



Электротехниканың теориялық негіздері I

13-дәріс

Сызықты электр тізбектеріндегі өтпелі үдерістер және коммутация заңдары

Оқытушы: Мамадияров Максат Муратович, PhD, қауымдастырылған профессор

«Электроника, телекоммуникация және ғарыштық технологиялар» кафедрасы

m.mamadiyarov@satbayev.university

01

Өтпелі үдеріс ұғымы және оның себептері

02

Коммутация заңдары және бастапқы шарттар

03

Классикалық әдіс: еріксіз және бос құраушылар

04

RC тізбегі: зарядтау және разрядтау; уақыт тұрақтысы

05

RL тізбегі: қосу және ажырату

06

Екінші ретті RLC тізбегі: апериодты және тербелмелі режимдер

07

Операторлық әдіс туралы түсінік; инженерлік қолданылуы

Дәріс соңында студент:

1

Өтпелі үдерістің пайда болу себебін энергия тұрғысынан түсіндіреді

2

Коммутация заңдарын қолданып, бастапқы шарттарды анықтайды

3

Бірінші ретті RC және RL тізбектеріндегі өтпелі ток пен кернеуді есептейді

4

Уақыт тұрақтысын және өтпелі үдеріс ұзақтығын бағалайды

5

RLC тізбегінің режимін (апериодты/тербелмелі) анықтайды

6

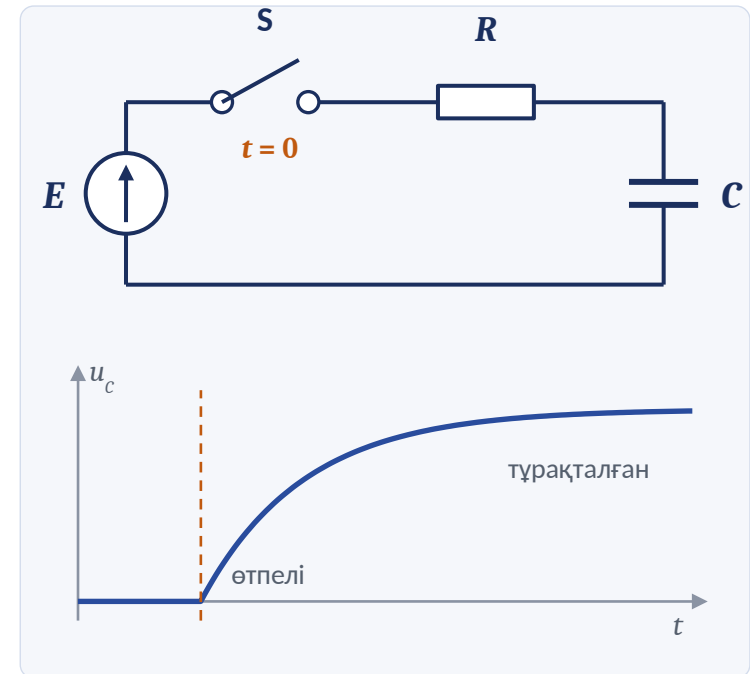
Коммутациялық асқын кернеулердің қаупін және оны шектеу тәсілдерін түсіндіреді

Өтпелі үдеріс дегеніміз не?



Өтпелі үдеріс — тізбектің бір тұрақталған режимнен екіншісіне ауысу кезеңіндегі ток пен кернеудің өзгерісі. Ол **коммутациядан** — кілтті қосу, ажырату, параметр өзгерісінен — кейін пайда болады.

