



Электротехниканың теориялық негіздері I

14-дәріс

Төртұштықтар: негізгі теңдеулер, параметрлер және орынбасу сұлбалары

Оқытушы: Мамадияров Максат Муратович, PhD, қауымдастырылған профессор

«Электроника, телекоммуникация және ғарыштық технологиялар» кафедрасы

m.mamadiyarov@satbayev.university

01

Төртұштық ұғымы және жіктелуі

02

Төртұштық теңдеулерінің түрлері: A, Z, Y, H

03

A-параметрлер: мағынасы және анықтау тәсілдері

04

T-тәрізді және П-тәрізді орынбасу сұлбалары

05

Сипаттамалық кедергі және тасымалдау тұрақтысы

06

Төртұштықтарды жалғау; каскадты қосылыс

07

Инженерлік қолданылуы: ЭБЖ, трансформатор, сүзгілер

Дәріс соңында студент:

1

Төртұштықты «қара жәшік» ретінде сипаттап, түрлерін ажыратады

2

А-форма теңдеулерін жазып, параметрлердің физикалық мағынасын түсіндіреді

3

Бос жүріс пен қысқа тұйықталу тәжірибелерінен параметрлерді анықтайды

4

Т- және П-тәрізді орынбасу сұлбаларының элементтерін есептейді

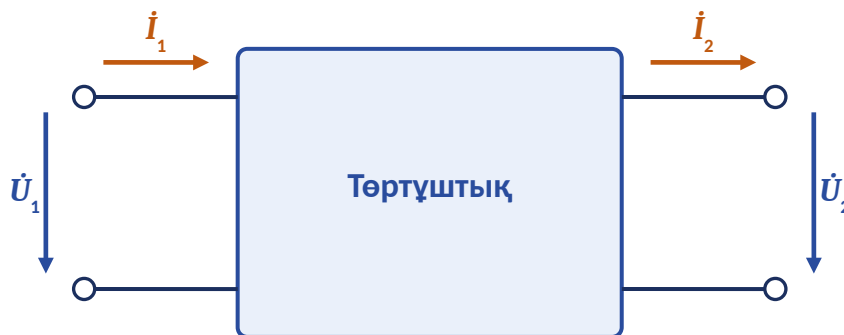
5

Симметриялы төртұштықтың сипаттамалық кедергісі мен өшуін табады

6

Каскадты қосылған төртұштықтардың нәтижелік матрицасын есептейді

Төртұштық — сыртқы тізбекке екі жұп қысқыш (кіріс 1–1' және шығыс 2–2') арқылы қосылатын тізбек бөлігі.



Мысалдар

- Трансформатор
- Электр беру желісі (ЭБЖ)
- Сүзгілер, аттенюаторлар
- Күшейткіштер, транзистор (активті)
- **Идея:** ішкі құрылымды білмей-ақ, кіріс пен шығыс шамаларының байланысын 4 параметрмен сипаттау

НЕГІЗГІ ОЙ

Сызықты төртұштық 4 шаманы ($\dot{U}_1, \dot{I}_1, \dot{U}_2, \dot{I}_2$) байланыстыратын 2 сызықты теңдеумен толық сипатталады.

Пассивті және активті

Пассивті — ішінде энергия көзі жоқ (сүзгі, ЭБЖ). **Активті** — тәуелді көздері бар (күшейткіш).

Өзара (қайтымды)

Кіріс пен шығысты алмастырғанда беріліс қатынасы өзгермейді: $AD - BC = 1$. Барлық пассивті сызықты төртұштықтар осындай.

Симметриялы

Кіріс пен шығысты алмастырғанда сыртқы тізбек айырмашылықты сезбейді: $A = D$.
Мысал: симметриялы Т-сүзгі.

Теңгерілген / теңгерілмеген

Ортақ (жерге қосылған) сымы бар немесе жоқ. Энергетикада әдетте ортақ сымы бар сұлбалар қолданылады.

