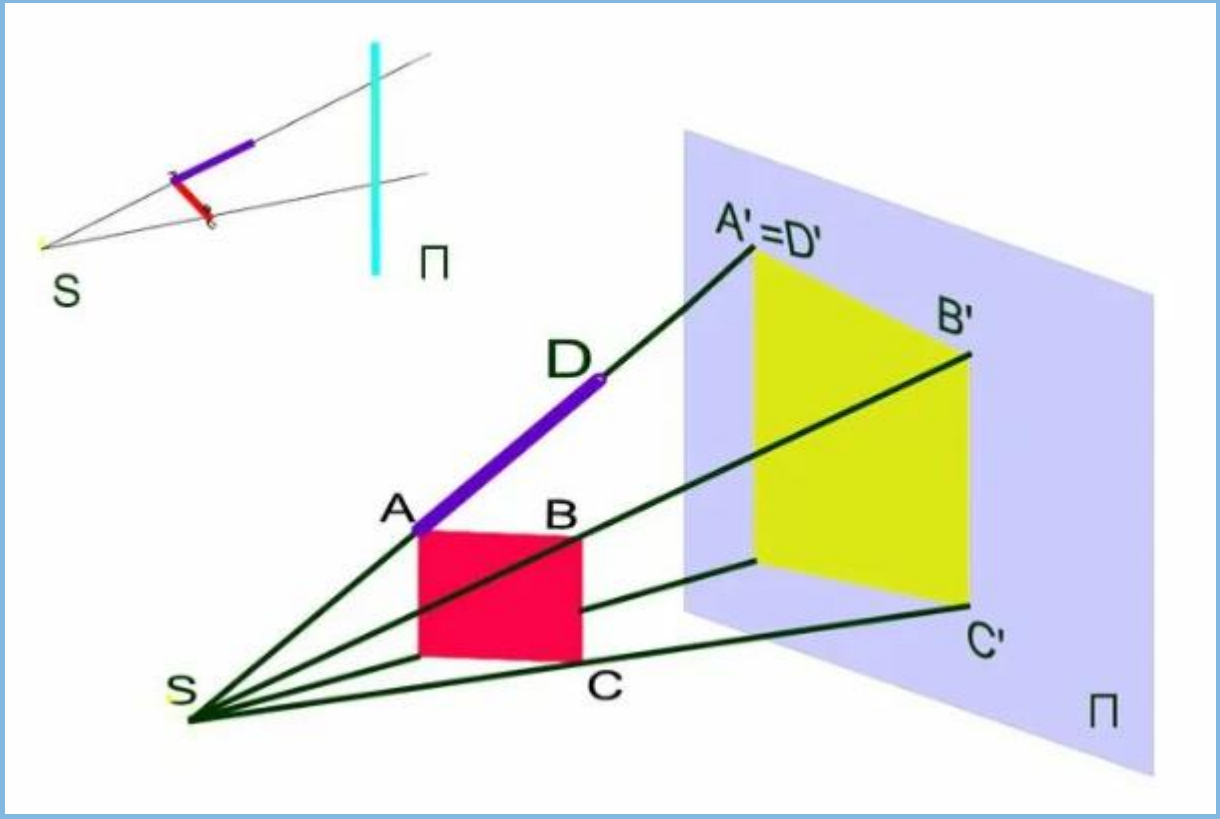
Л5. СИСТЕМЫ КООРДИНАТ ТОЧЕК МЕСТНОСТИ И СНИМКА. ЭЛЕМЕНТЫ ВНУТРЕННЕГО ОРИЕНТИРОВАНИЯ СНИМКА



СИСТЕМЫ КООРДИНАТ ТОЧЕК МЕСТНОСТИ И СНИМКА

Для установления связей между точками объекта и их фотографическими изображениями используются пространственные и плоские системы координат.

Если картографируемый участок захватывает больше, чем 1 зону может использоваться **геоцентрическая система координат** (рис.22).

В ней за начало координат принят центр общеземного эллипсоида $O'_г$, а плоскостью $X'_г$ $Y'_г$ является плоскость экватора. Ось $X'_г$ находится в плоскости начального меридиана, а ось $Z'_г$ совмещена с полярной осью $O'_г P$. Система координат правая.

За фигуру Земли принимается эллипсоид вращения с полуосями a и b и сжатием e. Любая точка O пространства задаётся геодезическими координатами: широтой B, долготой L и высотой H.

Геоцентрические координаты $X'_г$, $Y'_г$, $Z'_г$ точки O находят по их геодезическим координатам, с помощью известных формул сфероидической геодезии.

