

Электротехниканың теориялық негіздері I

6-дәріс

Электр тізбектерінің негізгі теоремалары: беттестіру, өтем және эквивалентті генератор әдістері

Оқытушы: Мамадияров Максат Муратович, PhD, қауымдастырылған профессор

«Электроника, телекоммуникация және ғарыштық технологиялар» кафедрасы

m.mamadiyarov@satbayev.university

01

Сызықты тізбектердің қасиеттері

02

Беттестіру (суперпозиция) принципі және әдісі

03

Беттестірудің шектеулері: қуат неге қосылмайды

04

Өтем (компенсация) теоремасы және кедергі вариациясы

05

Эквивалентті генератор әдісі: Тевенен және Нортон теоремалары

06

Эквивалентті генератор параметрлерін тәжірибеде анықтау

07

Теоремалардың инженерлік қолданылуы

Дәріс соңында студент:

1

Сызықтылық қасиетінің беттестіру принципімен байланысын түсіндіреді

2

Көп көзді тізбекті беттестіру әдісімен есептейді

3

Беттестіру принципін қуатқа неге қолдануға болмайтынын дәлелдейді

4

Кедергі өзгергенде токтың өзгерісін өтем теоремасымен табады

5

Бір тармақ тогын эквивалентті генератор әдісімен есептейді

6

Бос жүріс пен қысқа тұйықталу тәжірибесінен генератор параметрлерін анықтайды

Сызықты тізбек — барлық элементтерінің параметрлері (R, L, C) ток пен кернеуге тәуелсіз тізбек. Ол сызықты алгебралық (немесе дифференциалдық) теңдеулермен сипатталады.

- **Біртектілік:** көздің шамасы k есе өссе, барлық токтар k есе өседі
- **Аддитивтілік:** бірнеше әсердің нәтижесі әр әсердің нәтижелерінің қосындысына тең
- Осы екі қасиеттен **беттестіру принципі** шығады
- Кез келген тармақ тогы көздердің **сызықты** функциясы: $I_k = a_1 E_1 + a_2 E_2 + \dots + b_1 J_1 + \dots$
- Теоремалар есептеуді жеңілдетеді және тізбектің «сыртқы» мінез-құлқын түсіндіреді