Төртұштық теңдеулерінің түрлері



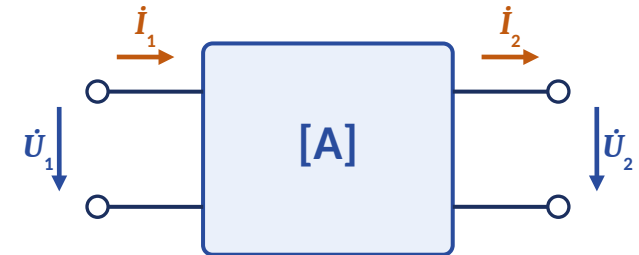
4 шаманың екеуін қалған екеуі арқылы өрнектеудің 6 тәсілі бар; ең көп қолданылатындары:

Түрі	Теңдеулер	Қолданылуы
A (жіберу)	$\dot{U}_1 = A\dot{U}_2 + B\dot{I}_2; \dot{I}_1 = C\dot{U}_2 + D\dot{I}_2$	Энергетика, каскадты жалғау
Z (кедергілер)	$\dot{U}_1 = Z_{11}\dot{I}_1 + Z_{12}\dot{I}_2; \dot{U}_2 = Z_{21}\dot{I}_1 + Z_{22}\dot{I}_2$	Тізбектей жалғау
Y (өткізгіштіктер)	$\dot{I}_1 = Y_{11}\dot{U}_1 + Y_{12}\dot{U}_2; \dot{I}_2 = Y_{21}\dot{U}_1 + Y_{22}\dot{U}_2$	Параллель жалғау
H (гибридтік)	$\dot{U}_1 = h_{11}\dot{I}_1 + h_{12}\dot{U}_2; \dot{I}_2 = h_{21}\dot{I}_1 + h_{22}\dot{U}_2$	Транзисторлар

НАЗАР АУДАРЫҢЫЗ

А-формада $\dot{I}_2$ төртұштықтан **шығатын** ток деп алынады; Z, Y, H формаларында екі ток та төртұштыққа **кіреді** деп есептеледі.

$$\begin{aligned}\dot{U}_1 &= A\dot{U}_2 + B\dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 &= C\dot{U}_2 + D\dot{I}_2\end{aligned}$$



Шама	Мағынасы	Өлшем бірлігі
A	бос жүрістегі кернеу қатынасы	—
B	ҚТ кезіндегі беріліс кедергісі	Ом
C	бос жүрістегі беріліс өткізгіштігі	См
D	ҚТ кезіндегі ток қатынасы	—

ФИЗИКАЛЫҚ МАҒЫНАСЫ

Матрицалық түрде: $[\dot{U}_1; \dot{I}_1] = [A \ B; C \ D][\dot{U}_2; \dot{I}_2]$.
Шығыс шамалары бойынша кірісті береді.

ҚОЛДАНЫЛУ ШАРТЫ

Өзара төртұштықта $AD - BC = 1$ — тәуелсіз параметрлер тек үшеу. Симметриялыда қосымша $A = D$.

А-параметрлерді анықтау: бос жүріс пен қысқа тұйықталу

Тәжірибе	Шығыс шарты	Параметр	Кіріс кедергісі
Шығыстағы бос жүріс	$\dot{I}_2 = 0$	$A = \dot{U}_1 / \dot{U}_2, C = \dot{I}_1 / \dot{U}_2$	$Z_{16ж} = A/C$
Шығыстағы қысқа тұйықталу	$\dot{U}_2 = 0$	$B = \dot{U}_1 / \dot{I}_2, D = \dot{I}_1 / \dot{I}_2$	$Z_{1кт} = B/D$
Кірістегі бос жүріс (кері қоректендіру)	$\dot{I}_1 = 0$	—	$Z_{26ж} = D/C$
Кірістегі қысқа тұйықталу	$\dot{U}_1 = 0$	—	$Z_{2кт} = B/A$

ЕСКЕРТУ

Тәжірибеде кіріс кедергілері өлшенеді: $A = \sqrt{(Z_{16ж} / (Z_{26ж} - Z_{2кт}))}$, қалған параметрлер кедергілер арқылы табылады.

