



Электротехниканың теориялық негіздері I

8-дәріс

Айнымалы ток тізбектеріндегі R, L, C элементтері, кедергі және өткізгіштік

Оқытушы: Мамадияров Максат Муратович, PhD, қауымдастырылған профессор

«Электроника, телекоммуникация және ғарыштық технологиялар» кафедрасы

m.mamadiyarov@satbayev.university

- 01 Идеал R , L , C элементтері және олардағы энергия
- 02 Резистор, индуктивтілік және сыйымдылық синусоидалы ток тізбегінде
- 03 Реактивті кедергілердің жиілікке тәуелділігі
- 04 Тізбектей RLC тізбегі: кешенді кедергі, кедергілер үшбұрышы
- 05 Тізбек сипаты: активті, индуктивті, сыйымдылық
- 06 Кешенді өткізгіштік және параллель RLC тізбегі
- 07 Кедергі мен өткізгіштікті өзара түрлендіру

Дәріс соңында студент:

1

R, L, C элементтеріндегі ток пен кернеудің фазалық байланысын түсіндіреді

2

Индуктивті және сыйымдылық кедергілерді жиілік бойынша есептейді

3

Кешенді кедергіні алгебралық және көрсеткіштік түрде жазады

4

Тізбектей RLC тізбегінің векторлық диаграммасын тұрғызады

5

Параллель тізбекті кешенді өткізгіштік арқылы есептейді

6

Тізбектей және параллель орынбасу сұлбаларын өзара ауыстырады

Нақты құрылғылар үш идеал элементтің комбинациясымен модельденеді.

Резистор R



Электр энергиясын қайтымсыз **жылуға** айналдырады. Энергия жинамайды.

Индуктивтілік L



Магнит өрісінде энергия жинайды: $W_L = Li^2/2$. Токтың секіrmелі өзгеруіне қарсы әсер етеді.

Сыйымдылық C



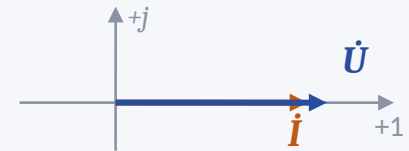
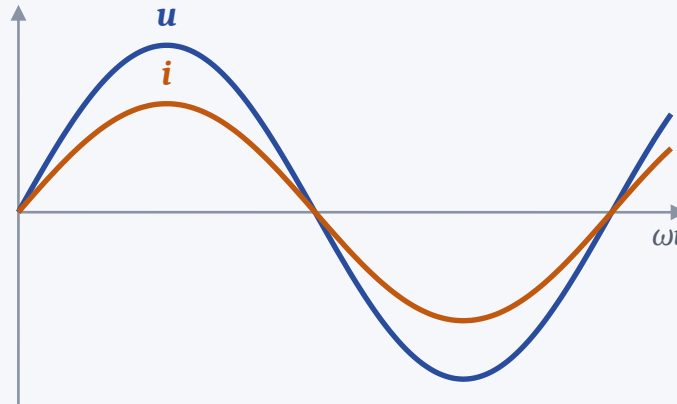
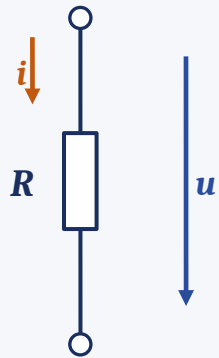
Электр өрісінде энергия жинайды: $W_C = Cu^2/2$. Кернеудің секіrmелі өзгеруіне қарсы әсер етеді.

НЕГІЗГІ ОЙ

L мен C энергияны жұтпайды, тек көзбен **алмасады** — бұл реактивті қуаттың (9-дәріс) табиғаты.