- Себебі: L пен C элементтерінде жиналған энергия **бірден** өзгере алмайды
- Таза резисторлық тізбекте өтпелі үдеріс болмайды
- Коммутация сәті $t = 0$; одан бұрынғы сәт $t = 0-$, кейінгі сәт $t = 0+$
- Ұзақтығы әдетте микросекундтан секундқа дейін
- Өтпелі кезеңде асқын токтар мен кернеулер пайда болуы мүмкін



Энергия шексіз үлкен қуатсыз секіrmелі өзгере алмайды ($p = dW/dt$). Сондықтан:

1-заң: индуктивтілік

$$i_L(0-) = i_L(0+)$$

- Индуктивтіліктегі **ток** секіrmелі өзгермейді
- Себебі: $W_L = Li_L^2/2$
- Коммутация сәтінде L — ток көзі сияқты
- Кернеу u_L секіrmелі өзгере алады

2-заң: сыйымдылық

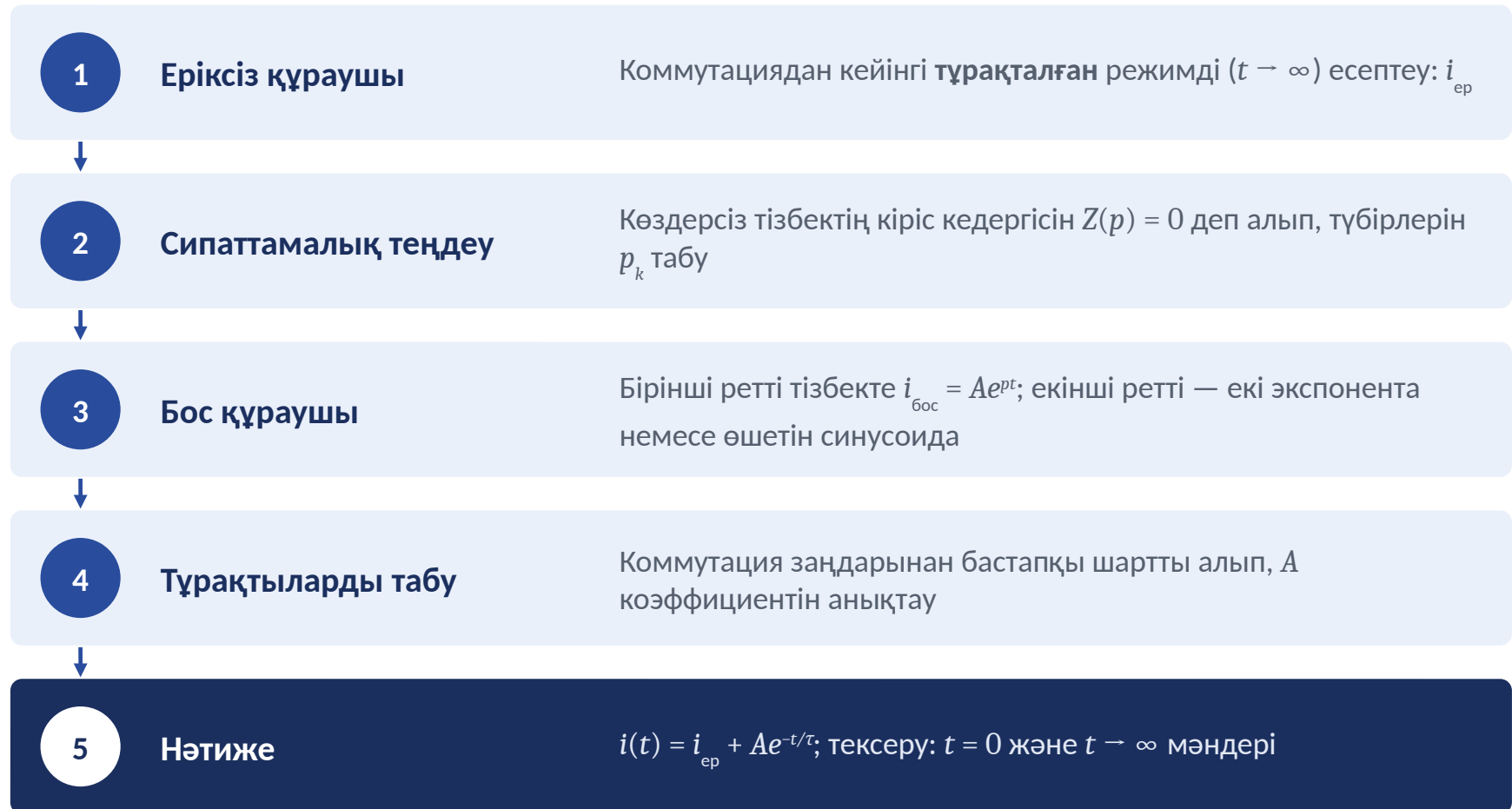
$$u_c(0-) = u_c(0+)$$

- Сыйымдылықтағы **кернеу** секіrmелі өзгермейді
- Себебі: $W_c = Cu_c^2/2$
- Коммутация сәтінде C — кернеу көзі сияқты
- Ток i_c секіrmелі өзгере алады

НЕГІЗГІ ОЙ