Мысал: Г-тәрізді төртұштықтың параметрлері



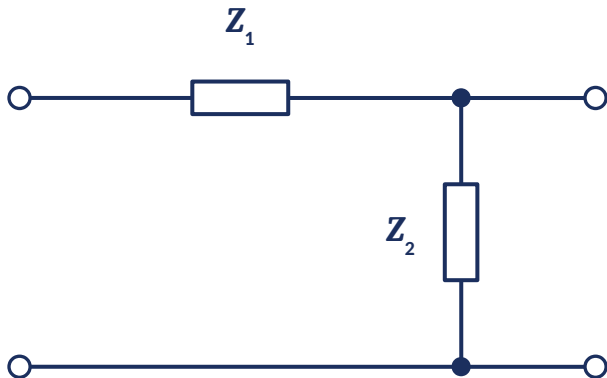
БЕРІЛГЕНІ

Бойлық тармақ: $Z_1 = 10 \text{ Ом}$

Көлденең тармақ (шығыста): $Z_2 = 20 \text{ Ом}$

ТАБУ КЕРЕК

A, B, C, D ; өзаралықты тексеру



ШЕШУІ

Бос жүріс ($\dot{I}_2 = 0$)

1
$$\dot{U}_1 = \dot{U}_2(Z_1 + Z_2)/Z_2 \Rightarrow A = 1 + Z_1/Z_2 = 1,5$$

2
$$\dot{I}_1 = \dot{U}_2/Z_2 \Rightarrow C = 1/Z_2 = 0,05 \text{ См}$$

Қысқа тұйықталу ($\dot{U}_2 = 0$)

3
$$\dot{U}_1 = Z_1 \dot{I}_2 \Rightarrow B = Z_1 = 10 \text{ Ом}; \quad \dot{I}_1 = \dot{I}_2 \Rightarrow D = 1$$

Тексеру

4
$$AD - BC = 1,5 \cdot 1 - 10 \cdot 0,05 = 1 \checkmark$$

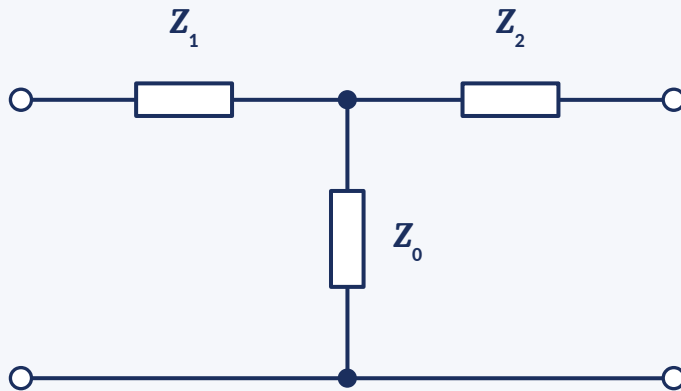
ЖАУАБЫ

$[A] = [1,5 \ 10; 0,05 \ 1]$ — өзара, бірақ симметриялы емес ($A \neq D$)

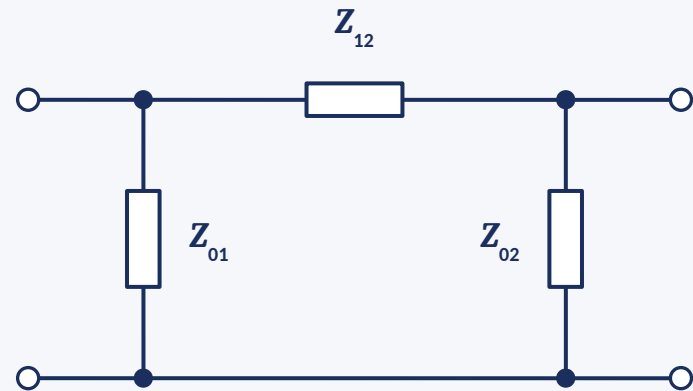
Т-тәрізді және П-тәрізді орынбасу сұлбалары

Кез келген өзара пассивті төртұштықты үш элементті баламалы сұлбамен алмастыруға болады.