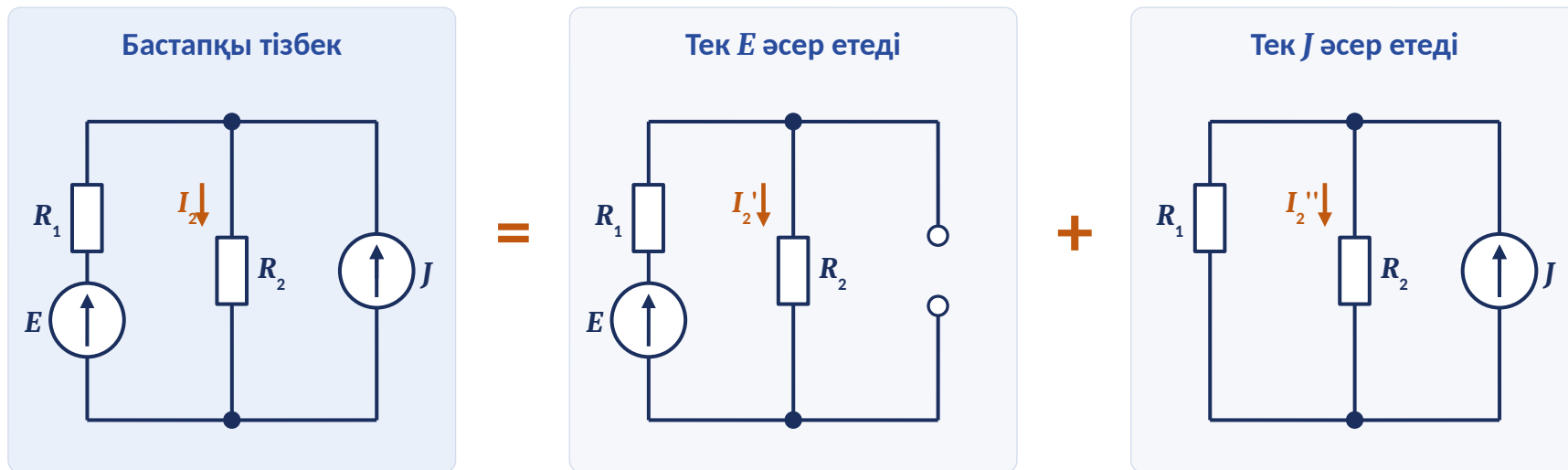
НАЗАР АУДАРЫҢЫЗ

Сызықты емес элементтер (диод, магнитті өзекті катушка) бар тізбекте бұл дәрістегі теоремалар тікелей қолданылмайды.

Беттестіру (суперпозиция) принципі



Сызықты тізбектегі кез келген тармақтың тогы **әр көз жеке әсер еткенде** пайда болатын жеке токтардың алгебралық қосындысына тең.



$$I_2 = I_2' + I_2''$$

Алынып тасталған ЭҚК көзінің орнына оның ішкі кедергісі қалады (идеал көз — **қысқа тұйықталу**), ал ток көзі **үзіледі**.



ЕСКЕРТУ

Әдіс көздердің әрқайсысының үлесін көрсетеді — бұл жүйенің режимін талдауда (мысалы, кернеуді реттеуде) өте пайдалы.

Мысал: беттестіру әдісі



БЕРІЛГЕНІ

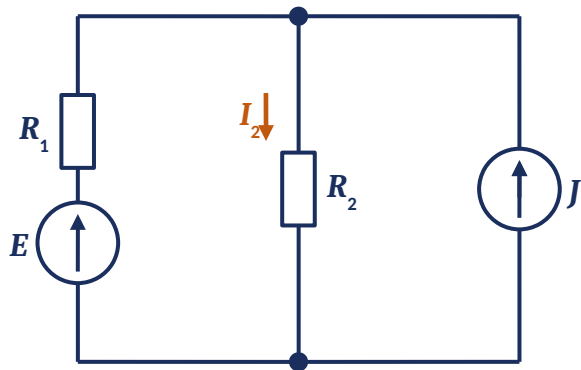
$$E = 18 \text{ В}, R_1 = 6 \text{ Ом}$$

$$R_2 = 3 \text{ Ом}$$

$$J = 3 \text{ А}$$

ТАБУ КЕРЕК

R_2 арқылы өтетін ток I_2



ШЕШУІ

Тек E (J үзілген)

1

$$I_2' = E / (R_1 + R_2) = 18 / 9 = 2 \text{ А}$$

Тек J (E қысқа тұйықталған)

2

$$I_2'' = J \cdot R_1 / (R_1 + R_2) = 3 \cdot 6 / 9 = 2 \text{ А (ток бөлгіш)}$$

Беттестіру

3

$$I_2 = I_2' + I_2'' = 2 + 2 = 4 \text{ А (бағыттары бірдей)}$$

Тексеру (екі түйін әдісі)

4

$$U = (18/6 + 3) / (1/6 + 1/3) = 12 \text{ В}; I_2 = 12/3 = 4 \text{ А}$$

✓

ЖАУАБЫ

$$I_2 = 4 \text{ А: } E \text{ көзінің үлесі } 2 \text{ А, } J \text{ көзінің үлесі } 2 \text{ А}$$

Беттестірудің шектеулері: қуат қосылмайды



Қуат токтың **квадратына** пропорционал, яғни сызықты шама емес.

