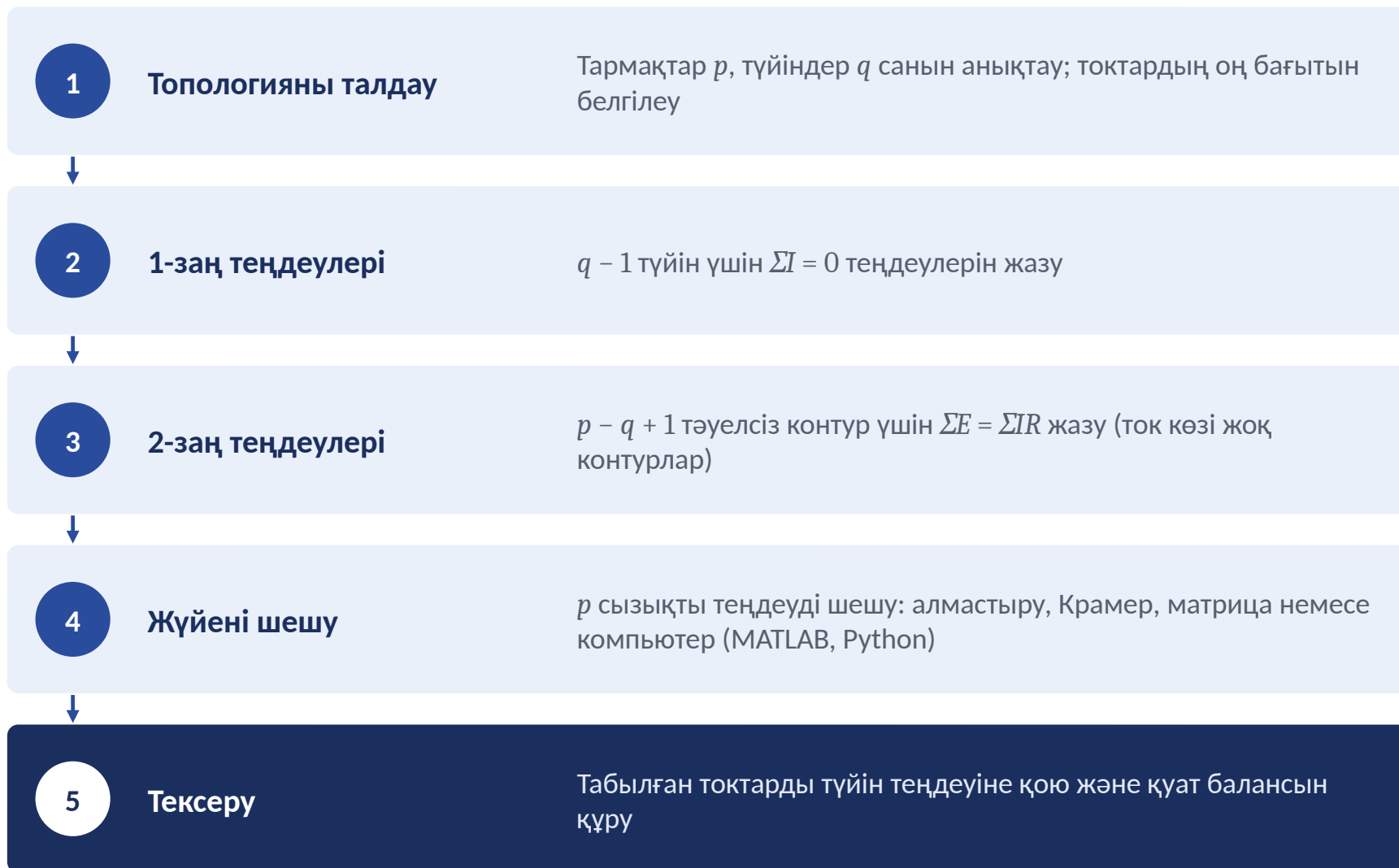
Контур нүктелерінің потенциалы (φ) сол нүктеге дейінгі кедергілер қосындысына тәуелділікпен көрсетіледі.