$i_L(0)$ және $u_c(0)$ — **тәуелсіз бастапқы шарттар**. Қалған шамалардың $t = 0+$ мәндері (тәуелді шарттар) солар арқылы Кирхгоф заңдарынан табылады.

Өтпелі ток (кернеу) екі құраушының қосындысы: $i(t) = i_{\text{ер}}(t) + i_{\text{бос}}(t)$



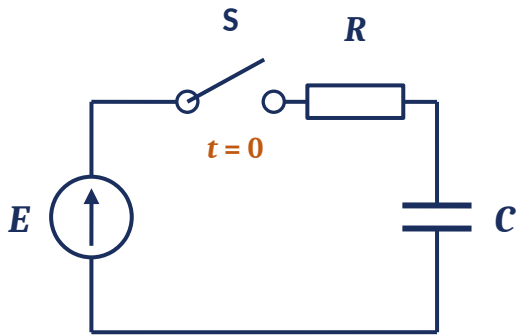
Элементтердің шекті сәттердегі мінез-құлқы

Элемент	$t = 0+$ сәтінде (бастапқы энергия нөл)	$t \rightarrow \infty$ (тұрақты ток көзі)
Резистор	резистор	резистор
Индуктивтілік, $i_L(0) = 0$	үзіліс (ток бірден өспейді)	қысқа тұйықталу ($u_L = 0$)
Индуктивтілік, $i_L(0) = I_0$	ток көзі I_0	қысқа тұйықталу
Сыйымдылық, $u_c(0) = 0$	қысқа тұйықталу	үзіліс ($i_c = 0$)
Сыйымдылық, $u_c(0) = U_0$	кернеу көзі U_0	үзіліс

ЕСКЕРТУ

Бұл кесте өтпелі үдерісті есептемей-ақ, бастапқы және соңғы мәндерді жылдам бағалауға мүмкіндік береді.

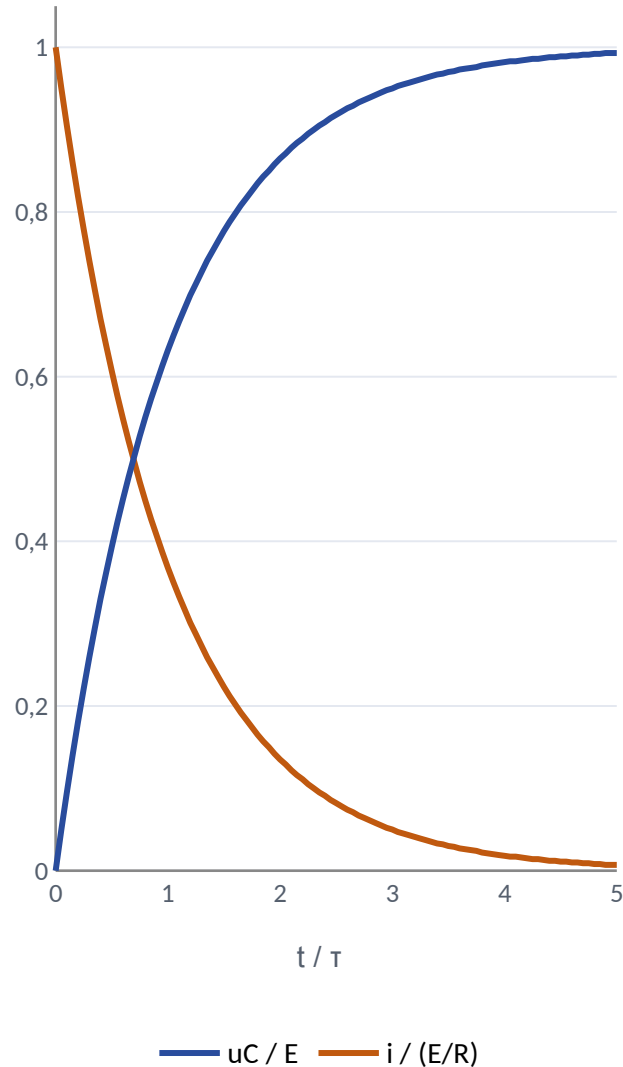
RC тізбегін тұрақты кернеуге қосу (зарядтау)