Т-тәрізді сұлба



П-тәрізді сұлба



$$Z_1 = (A - 1)/C$$

$$Z_2 = (D - 1)/C$$

$$Z_0 = 1/C$$

$$Z_{12} = B$$

$$Z_{01} = B/(D - 1)$$

$$Z_{02} = B/(A - 1)$$

$$Z_c = \sqrt{B/C} = \sqrt{Z_{\text{бж}} Z_{\text{кт}}}, \quad \text{ch } \gamma = A$$

Шама	Мағынасы	Өлшем бірлігі
Z_c	сипаттамалық (толқындық) кедергі — шығысқа Z_c қосылса, кіріс кедергісі де Z_c	Ом
$\gamma = a + jb$	тасымалдау тұрақтысы: $\gamma = \ln(A + \sqrt{BC})$	—
a	өшу: $U_1/U_2 = e^a$ (келістірілген жүктемеде)	Нп (1 Нп = 8,686 дБ)
b	фазалық ығысу: $\dot{U}_2$ -нің $\dot{U}_1$ -ден қалуы	рад

ФИЗИКАЛЫҚ МАҒЫНАСЫ

Келістірілген режимде ($Z_{\text{н}} = Z_c$) төртұштықтан шағылу жоқ: сигнал тек e^{-a} есе әлсіреп, b бұрышқа ығысады.

ҚОЛДАНЫЛУ ШАРТЫ

Симметриялы төртұштықтар ($A = D$): сүзгілер, аттенюаторлар, біртекті ЭБЖ бөліктері.

Мысал: симметриялы Т-тәрізді аттенюатор



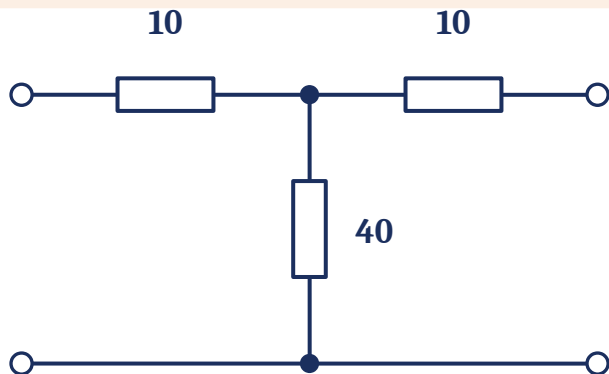
БЕРІЛГЕНІ

$$Z_1 = Z_2 = 10 \text{ Ом (бойлық)}$$

$$Z_0 = 40 \text{ Ом (көлденең)}$$

ТАБУ КЕРЕК

$[A]$, Z_c , өшу a



ШЕШУІ

А және D

1

$$A = D = 1 + Z_1/Z_0 = 1,25$$

В және С

2

$$B = Z_1 + Z_2 + Z_1 Z_2 / Z_0 = 22,5 \text{ Ом}; \quad C = 1/Z_0 = 0,025 \text{ См}$$

Тексеру

3

$$AD - BC = 1,5625 - 0,5625 = 1 \quad \checkmark$$

Сипаттамалық кедергі

4

$$Z_c = \sqrt{(22,5/0,025)} = 30 \text{ Ом} \quad (\sqrt{(Z_{\text{БЖ}} Z_{\text{КТ}})} = \sqrt{(50 \cdot 18)} = 30)$$

Өшу

5

$$a = \ln(1,25 + \sqrt{0,5625}) = \ln 2 \approx 0,693 \text{ Нп} \approx 6 \text{ дБ}$$

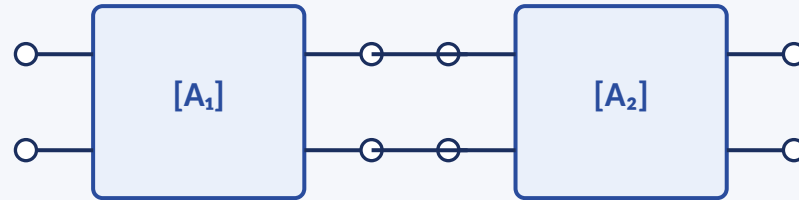
ЖАУАБЫ

$Z_c = 30 \text{ Ом}$; келістірілген жүктемеде $U_2 = U_1/2$ (-6 дБ)