Қате тәсіл

- $P' = I_2'^2 R_2 = 2^2 \cdot 3 = 12 \text{ Вт}$
- $P'' = I_2''^2 R_2 = 2^2 \cdot 3 = 12 \text{ Вт}$
- $P' + P'' = 24 \text{ Вт}$ ✗

Дұрыс тәсіл

- Алдымен токтарды қосамыз: $I_2 = 4 \text{ А}$
- Сонан соң қуат: $P = I_2^2 R_2 = 16 \cdot 3 = 48 \text{ Вт}$ ✓
- Айырма $2I_2' I_2'' R_2 = 24 \text{ Вт}$ — «айқаспалы» мүше

НАЗАР АУДАРЫҢЫЗ

Беттестіру тек **сызықты** шамаларға — токтар мен кернеулерге қолданылады. Қуат пен энергия — қорытынды токтар бойынша ғана.

Өтем (компенсация) теоремасы



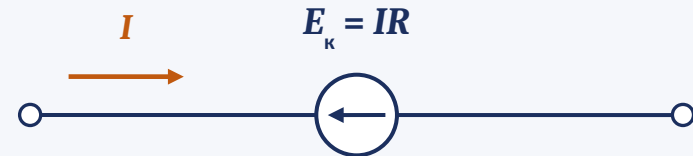
Тізбектің кез келген кедергісін токқа **қарсы** бағытталған ЭҚК-пен ауыстыруға болады — басқа токтар өзгермейді.

Бастапқы тармақ



- Резистордағы кернеу: $U = IR$

Өтемдік ЭҚК



- $E_k = IR$, бағыты токқа қарсы
- Немесе ток көзі $J = I$

НЕГІЗГІ ОЙ

Вариация теоремасы: кедергі ΔR -ге өзгерсе, тізбекке қосымша $\Delta E = I\Delta R$ (токқа қарсы) енгізіледі — туындаған ΔI токтар беттестіру арқылы бастапқыға қосылады.

Мысал: жүктеме кедергісінің өзгерісі



БЕРІЛГЕНІ

$$E = 24 \text{ В}, r = 1 \text{ Ом}$$
$$R = 11 \text{ Ом} \rightarrow 13 \text{ Ом}$$
$$(\Delta R = 2 \text{ Ом})$$

ТАБУ КЕРЕК

токтың өзгерісі ΔI және жаңа ток

Өтем теоремасы токты толық қайта есептемей, тек **өзгерісті** табуға мүмкіндік береді — бұл сезімталдық талдауының негізі.

ШЕШУІ

Бастапқы ток

1

$$I = 24 / (1 + 11) = 2 \text{ А}$$

Өтемдік ЭҚК

2

$$\Delta E = I \Delta R = 2 \cdot 2 = 4 \text{ В (токқа қарсы)}$$

Токтың өзгерісі

3

$$\Delta I = -\Delta E / (r + R + \Delta R) = -4 / 14 \approx -0,286 \text{ А}$$

Жаңа ток

4

$$I_{\text{жаңа}} = 2 - 0,286 = 1,714 \text{ А}$$

Тексеру

5

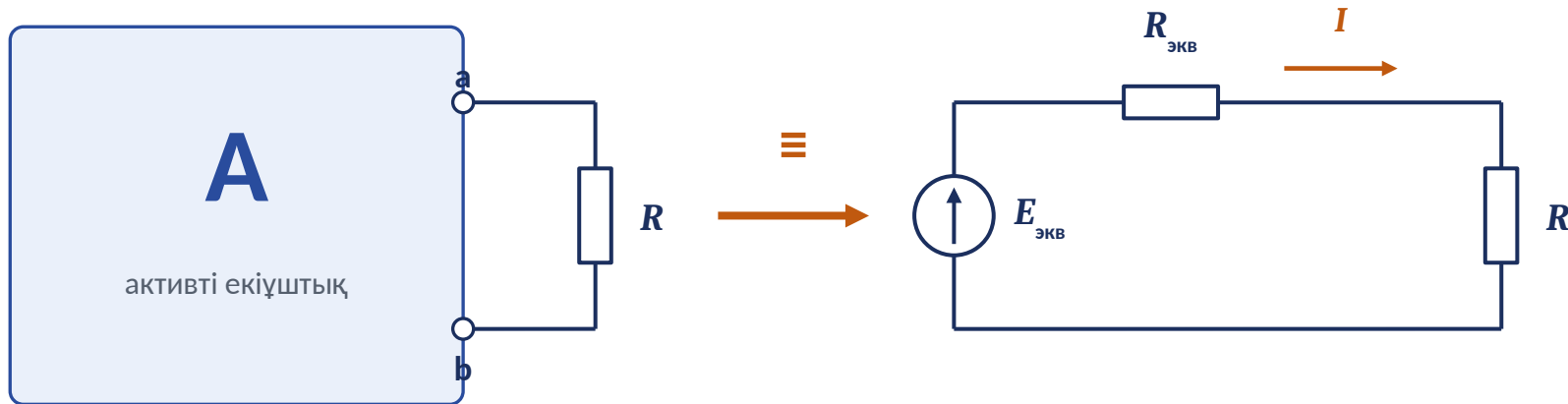
$$24 / (1 + 13) = 1,714 \text{ А} \checkmark$$