Синусоидалы ток тізбегіндегі резистор

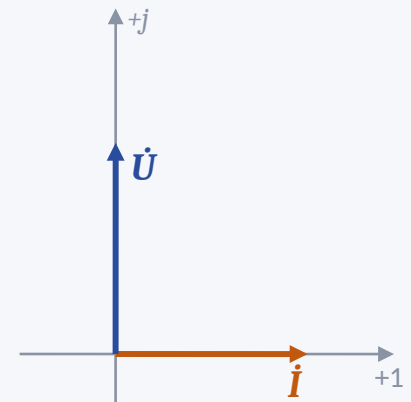
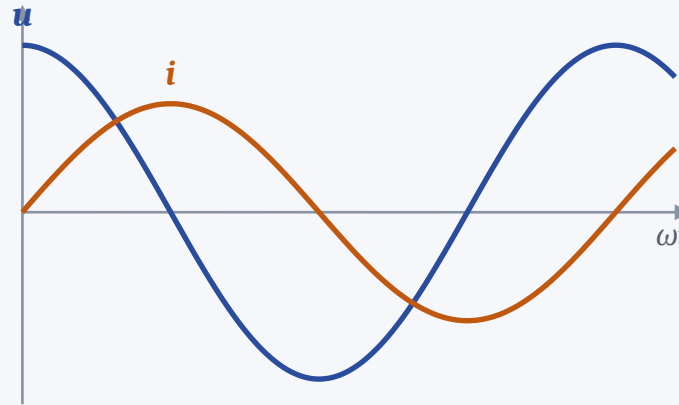
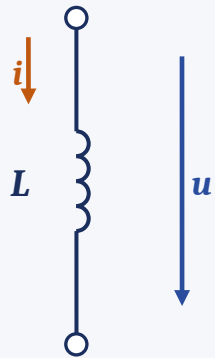
$$u = Ri \Rightarrow \dot{U} = R\dot{I}, \quad \varphi = 0$$



- Ток пен кернеу **фазалас** ($\varphi = 0$)
- Кедергі жиілікке тәуелсіз
- Әсерлік мәндер үшін: $U = RI$

Қуат әрқашан оң: $p = ui \geq 0$ — энергия тек тұтынылады.

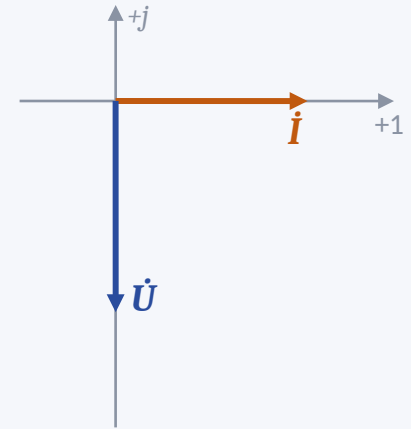
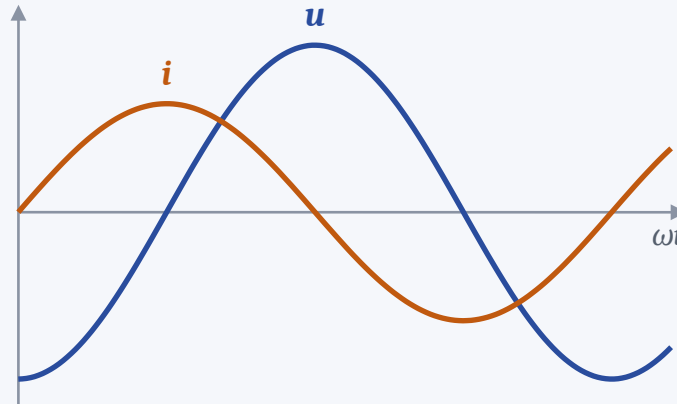
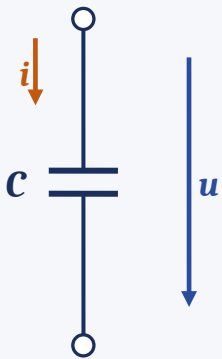
$$u_L = L di/dt \Rightarrow \dot{U}_L = j\omega L \dot{I} = jX_L \dot{I}$$