Каскадты (тізбекті)

$$[A] = [A_1][A_2]$$

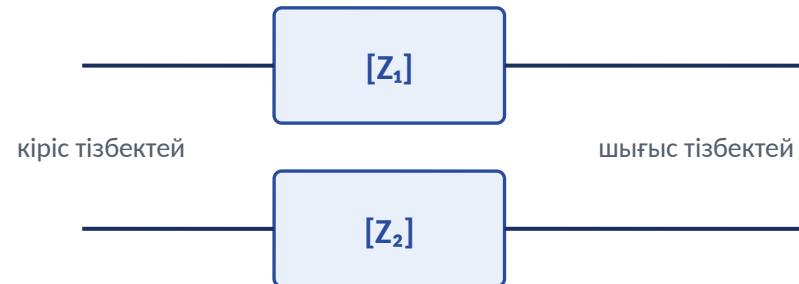
Бірінің шығысы екіншісінің кірісіне



Тізбектей-тізбектей

$$[Z] = [Z_1] + [Z_2]$$

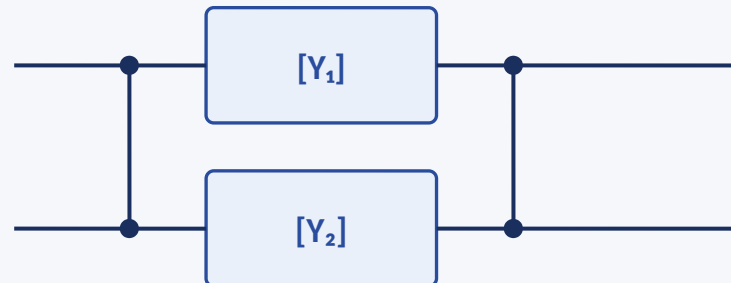
Кірістері де, шығыстары да тізбектей



Параллель-параллель

$$[Y] = [Y_1] + [Y_2]$$

Кірістері де, шығыстары да параллель



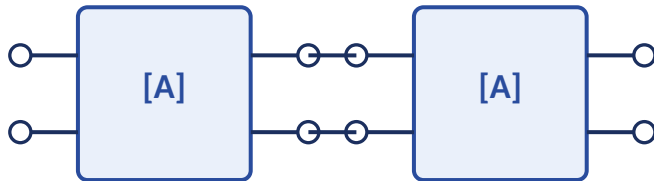
Мысал: екі Г-тәрізді төртұштықты каскадты жалғау

БЕРІЛГЕНІ

Әрқайсысы: $[A] = [1,5 \ 10; 0,05 \ 1]$
(алдыңғы мысал)

ТАБУ КЕРЕК

нәтижелік $[A_\Sigma]$



ШЕШУІ

1 A_Σ
 $1,5 \cdot 1,5 + 10 \cdot 0,05 = 2,25 + 0,5 = 2,75$

2 B_Σ
 $1,5 \cdot 10 + 10 \cdot 1 = 25 \text{ Ом}$

3 C_Σ
 $0,05 \cdot 1,5 + 1 \cdot 0,05 = 0,125 \text{ СМ}$

4 D_Σ
 $0,05 \cdot 10 + 1 \cdot 1 = 1,5$

5 Тексеру
 $2,75 \cdot 1,5 - 25 \cdot 0,125 = 4,125 - 3,125 = 1 \checkmark$

ЖАУАБЫ

$[A_\Sigma] = [2,75 \ 25; 0,125 \ 1,5]$

Параметрлер жүйелері арасындағы байланыс



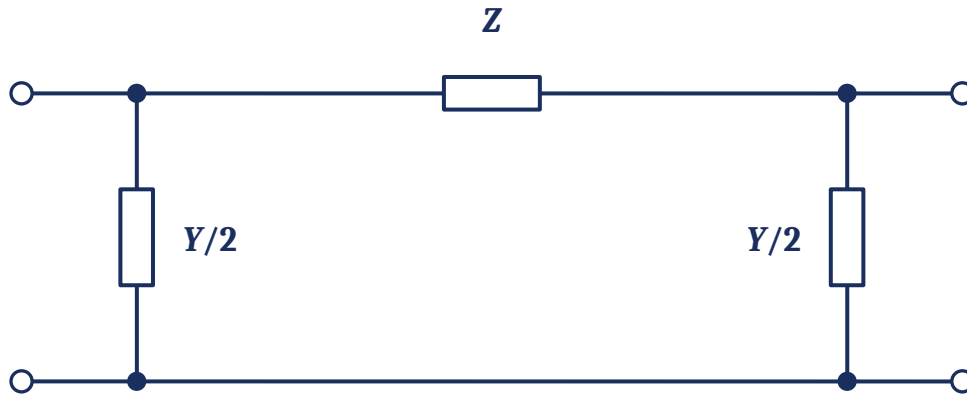
A-параметрлерден Z және H параметрлеріне өту (Z , H үшін $\dot{I}_2$ төртұштыққа кіреді; $\Delta_A = AD - BC$):