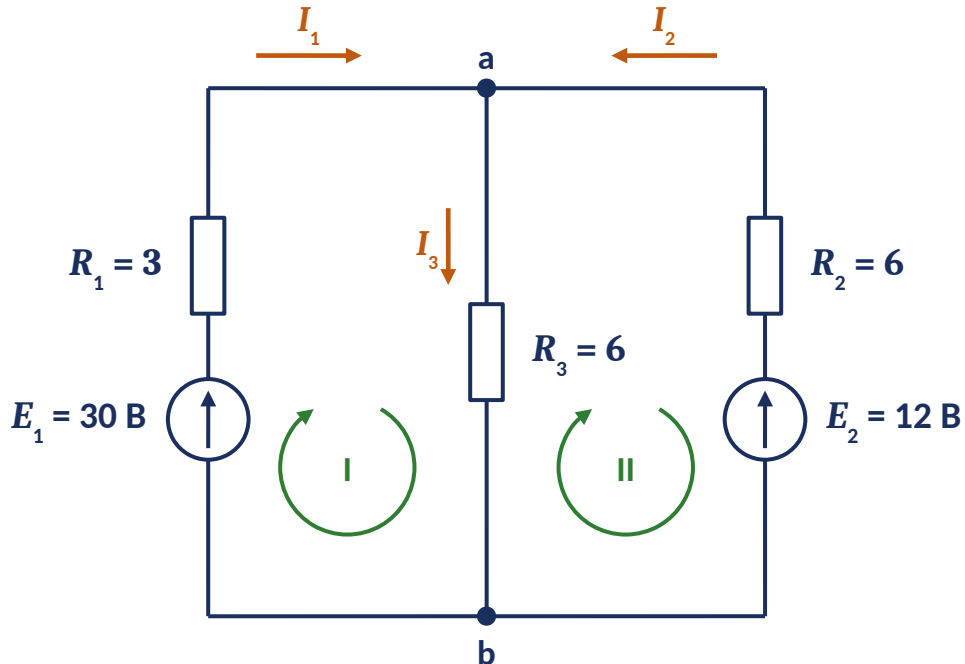
Мысал (3-дәрістен)

- $E_1 = 20$ В, $E_2 = 10$ В (қарсы), $R_1 = 2$ Ом, $R_2 = 3$ Ом, $I = 2$ А
- ЭҚК көзінде потенциал **секіrmелі** өзгереді: $+E_1, -E_2$
- Резисторда IR шамасына **сызықты** төмендейді
- Контур тұйықталғанда φ бастапқы мәнге (0) оралады
- Еңіс $tg\alpha = I$ — барлық резисторда бірдей

Кирхгоф заңдары бойынша есептеу алгоритмі



Есептік мысал: теңдеулерді құру



Теңдеулер ($p = 3, q = 2$)

a түйіні: $I_1 + I_2 - I_3 = 0$

I контур: $I_1 R_1 + I_3 R_3 = E_1$

$$3I_1 + 6I_3 = 30$$

II контур: $I_2 R_2 + I_3 R_3 = E_2$

$$6I_2 + 6I_3 = 12$$

ЕСКЕРТУ

Үш белгісіз — үш тәуелсіз теңдеу. Кедергілер Ом-мен берілген.

Есептік мысал: шешу және тексеру



БЕРІЛГЕНІ

$$E_1 = 30 \text{ В}, E_2 = 12 \text{ В}$$

$$R_1 = 3, R_2 = 6, R_3 = 6 \text{ Ом}$$

(алдыңғы слайдтағы сұлба)

ТАБУ КЕРЕК

I_1, I_2, I_3 , қуат балансы

$I_2 < 0$: нақты ток таңдалған бағытқа
қарсы — E_2 көзі энергияны **қабылдайды**
(зарядталу режимі).