$$u_c = E(1 - e^{-t/\tau})$$

$$i = (E/R)e^{-t/\tau}$$

$$\tau = RC$$



Түсіндірме

- $t = 0+$: $u_c = 0$, конденсатор қысқа тұйықталу сияқты: $i = E/R$
- Ток экспонентамен азаяды, кернеу E -ге ұмтылады
- $t \rightarrow \infty$: $i = 0$, $u_c = E$
- Көзден алынған энергияның жартысы резисторда жылуға айналады

Уақыт тұрақтысының мағынасы

Уақыт тұрақтысы τ — бос құраушының e есе ($\approx 2,72$) азаятын уақыты. RC тізбегінде $\tau = RC$, RL тізбегінде $\tau = L/R$.

Уақыт	$e^{-t/\tau}$ (өшетін шама)	$1 - e^{-t/\tau}$ (өсетін шама)	Түсіндірме
$t = \tau$	0,368	0,632	соңғы мәннің 63 %-ы
$t = 2\tau$	0,135	0,865	
$t = 3\tau$	0,050	0,950	инженерлік дәлдік 5 %
$t = 4\tau$	0,018	0,982	
$t = 5\tau$	0,007	0,993	үдеріс іс жүзінде аяқталды

НЕГІЗГІ ОЙ

Практикалық ереже: өтпелі үдеріс ұзақтығы $t_{\text{өт}} \approx (3...5)\tau$. Графиктің $t = 0$ нүктесіндегі жанамасы асимптотаны дәл $t = \tau$ сәтінде қияды.

Мысал: конденсаторды зарядтау



БЕРІЛГЕНІ

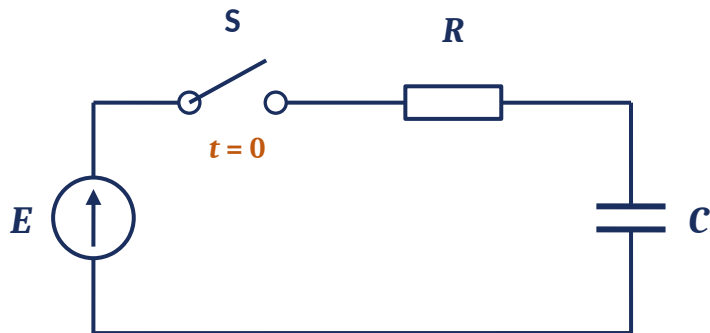
$$E = 100 \text{ В}, R = 10 \text{ кОм}$$