- Кернеу токтан 90° -қа **озады** ($\varphi = +90^\circ$)
- Индуктивті кедергі: $X_L = \omega L = 2\pi fL$, Ом
- Жиілік өссе, X_L өседі; тұрақты токта $X_L = 0$

Ширек периодта энергия магнит өрісіне жиналып, келесі ширекте көзге қайтарылады.

$$i = C du/dt \Rightarrow \dot{U}_c = \dot{I}/(j\omega C) = -jX_c \dot{I}$$



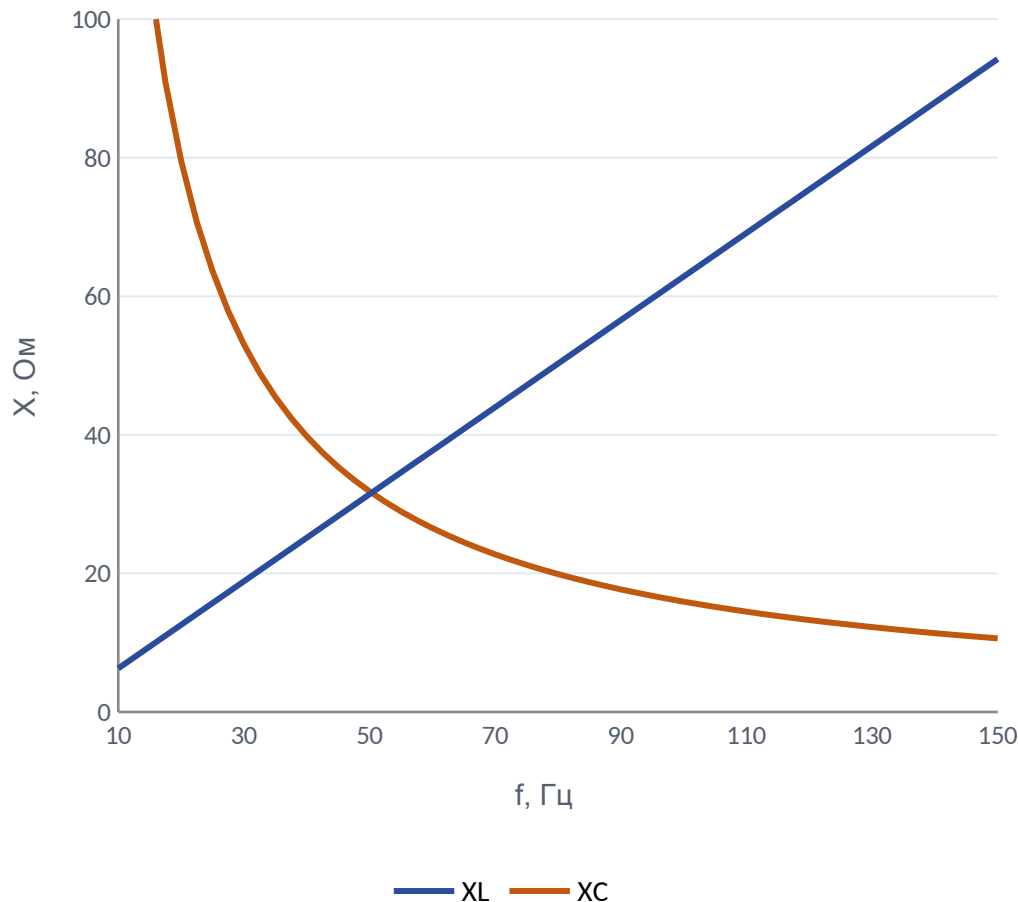
- Кернеу токтан 90° -қа қалады ($\varphi = -90^\circ$)
- Сыйымдылық кедергі: $X_c = 1/(\omega C) = 1/(2\pi fC)$, Ом
- Жиілік өссе, X_c азаяды; тұрақты токта $X_c \rightarrow \infty$ (үзіліс)

Конденсатор тұрақты токты өткізбейді, ал жоғары жиілікті токты оңай өткізеді.