ШЕШУІ

Алмастыру

1

$$I_3 = I_1 + I_2 \Rightarrow 9I_1 + 6I_2 = 30; 6I_1 + 12I_2 = 12$$

Шешу

2

$$I_1 = 4 \text{ А}; I_2 = -1 \text{ А}; I_3 = 4 - 1 = 3 \text{ А}$$

1-заңды тексеру

3

$$I_1 + I_2 - I_3 = 4 - 1 - 3 = 0 \checkmark$$

Көздердің қуаты

4

$$E_1 I_1 + E_2 I_2 = 120 - 12 = 108 \text{ Вт}$$

Қабылдағыштар

5

$$16 \cdot 3 + 1 \cdot 6 + 9 \cdot 6 = 48 + 6 + 54 = 108 \text{ Вт} \checkmark$$

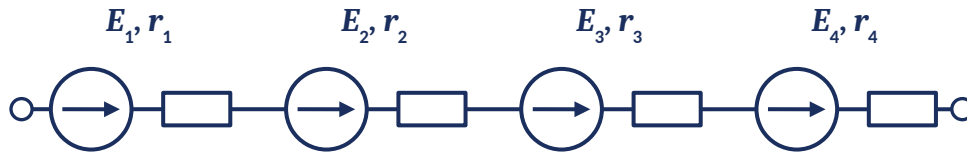
ЖАУАБЫ

$$I_1 = 4 \text{ А}, I_2 = -1 \text{ А}, I_3 = 3 \text{ А}; \text{ баланс } 108 \text{ Вт}$$

ЭҚК көздерінің тізбектей жалғануы



Көздер бір ток тармағында тізбектей қосылғанда олардың ЭҚК-тері мен ішкі кедергілері қосылады.



$$E_{\text{экв}} = \sum(\pm E_k), \quad r_{\text{экв}} = \sum r_k$$

қарсы бағытталған ЭҚК «-» таңбамен алынады

Қашан қолданылады

- Кернеуді арттыру қажет болғанда
- Аккумулятор батареясы: 6 элемент $\times$ 2 В = 12 В
- Барлық элемент арқылы бірдей ток өтеді
- Ең әлсіз элемент бүкіл батареяның сыйымдылығын шектейді

ЭҚК көздерінің параллель жалғануы



Көздер бір түйіндер жұбына қосылғанда баламалы көз өткізгіштіктер арқылы есептеледі ($g_k = 1/r_k$):

$$E_{\text{ЭКВ}} = \Sigma E_k g_k / \Sigma g_k, \quad r_{\text{ЭКВ}} = 1 / \Sigma g_k$$

Шама	Мағынасы	Өлшем бірлігі
E_k, r_k	k -көздің ЭҚК-сі мен ішкі кедергісі	В, Ом
g_k	k -көздің ішкі өткізгіштігі	См
$E_{\text{ЭКВ}}, r_{\text{ЭКВ}}$	баламалы көздің параметрлері	В, Ом

ФИЗИКАЛЫҚ МАҒЫНАСЫ

Бірдей n көз: $E_{\text{ЭКВ}} = E, r_{\text{ЭКВ}} = r/n$ — ток беру қабілеті n есе артады.

ҚОЛДАНЫЛУ ШАРТЫ

ЭҚК-тері **тең** көздерді ғана параллель қосу ұсынылады; әйтпесе көздер арасында теңестіру тогы жүреді: $I_{\text{тең}} = (E_1 - E_2)/(r_1 + r_2)$.

Мысал: ЭҚК-тері әртүрлі екі аккумуляторды параллель қосу

БЕРІЛГЕНІ

$$E_1 = 12,6 \text{ В}, r_1 = 0,05 \text{ Ом}$$

$$E_2 = 12,0 \text{ В}, r_2 = 0,05 \text{ Ом}$$

сыртқы жүктеме жоқ

ТАБУ КЕРЕК

$$I_{\text{тең}}, E_{\text{экв}}, r_{\text{экв}}$$

Жүктемесіз-ақ 6 А ток жүреді: толық аккумулятор әлсізін зарядтап, энергия ішкі кедергілерде жылуға айналады.

ШЕШУІ

Теңестіру тогы

$$1 \quad I_{\text{тең}} = (12,6 - 12,0) / (0,05 + 0,05) = 6 \text{ А}$$

Өткізгіштіктер

$$2 \quad g_1 = g_2 = 1/0,05 = 20 \text{ См}$$

Баламалы ЭҚК

$$3 \quad E_{\text{экв}} = (12,6 \cdot 20 + 12 \cdot 20) / 40 = 12,3 \text{ В}$$

Баламалы ішкі кедергі

$$4 \quad r_{\text{экв}} = 1/40 = 0,025 \text{ Ом}$$

ЖАУАБЫ

$$I_{\text{тең}} = 6 \text{ А}; E_{\text{экв}} = 12,3 \text{ В}; r_{\text{экв}} = 0,025 \text{ Ом}$$

Аралас жалғау: аккумулятор батареясын жобалау

n элемент тізбектей, m осындай тізбек параллель ($nsmr$): $E_6 = nE$, $r_6 = nr/m$, сыйымдылық $Q_6 = mQ$.