$$C = 100 \text{ мкФ}$$

$$u_c(0) = 0$$

ТАБУ КЕРЕК

τ , $i(0)$, $u_c(2 \text{ с})$, 95 В-қа жету уақыты, энергия



ШЕШУІ

Уақыт тұрақтысы

1

$$\tau = RC = 10^4 \cdot 10^{-4} = 1 \text{ с}$$

Бастапқы ток

2

$$i(0+) = E/R = 100/10^4 = 10 \text{ мА}$$

2 с кейінгі кернеу

3

$$u_c = 100(1 - e^{-2}) = 100 \cdot 0,865 = 86,5 \text{ В}$$

95 В-қа жету уақыты

4

$$t = \tau \ln(E/(E - 95)) = \ln 20 \approx 3,0 \text{ с}$$

Жиналған энергия

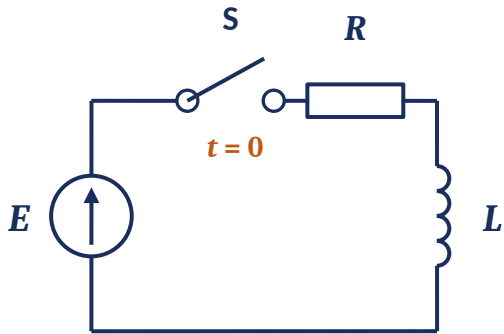
5

$$W_c = CE^2/2 = 10^{-4} \cdot 10^4/2 = 0,5 \text{ Дж}$$

ЖАУАБЫ

$\tau = 1 \text{ с}$; $u_c(2 \text{ с}) = 86,5 \text{ В}$; 95 В-қа ~3 с-та жетеді

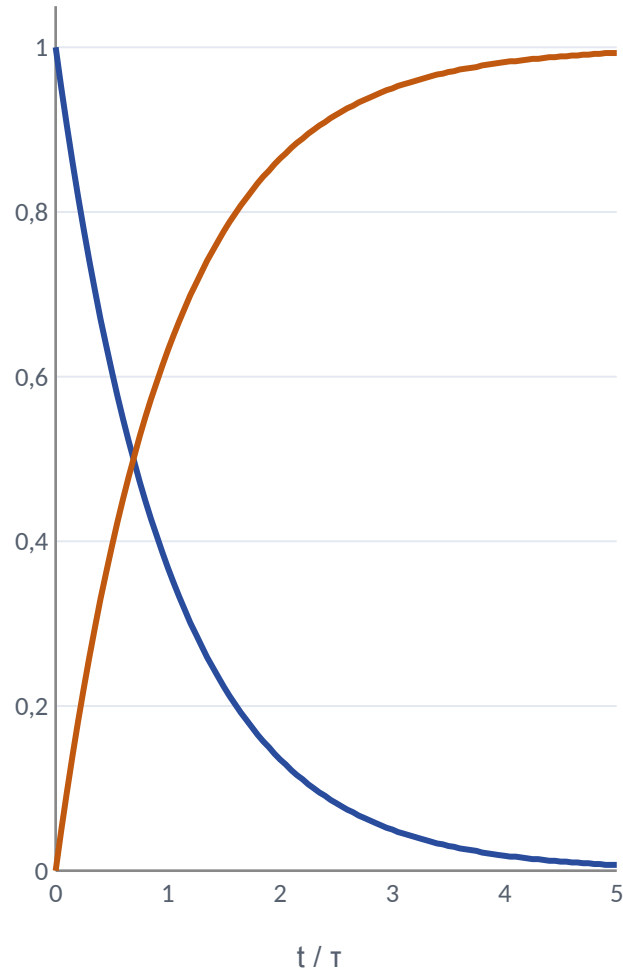
RL тізбегін тұрақты кернеуге қосу



$$i = (E/R)(1 - e^{-t/\tau})$$

$$u_L = Ee^{-t/\tau}$$

$$\tau = L/R$$



— $i / (E/R)$ — u_L / E

Түсіндірме

- $t = 0+ : i = 0$ — катушка үзіліс сияқты, барлық кернеу L -де
- Ток E/R мәніне экспонентамен өседі
- RC тізбегімен **дуалдық**: ток $\leftrightarrow$ кернеу, $L \leftrightarrow C$
- Электромагнит пен реле орамын қосқанда якорь бірден тартылмайды