Реактивті кедергілердің жиілікке тәуелділігі



$L = 0,1$ Гн және $C = 100$ мкФ үшін: $X_L = 2\pi fL$ сызықты өседі, $X_C = 1/(2\pi fC)$ гиперболамен кемиді.



Байқаулар

- Қисықтар $f_0 = 1/(2\pi\sqrt{LC}) \approx 50,3$ Гц нүктесінде қиылысады: $X_L = X_C$
- Бұл — **резонанс жиілігі** (10-дәріс)
- $f < f_0$: $X_C > X_L$
- $f > f_0$: $X_L > X_C$

R, L, C элементтерін салыстыру



Сипаттама	Резистор	Индуктивтілік	Сыйымдылық
Лездік мәндер	$u = Ri$	$u = L di/dt$	$i = C du/dt$
Кешенді түр	$\dot{U} = R\dot{I}$	$\dot{U} = jX_L\dot{I}$	$\dot{U} = -jX_C\dot{I}$
Кедергі	R	$X_L = \omega L$	$X_C = 1/(\omega C)$
Фазалық ығысу φ	0	$+90^\circ$	-90°
Жиілікке тәуелділік	тәуелсіз	$\sim f$	$\sim 1/f$
Тұрақты токта	R	қысқа тұйықталу	үзіліс
Энергия	жылуға айналады	магнит өрісінде жиналады	электр өрісінде жиналады

НЕГІЗГІ ОЙ

Есте сақтау тәсілі: индуктивтілікте ток кернеуден **кешігеді**, сыйымдылықта ток кернеуден **озады**.
Тұрақты токта L — сым, C — үзіліс.

Мысал: катушка мен конденсатордағы ток



БЕРІЛГЕНІ

$$U = 220 \text{ В}, f = 50 \text{ Гц}$$

$$L = 0,1 \text{ Гн}$$

$$C = 100 \text{ мкФ}$$

ТАБУ КЕРЕК

X_L, I_L, X_C, I_C , фазалары

Жиілік 100 Гц-ке дейін өссе: $X_L = 62,8 \text{ Ом}$ (ток 2 есе азаяды), $X_C = 15,9 \text{ Ом}$ (ток 2 есе өседі).

ШЕШУІ

Бұрыштық жиілік

1

$$\omega = 2\pi f = 314 \text{ рад/с}$$

Индуктивті кедергі

2

$$X_L = \omega L = 314 \cdot 0,1 = 31,4 \text{ Ом}$$

Катушка тогы

3

$$I_L = U/X_L = 220/31,4 \approx 7,0 \text{ А (кернеуден } 90^\circ \text{ қалады)}$$

Сыйымдылық кедергі

4

$$X_C = 1/(314 \cdot 10^{-4}) \approx 31,8 \text{ Ом}$$

Конденсатор тогы

5

$$I_C = 220/31,8 \approx 6,9 \text{ А (кернеуден } 90^\circ \text{ озады)}$$

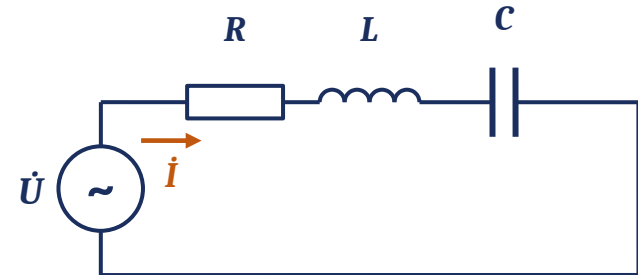
ЖАУАБЫ

$$I_L \approx 7,0 \text{ А } (\varphi = +90^\circ); I_C \approx 6,9 \text{ А } (\varphi = -90^\circ)$$