Z-параметрлер	Мәні	H-параметрлер	Мәні
Z_{11}	A/C	h_{11}	B/D
Z_{12}	Δ_A/C	h_{12}	Δ_A/D
Z_{21}	$1/C$	h_{21}	$-1/D$
Z_{22}	D/C	h_{22}	C/D

ЕСКЕРТУ

Параметрлер жүйесін жалғау тәсіліне қарай таңдайды; бір жүйеден екіншісіне өту — таза алгебралық түрлендіру.

Орташа ұзындықтағы желі бойлық кедергімен $Z = R + jX$ және ұштардағы көлденең өткізгіштіктермен $Y/2$ модельденеді.



$$A = D = 1 + ZY/2, \quad B = Z$$

$$C = Y(1 + ZY/4)$$

Энергетикалық мағынасы

- Бос жүрісте $U_1 = AU_2$: желі ұшында кернеу **көтерілуі** мүмкін (сыйымдылық әсері)
- $[A]$ арқылы жүктеме режимі бойынша бастаудағы кернеу мен ток табылады
- Трансформатор — Т-тәрізді сұлба; «трансформатор + ЭБЖ» — каскад

Энергожүйе элементтері

ЭБЖ, трансформаторлар, реакторлар төртұштық ретінде модельденіп, режим есебінде $[A]$ матрицаларымен біріктіріледі.

Сүзгілер мен аттенюаторлар

Сипаттамалық кедергі мен өшу бойынша жобаланады; келістірілген жүктемеде шағылу болмайды.

Электроника

Транзистордың кіші сигналды моделі — H-параметрлер (h_{21} — ток бойынша күшейту коэффициенті).

Жоғары жиілік техникасы

Векторлық тізбек анализаторлары S-параметрлерді (шағылу және өту коэффициенттері) өлшейді — төртұштық теориясының жалғасы.

- 1 Неліктен сызықты төртұштықты сипаттау үшін 4 параметр жеткілікті?
- 2 А-параметрлердің әрқайсысының физикалық мағынасы және өлшем бірлігі қандай?
- 3 Өзара төртұштық үшін $AD - BC = 1$ шарты нені білдіреді?
- 4 Бос жүріс пен қысқа тұйықталу тәжірибелері арқылы параметрлерді қалай анықтайды?
- 5 Сипаттамалық кедергіге тең жүктеме қосылғанда төртұштықтың кіріс кедергісі қандай болады? Неге?
- 6 Каскадты жалғауда матрицалардың көбейту реті неге маңызды?
- 7 ЭБЖ ұшындағы кернеу бос жүрісте неге бастаудағыдан жоғары болуы мүмкін?

Қорытынды



Төртұштық кіріс пен шығыс шамаларын байланыстыратын екі сызықты теңдеумен сипатталады



Негізгі А-форма: $\dot{U}_1 = A\dot{U}_2 + B\dot{I}_2$, $\dot{I}_1 = C\dot{U}_2 + D\dot{I}_2$; өзара төртұштықта $AD - BC = 1$



Параметрлер бос жүріс және қысқа тұйықталу тәжірибелерінен немесе сұлба бойынша есептеледі



Кез келген өзара пассивті төртұштық Т- немесе П-тәрізді сұлбамен алмастырылады



Симметриялы төртұштық $Z_c = \sqrt{B/C}$ және $\gamma = a + jb$ арқылы сипатталады; каскадта $[A] = [A_1][A_2]$

ӘДЕБИЕТ (силлабус бойынша)

[2] Nilsson J. W., Riedel S. A. Electric Circuits, 11th ed. — 720–740 б.