Мысал: бастапқы тогы бар RL тізбегі

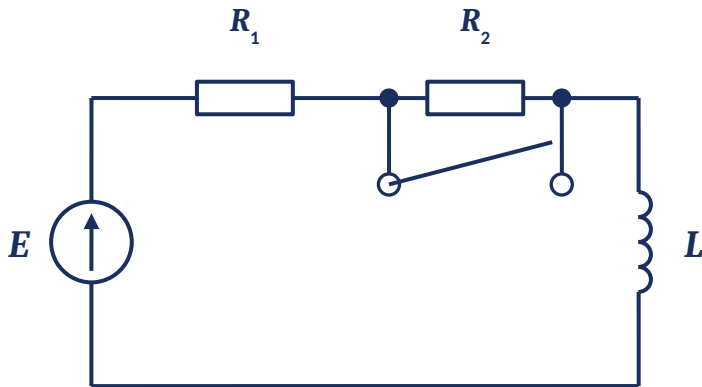


БЕРІЛГЕНІ

$E = 24 \text{ В}$, $L = 0,4 \text{ Гн}$
 $R_1 = 4 \text{ Ом}$, $R_2 = 8 \text{ Ом}$
 $t = 0$ сәтінде R_2 кілтпен
тұйықталады

ТАБУ КЕРЕК

$i(t)$



ШЕШУІ

Коммутацияға дейін

1

$$i(0-) = E / (R_1 + R_2) = 24 / 12 = 2 \text{ А}$$

Коммутация заңы

2

$$i(0+) = i(0-) = 2 \text{ А}$$

Еріксіз құраушы

3

$$i_{\text{ер}} = E / R_1 = 24 / 4 = 6 \text{ А}$$

Уақыт тұрақтысы

4

$$\tau = L / R_1 = 0,4 / 4 = 0,1 \text{ с}$$

Нәтиже

5

$$i = 6 + (2 - 6)e^{-t/0,1} = 6 - 4e^{-10t} \text{ А}$$

ЖАУАБЫ

$i(t) = 6 - 4e^{-10t} \text{ А}$; үдеріс $\sim 0,3\text{--}0,5 \text{ с}$ ішінде
аяқталады

Индуктивті тізбекті ажырату: асқын кернеу

Тоғы бар катушканы кенет ажыратса, di/dt өте үлкен болады: $u_L = -L di/dt$ — өте жоғары кернеу пайда болады.

Қауіп

- Кілт контактілері арасында **ұшқын немесе доға** пайда болады
- Оқшаулама тесілуі мүмкін
- Мысал: $I = 2 \text{ А}$, $L = 1 \text{ Гн}$, ток 1 мс ішінде үзілсе: $u_L \approx 2000 \text{ В}$
- Катушкада жиналған энергия: $LI^2/2 = 2 \text{ Дж}$

Қорғау тәсілдері

- Катушкаға параллель **разрядтық резистор** немесе **диод** қосу
- RC снабберлер (демпферлік тізбектер)
- Асқын кернеу шектегіштері (варисторлар, ОПН)
- Разряд резисторымен R_p : $u_{\max} = IR_p$, $\tau = L/(R + R_p)$