Тізбектей RLC тізбегі: кешенді кедергі

Кирхгофтың 2-заңы кешенді түрде: $\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_L + \dot{U}_C = \dot{I}[R + j(X_L - X_C)]$

$$Z = R + jX = |Z|e^{j\varphi}$$



Шама	Мағынасы	Өлшем бірлігі
Z	кешенді кедергі	Ом
X	реактивті кедергі: $X = X_L - X_C$	Ом
$ Z $	толық кедергі: $ Z = \sqrt{R^2 + X^2}$	Ом
φ	фазалық ығысу: $\varphi = \arctg(X/R)$	°

ФИЗИКАЛЫҚ МАҒЫНАСЫ

Ом заңы кешенді түрде: $\dot{U} = Z\dot{I}$, әсерлік мәндер үшін $U = |Z|I$.

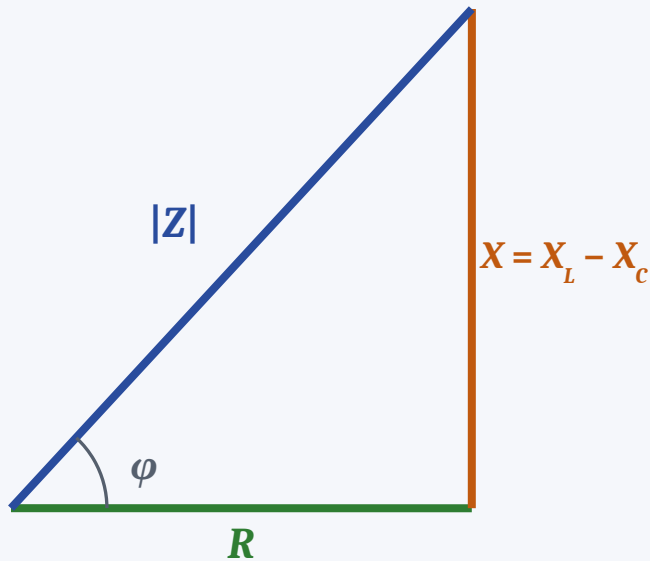
ҚОЛДАНЫЛУ ШАРТЫ

Кез келген пассивті екіұштыққа: $Z = \dot{U}/\dot{I}$. Z — комплекс сан, бірақ синусоиданы кескіндемейді (нүктесіз жазылады).

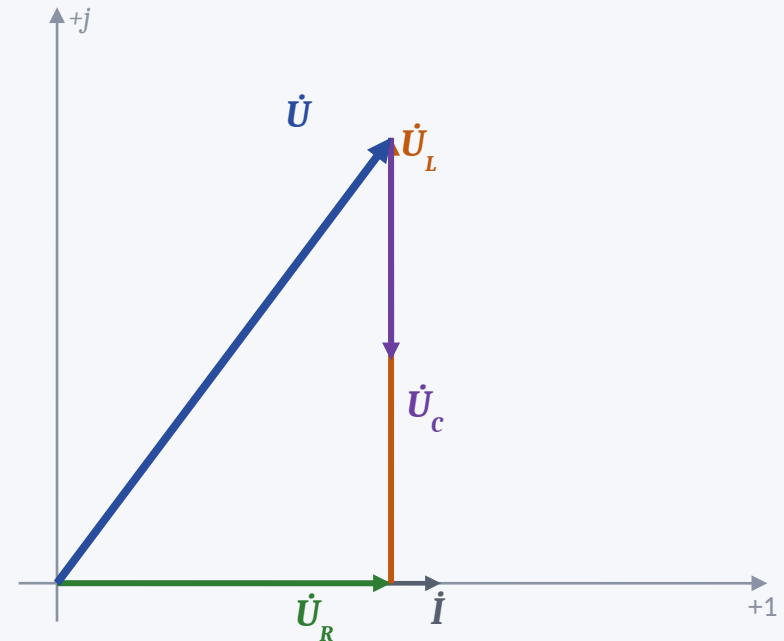
Кедергілер үшбұрышы және кернеулердің векторлық диаграммасы



Кедергілер үшбұрышы



Кернеулердің векторлық диаграммасы ($X_L > X_C$)



Кернеулер үшбұрышы кедергілер үшбұрышына ұқсас: барлық қабырғасы I -ге көбейтілген.