ЖАУАБЫ

$$\Delta I \approx -0,29 \text{ А}; I_{\text{жаңа}} \approx 1,71 \text{ А}$$

Эквивалентті генератор әдісі (Тевенен теоремасы)

Кез келген сызықты **активті екіұштықты** бөлінген тармаққа қатысты бір ЭҚК көзі мен бір кедергіге ауыстыруға болады.



$$I = E_{\text{экв}} / (R_{\text{экв}} + R) = U_{\text{бж}} / (R_{\text{кір}} + R)$$

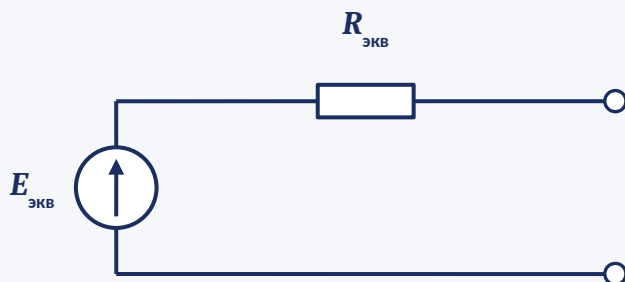
$$E_{\text{экв}} = U_{\text{бж}}$$

R ажыратылғандағы $a-b$ қысқыштарындағы **бос жүріс** кернеуі

$$R_{\text{экв}} = R_{\text{кір}}$$

барлық көздер алынғандағы ($E \rightarrow$ қысқа, $J \rightarrow$ үзіліс) $a-b$ жағынан **кіріс кедергісі**