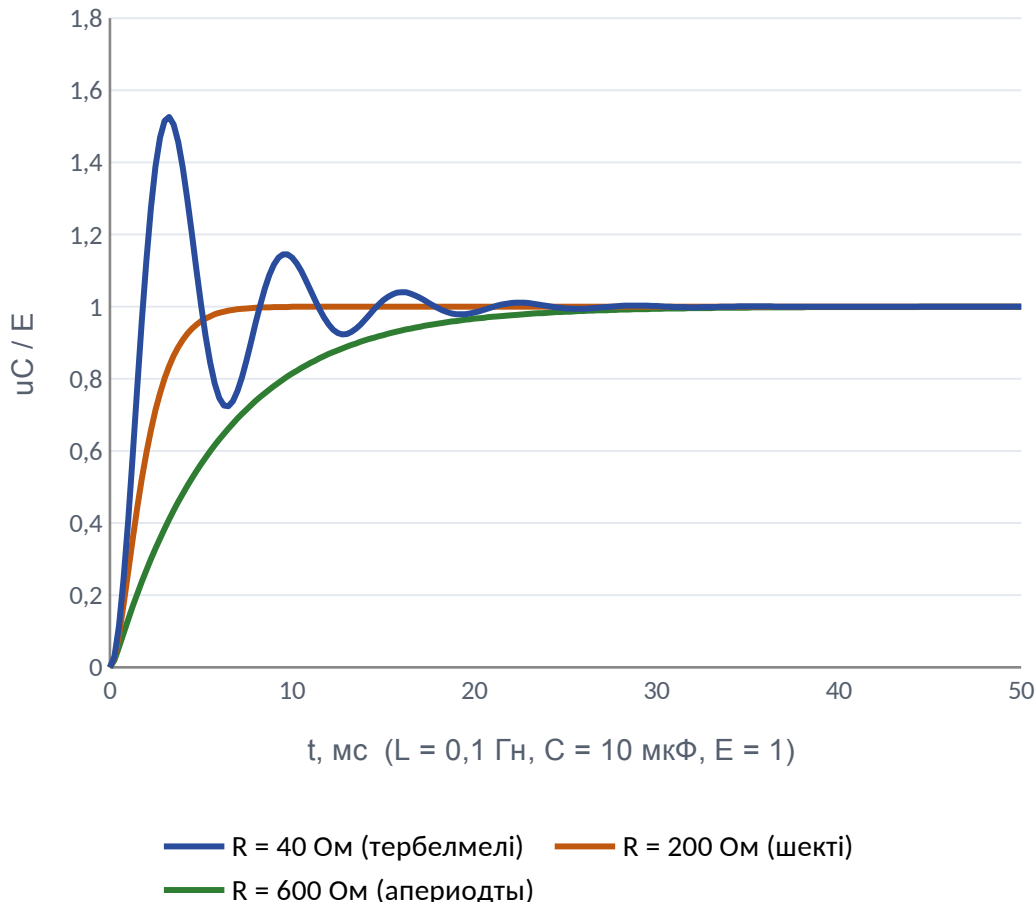
НАЗАР АУДАРЫҢЫЗ

Реле мен контактор орамдарына параллель диод қою — электроника мен автоматикадағы стандартты шешім.

Екінші ретті RLC тізбегі: үш режим



Сипаттамалық теңдеу: $LCp^2 + RCp + 1 = 0$. Түбірлер: $p_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$, $\alpha = R/(2L)$, $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$.



Режимдер

- $R > 2\rho$ — **апериодты**: нақты әр түрлі түбірлер
- $R = 2\rho$ — **шекті**: еселі түбір, ең жылдам тербеліссіз режим
- $R < 2\rho$ — **тербелмелі**: кешенді түбірлер, өшетін тербеліс $\omega_{\text{бос}} = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$
- Мұнда $\rho = \sqrt{L/C} = 100 \text{ Ом}$

Мысал: RLC тізбегінің режимін анықтау



БЕРІЛГЕНІ

$$L = 0,1 \text{ Гн}, C = 10 \text{ мкФ} \\ R = 40 \text{ Ом}$$

ТАБУ КЕРЕК

режим, α , $\omega_{\text{бос}}$, тербеліс жиілігі, өшу уақыты

Тербелмелі режимде u_c бірінші асып кетуде $\sim 1,5E$ -ге жетеді — конденсатор оқшауламасы осы кернеуге есептелуі тиіс.