Қолданылуы	Элемент	Конфигурация	E_6	r_6	Q_6
Автомобиль аккумуляторы	Pb 2,1 В; 60 А·сағ; 5 мОм	6s1p	12,6 В	30 мОм	60 А·сағ
Қосалқы станцияның ЖТ батареясы	Pb 2,1 В; 200 А·сағ; 1 мОм	104s1p	218 В	104 мОм	200 А·сағ
Электросамокат	Li-ion 3,7 В; 3 А·сағ; 50 мОм	13s4p	48,1 В	163 мОм	12 А·сағ
Электромобиль (мысал)	Li-ion 3,7 В; 50 А·сағ; 20 мОм	96s3p	355 В	640 мОм	150 А·сағ

ЕСКЕРТУ

Кестедегі сандар — оқу мысалы. Нақты жобада элемент параметрлері өндірушінің деректерінен алынады.

Дифференциалдық қорғаныс

Қорғалатын аймаққа кіретін және шығатын токтардың қосындысы бақыланады: $\sum I \neq 0$ — ішкі зақымдану белгісі (1-заң).

Жерге тұйықталуды анықтау

Үш фазалы кабельде $i_A + i_B + i_C = 0$.

Қосынды ток пайда болса — оқшаулама бұзылған.

Сұлбаларды компьютерлік модельдеу

SPICE, MATLAB/Simulink барлық түйіндер үшін 1-заң теңдеулерін автоматты құрып шешеді.

Батарея жүйелері

ЖТ батареялары, UPS және электромобиль батареялары элементтерді *nsmp* тәсілімен жалғау арқылы жобаланады.

Тәуелді теңдеулер

Барлық q түйін үшін 1-заңды жазу — артық теңдеу. Тек $q - 1$ алынады.

Тәуелсіз емес контур

Жаңа тармағы жоқ контур жаңа ақпарат бермейді — жүйе шешілмейді.

Таңбаны шатастыру

E таңбасы айналып өту бағытымен, IR таңбасы ток бағытымен салыстырылады.

Ток көзі бар контур

Ток көзіндегі кернеу белгісіз — мұндай контур үшін 2-заң қосымша белгісіз енгізеді.

1

Кирхгофтың бірінші заңы неліктен зарядтың сақталу заңының салдары болып табылады?

2

Екінші заңды тұйық емес жол (екі нүкте арасындағы кернеу) үшін қалай жазуға болады?

3

Неліктен тәуелсіз түйін теңдеулерінің саны q емес, $q - 1$?

4

Есепте ток теріс шықса, бұл нені білдіреді? Шешімді қайта жасау керек пе?

5

Потенциалдық диаграммада еңістің шамасы нені көрсетеді?

6

Неліктен ЭҚК-тері әртүрлі аккумуляторларды параллель қосуға болмайды?

7

Батареяның ішкі кедергісін азайту үшін элементтерді қалай жалғау керек?

Қорытынды



Тізбекте p тармақ, q түйін болса: $q - 1$ түйін теңдеуі және $p - q + 1$ контур теңдеуі құрылады



Кирхгофтың 1-заңы $\sum I = 0$ — зарядтың сақталуы; 2-заңы $\sum E = \sum IR$ — энергияның сақталуы



Таңба ережесі бір рет таңдалып, бірізді сақталуы тиіс; теріс ток — нақты бағыттың көрсеткіші



Тізбектей жалғанған көздер: $E_{\text{ЭКВ}} = \sum (\pm E_k)$, $r_{\text{ЭКВ}} = \sum r_k$



Параллель жалғанған көздер: $E_{\text{ЭКВ}} = \sum E_k g_k / \sum g_k$; тең емес ЭҚК теңестіру тогын тудырады

ӘДЕБИЕТ (силлабус бойынша)

[1] Alexander C. K., Sadiku M. N. O. Fundamentals of Electric Circuits, 7th ed. — 29–63 б.; [5] Floyd T. L., Buchla D. M. Principles of Electric Circuits, 10th ed. — 141–233 б.