$U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2}$ — әсерлік мәндер **геометриялық** қосылады.

U_L мен U_C жеке-жеке жалпы кернеуден **үлкен** болуы мүмкін (келесі мысал).

Мысал: тізбектей RLC тізбегі



БЕРІЛГЕНІ

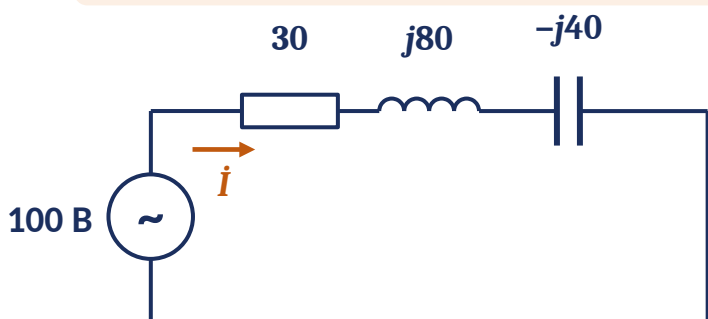
$$U = 100 \text{ В}$$

$$R = 30 \text{ Ом}, X_L = 80 \text{ Ом}$$

$$X_C = 40 \text{ Ом}$$

ТАБУ КЕРЕК

$$Z, I, \varphi, U_R, U_L, U_C$$



ШЕШУІ

Кешенді кедергі

1

$$Z = 30 + j(80 - 40) = 30 + j40 = 50e^{j53,13^\circ} \text{ Ом}$$

Ток

2

$$I = U/|Z| = 100/50 = 2 \text{ А}$$

Фазалық ығысу

3

$\varphi = \arctg(40/30) = 53,13^\circ$ — ток кернеуден қалады

Элементтердегі кернеулер

4

$$U_R = 60 \text{ В}; \quad U_L = 160 \text{ В}; \quad U_C = 80 \text{ В}$$

Тексеру

5

$$\sqrt{(60^2 + (160 - 80)^2)} = \sqrt{(3600 + 6400)} = 100 \text{ В} \checkmark$$

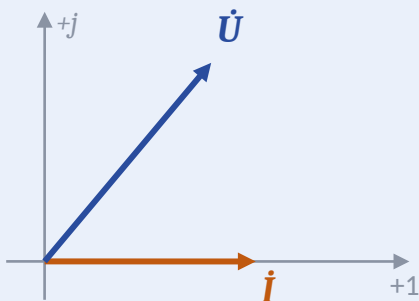
ЖАУАБЫ

$I = 2 \text{ А}, \varphi = 53,13^\circ$ (индуктивті сипат); $U_L = 160 \text{ В} > U!$

Тізбектің сипаты: φ таңбасы бойынша

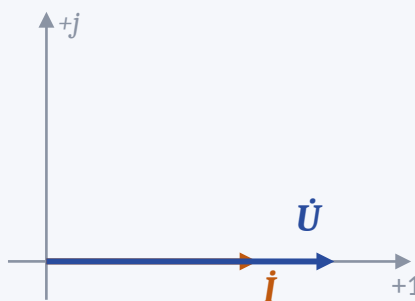


Активті-индуктивті



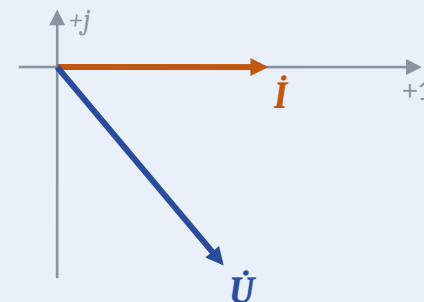
$X > 0, \varphi > 0$: ток кернеуден **қалады**. Қозғалтқыштар, трансформаторлар.