ШЕШУІ

1 Сипаттамалық кедергі
 $\rho = \sqrt{L/C} = 100 \text{ Ом}; 2\rho = 200 \text{ Ом} > R \Rightarrow$
тербелмелі

2 Өшу коэффициенті
 $\alpha = R/(2L) = 40/0,2 = 200 \text{ 1/с}$

3 Меншікті жиілік
 $\omega_0 = 1/\sqrt{LC} = 1000 \text{ рад/с}$

4 Бос тербеліс жиілігі
 $\omega_{\text{бос}} = \sqrt{(1000^2 - 200^2)} \approx 980 \text{ рад/с}; f \approx 156 \text{ Гц}$

5 Өшу уақыты
 $t_{\text{от}} \approx 3/\alpha = 3/200 = 15 \text{ мс}$

ЖАУАБЫ

Тербелмелі режим: $f \approx 156 \text{ Гц}$, үдеріс $\sim 15 \text{ мс}$ ішінде өшеді

Операторлық (Лаплас) әдіс туралы түсінік

Лаплас түрлендіруі $F(p) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-pt} dt$ дифференциалдық теңдеулерді алгебралық теңдеулерге айналдырады; бастапқы шарттар автоматты түрде ескеріледі.

Уақыт аймағы $f(t)$	Операторлық аймақ $F(p)$	Мағынасы
E (тұрақты)	E/p	тұрақты көз
e^{-at}	$1/(p + a)$	экспонента
di/dt	$pI(p) - i(0)$	туынды
$u_L = L di/dt$	$pLI(p) - Li(0)$	индуктивтілік + ішкі ЭҚК $Li(0)$
u_c	$I(p)/(pC) + u_c(0)/p$	сыйымдылық + ішкі ЭҚК $u_c(0)/p$

ЕСКЕРТУ

Операторлық әдіс күрделі тізбектерде ыңғайлы; ол «ЭТН II» пәнінде толық оқытылады. MATLAB, Python (scipy.signal) оны автоматты қолданады.

Коммутациялық асқын кернеулер

Жоғары вольтты ажыратқыштардың қосылу/ажырауы оқшауламаны тексеретін кернеу импульстерін тудырады — ОПН-дармен шектеледі.

Трансформаторды қосу

Магниттелу тогының секірісі (inrush) номиналдан 5–10 есе асуы мүмкін — релелік қорғаныс оны ҚТ-дан ажыратуы керек.

Уақыт тізбектері

RC тізбектері уақыт релелерінде, генераторларда, сүзгілерде, сенсорлық түймелерде қолданылады: кідіріс $\sim \tau$.

Қорек көздері

Сүзгі конденсаторын қосқандағы зарядтау тогы шектеледі (NTC-термистор, жұмсақ іске қосу).



- 1 Неліктен таза резисторлық тізбекте өтпелі үдеріс болмайды?
- 2 Коммутация заңдарын энергия тұрғысынан дәлелдеңіз.
- 3 Катушка тогы секіrmелі өзгере алмаса, оның кернеуі неге секіrmелі өзгере алады?
- 4 Уақыт тұрақтысы R артқанда RC және RL тізбектерінде қалай өзгереді? Неге әртүрлі?
- 5 Реле орамына параллель диод неге қосылады?
- 6 RLC тізбегінде тербелмелі режимнен апериодтыға өту үшін нені өзгерту керек?
- 7 Өтпелі үдерістің ұзақтығын қалай бағалауға болады?

Қорытынды



Өтпелі үдеріс L мен C энергиясының бірден өзгере алмауынан туындайды



Коммутация заңдары: $i_L(0-) = i_L(0+)$, $u_C(0-) = u_C(0+)$ — тәуелсіз бастапқы шарттар



Классикалық әдіс: $i = i_{\text{ер}} + Ae^{-t/\tau}$; RC үшін $\tau = RC$, RL үшін $\tau = L/R$; ұзақтығы $(3...5)\tau$



RLC тізбегінің режимі R мен $2\rho = 2\sqrt{L/C}$ қатынасымен анықталады



Индуктивті тізбекті ажырату асқын кернеу тудырады; оны разрядтық резистор, диод, снаббер шектейді

ӘДЕБИЕТ (силлабус бойынша)

[1] Alexander C. K., Sadiku M. N. O. Fundamentals of Electric Circuits, 7th ed. — 251–365 б.