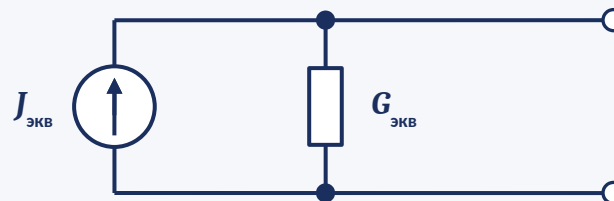
Тевенен: кернеу көзі



$$E_{\text{ЭКВ}} = U_{\text{бж}}$$

- Ішкі кедергі тізбектей
- Жүктеме кедергісі үлкен болғанда ыңғайлы

Нортон: ток көзі



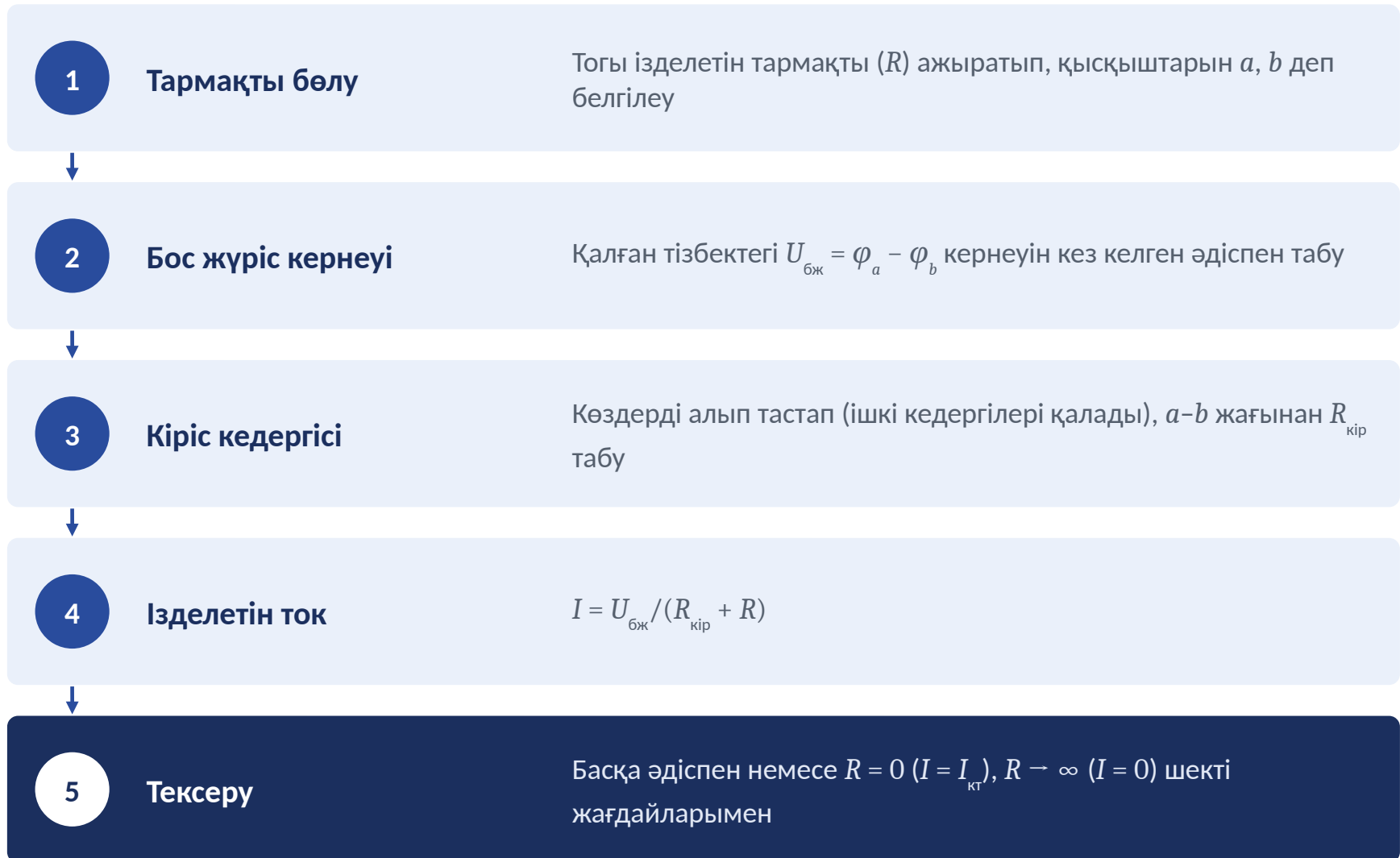
$$J_{\text{ЭКВ}} = I_{\text{КТ}}, \quad G_{\text{ЭКВ}} = 1/R_{\text{ЭКВ}}$$

- Ішкі өткізгіштік параллель
- Параллель жүктемелер көп болғанда ыңғайлы

НЕГІЗГІ ОЙ

Үш параметр өзара байланысты: $R_{\text{ЭКВ}} = U_{\text{бж}} / I_{\text{КТ}}$. Екеуін білу жеткілікті.