Активті



$X = 0, \varphi = 0$: ток пен кернеу фазалас. Қыздырғыштар, резонанс режимі.

Активті-сыйымдылық



$X < 0, \varphi < 0$: ток кернеуден **озады**. Кабель желілері, конденсатор батареялары.

Параллель тармақтарды талдау үшін кедергіге кері шама — **кешенді өткізгіштік** қолданылады:

$$Y = 1/Z = G - jB = |Y|e^{-j\varphi}$$

Шама	Мағынасы	Өлшем бірлігі
Y	кешенді өткізгіштік	См
$G = R/ Z ^2$	активті өткізгіштік	См
$B = X/ Z ^2$	реактивті өткізгіштік: $B_L = 1/(\omega L)$, $B_C = \omega C$	См
$ Y = \sqrt{G^2 + B^2}$	толық өткізгіштік, $ Y = 1/ Z $	См

ФИЗИКАЛЫҚ МАҒЫНАСЫ

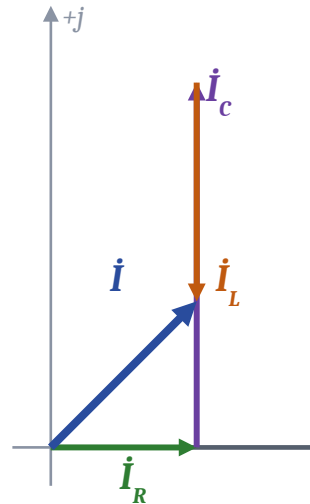
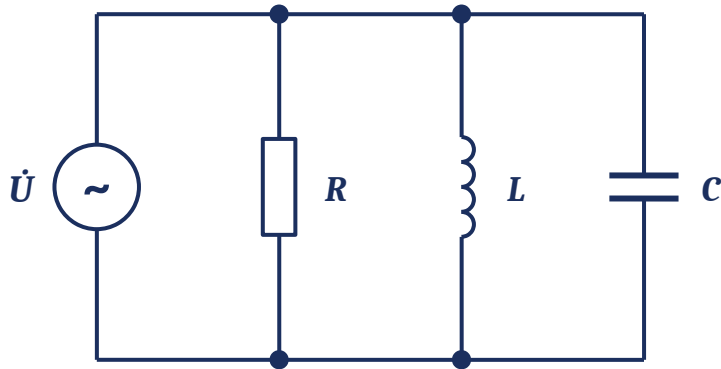
Ом заңы: $\dot{I} = Y\dot{U}$. Параллель тармақтардың өткізгіштіктері **қосылады**: $Y = \sum Y_k$.

ҚОЛДАНЫЛУ ШАРТЫ

Назар аударыңыз: $G \neq 1/R$, егер тармақта реактивті элемент те бар болса.

Параллель RLC тізбегі: токтар диаграммасы

Кернеу ортақ, токтар геометриялық қосылады: $\dot{I} = \dot{I}_R + \dot{I}_L + \dot{I}_C = \dot{U}[G + j(B_C - B_L)]$



Мысал

- $U = 120 \text{ В}; R = 60, X_L = 40, X_C = 24 \text{ Ом}$
- $I_R = 2 \text{ А}, I_L = 3 \text{ А}, I_C = 5 \text{ А}$
- $\dot{I} = 2 + j(5 - 3) = 2 + j2 \text{ А}$
- $I = 2,83 \text{ А}$, ток кернеуден 45° **озады** — сыйымдылық сипат
- Тармақ тогы $I_C = 5 \text{ А}$ жалпы токтан үлкен!