Эквивалентті генератор әдісінің алгоритмі



Мысал: 4-дәрістегі тізбектің I_3 тогы



БЕРІЛГЕНІ

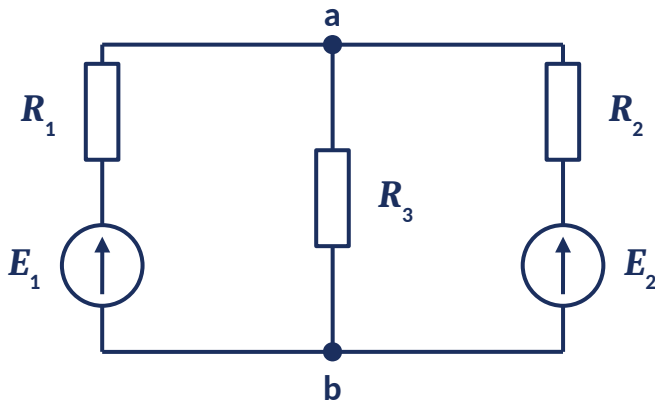
$$E_1 = 30 \text{ В}, R_1 = 3 \text{ Ом}$$

$$E_2 = 12 \text{ В}, R_2 = 6 \text{ Ом}$$

$$R_3 = 6 \text{ Ом} — \text{бөлінетін тармақ}$$

ТАБУ КЕРЕК

$$U_{\text{бж}}, R_{\text{кір}}, I_3$$



ШЕШУІ

R_3 ажыратылған контур тогы

1

$$I = (E_1 - E_2) / (R_1 + R_2) = 18 / 9 = 2 \text{ А}$$

Бос жүріс кернеуі

2

$$U_{\text{бж}} = E_1 - IR_1 = 30 - 6 = 24 \text{ В}$$

Кіріс кедергісі ($E \rightarrow$ қысқа)

3

$$R_{\text{кір}} = R_1 R_2 / (R_1 + R_2) = 18 / 9 = 2 \text{ Ом}$$

Ізделетін ток

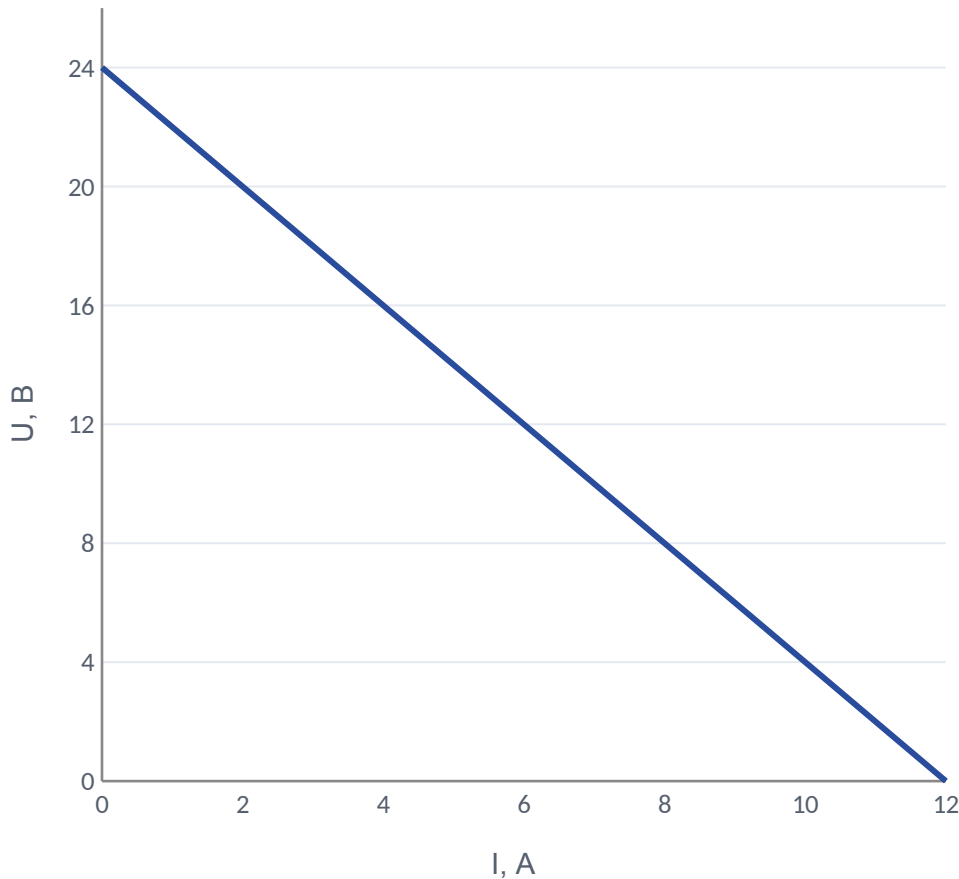
4

$$I_3 = U_{\text{бж}} / (R_{\text{кір}} + R_3) = 24 / (2 + 6) = 3 \text{ А} \checkmark$$

ЖАУАБЫ

$I_3 = 3 \text{ А} — 4\text{- және } 5\text{-дәрістегі нәтижемен бірдей}$

Эквивалентті генератордың сыртқы сипаттамасы $U = U_{\text{бж}} - IR_{\text{экв}}$ — түзу сызық (мысал: $U_{\text{бж}} = 24$ В, $R_{\text{экв}} = 2$ Ом).



Екі тәжірибе

- **Бос жүріс** ($R \rightarrow \infty$): вольтметр $U_{\text{бж}}$ көрсетеді
- **Қысқа тұйықталу** ($R = 0$): амперметр $I_{\text{КТ}}$ көрсетеді
- $R_{\text{экв}} = U_{\text{бж}} / I_{\text{КТ}} = 24 / 12 = 2$ Ом
- Қуатты көздерде ҚТ тәжірибесі қауіпті — оның орнына екі түрлі жүктемемен өлшейді

Қысқа тұйықталу токтарын есептеу

Энергожүйе ҚТ нүктесіне қатысты эквивалентті генератормен алмастырылады: $I_{\text{КТ}} = U_{\text{НОМ}} / Z_{\text{ЭКВ}}$ — ажыратқыштарды таңдау негізі.

Желінің «қатаңдығы»

Кіріс кедергісі аз желіде жүктеме қосқанда кернеу аз өзгереді. $R_{\text{ЭКВ}}$ — қорек көзі сапасының көрсеткіші.

Датчиктер мен өлшеу тізбектері

Датчик шығысын Тевенен моделімен сипаттап, өлшеу аспабының кіріс кедергісінің әсерін бағалайды.

Көздердің үлесін бағалау

Беттестіру бірнеше генератордың тармақ тогына қосқан үлесін бөлек көрсетеді — режимді басқаруда қолданылады.

- 1 Неліктен беттестіру принципі тек сызықты тізбектерде орындалады?
- 2 Беттестіруде алынған ЭҚК көзін неге қысқа тұйықтаймыз, ал ток көзін неге үземіз?
- 3 Екі көздің бөлек беретін қуаттарының қосындысы неге нақты қуатқа тең емес?
- 4 Өтем теоремасының вариация теоремасымен байланысын түсіндіріңіз.
- 5 Тевенен және Нортон эквиваленттері қандай параметр арқылы өзара байланысқан?
- 6 Бір тармақ тогын ғана табу керек болса, қай әдіс тиімді және неге?
- 7 Қуатты генератор үшін қысқа тұйықталу тәжірибесін неге жасамайды? Параметрлерді қалай анықтауға болады?

Қорытынды



Сызықты тізбекте кез келген ток көздер әсерлерінің қосындысы — беттестіру принципі



Беттестіруде ЭҚК көзі қысқа тұйықталуға, ток көзі үзіліске ауыстырылады; қуат беттестірілмейді



Өтем теоремасы кедергіні $E_k = IR$ көзімен алмастырып, параметр өзгерісінің әсерін табуға мүмкіндік береді



Активті екіұштық $E_{\text{экв}} = U_{\text{бж}}$ және $R_{\text{экв}} = R_{\text{кпр}}$ арқылы бір көзге келтіріледі: $I = U_{\text{бж}} / (R_{\text{кпр}} + R)$



Эквивалентті генератор параметрлері бос жүріс және қысқа тұйықталу тәжірибелерінен анықталады

ӘДЕБИЕТ (силлабус бойынша)

[1] Alexander C. K., Sadiku M. N. O. Fundamentals of Electric Circuits, 7th ed. — 125–171 б.