Мысал: тізбектей сұлбаны параллельге ауыстыру

БЕРІЛГЕНІ

$$Z = 30 + j40 \text{ Ом}$$

(алдыңғы тізбектей RLC мысалы)

ТАБУ КЕРЕК

Y , баламалы параллель $R_{\parallel}$ және $X_{\parallel}$

Бір екіұштықты тізбектей (R, X) немесе параллель ($R_{\parallel}, X_{\parallel}$) сұлбамен кескіндеуге болады — екеуі бір жиілікте эквивалентті.

ШЕШУІ

Модуль квадраты

$$1 \quad |Z|^2 = 30^2 + 40^2 = 2500 \text{ Ом}^2$$

Активті өткізгіштік

$$2 \quad G = R/|Z|^2 = 30/2500 = 0,012 \text{ См}$$

Реактивті өткізгіштік

$$3 \quad B = X/|Z|^2 = 40/2500 = 0,016 \text{ См}$$

Кешенді өткізгіштік

$$4 \quad Y = 0,012 - j0,016 = 0,02e^{-j53,13^\circ} \text{ См}$$

Параллель параметрлер

$$5 \quad R_{\parallel} = 1/G = 83,3 \text{ Ом}; \quad X_{\parallel} = 1/B = 62,5 \text{ Ом}$$

ЖАУАБЫ

$$Y = 0,012 - j0,016 \text{ См}; \quad R_{\parallel} = 83,3 \text{ Ом} \parallel X_{\parallel} = 62,5 \text{ Ом}$$

Нақты катушка

Орама сымының кедергісі бар: $Z = R + j\omega L$.
Сапа коэффициенті $Q = \omega L/R$ — неғұрлым
үлкен болса, соғұрлым идеалға жақын.

Нақты конденсатор

Диэлектриктегі шығын $\operatorname{tg} \delta = G/(\omega C)$
арқылы сипатталады; жоғары вольтты
оқшауламаның сапасы осымен
бақыланады.

Ток шектейтін реакторлар

Желідегі индуктивті кедергі X_L қысқа
тұйықталу тогын шектейді, ал қалыпты
режимде шығын аз.

Кабельдер мен конденсатор батареялары

Кабельдің сыйымдылығы және
конденсатор батареялары индуктивті
жүктеменің реактивті тогын өтейді (9-
дәріс).



1

Неліктен индуктивтілікте кернеу токтан озады, ал сыйымдылықта қалады? Физикалық түсіндіріңіз.

2

Тұрақты ток тізбегінде катушка мен конденсатор өзін қалай ұстайды?

3

Тізбектей RLC тізбегінде U_L жалпы кернеуден неге үлкен болуы мүмкін?

4

Кедергілер үшбұрышындағы φ бұрышы нені сипаттайды?

5

Параллель тізбекте неліктен тармақ тогы жалпы токтан үлкен болуы мүмкін?

6

$G = 1/R$ теңдігі қай жағдайда орындалмайды?

7

Жиілік екі есе өссе, RL тізбегінің фазалық ығысуы қалай өзгереді?

Қорытынды



Резисторда $\varphi = 0$; индуктивтілікте кернеу 90° озады ($X_L = \omega L$); сыйымдылықта 90° қалады ($X_C = 1/(\omega C)$)



Реактивті кедергілер жиілікке тәуелді: $X_L \sim f$, $X_C \sim 1/f$



Тізбектей тізбектің кешенді кедергісі $Z = R + j(X_L - X_C) = |Z|e^{j\varphi}$; Ом заңы $\dot{U} = Z\dot{I}$



Параллель тармақтар үшін өткізгіштіктер қосылады: $Y = G - jB$, $\dot{I} = Y\dot{U}$



Кернеулер мен токтардың әсерлік мәндері геометриялық қосылады — векторлық диаграмма мұны көрнекі көрсетеді

ӘДЕБИЕТ (силлабус бойынша)

[1] Alexander C. K., Sadiku M. N. O. Fundamentals of Electric Circuits, 7th ed. — 213–238, 383–400 б.