СИСТЕМЫ КООРДИНАТ ТОЧЕК МЕСТНОСТИ И СНИМКА

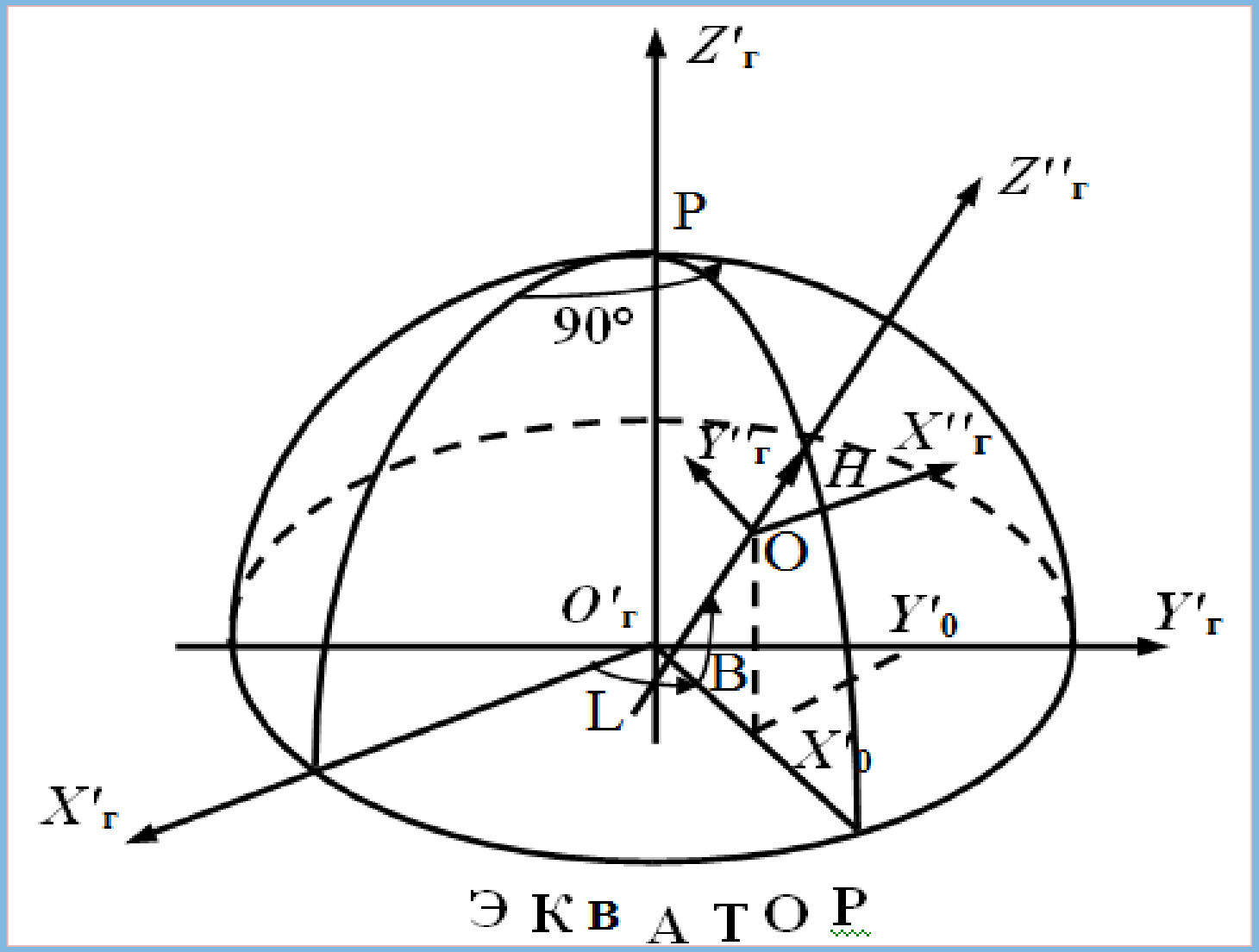


Рис.22

СИСТЕМЫ КООРДИНАТ ТОЧЕК МЕСТНОСТИ И СНИМКА

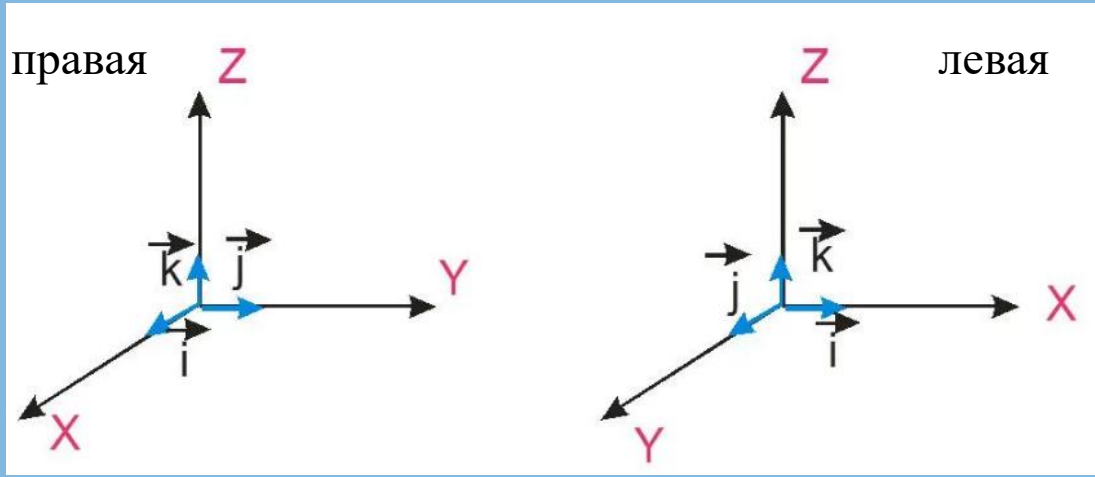
Может использоваться и прямоугольная система координат $X''_г$ $Y''_г$ $Z''_г$, представленная на рис.22.

Она сохраняет все преимущества геоцентрической системы, но абсолютные значения координат точек в ней меньше.

Ось $Z''_г$ нормальна к поверхности эллипсоида в начальной точке O картографируемого участка; ось $Y''_г$ совпадает с направлением на север.

Система координат правая. За начало счёта высот принимается такое значение, при котором аппликаты всех точек положительны.

Координаты $X''_г$, $Y''_г$, $Z''_г$, легко получаются из геоцентрических $X'_г$, $Y'_г$, $Z'_г$ путём трёхмерного преобразования, включающего перенос начала координат и их вращение.



СИСТЕМЫ КООРДИНАТ ТОЧЕК МЕСТНОСТИ И СНИМКА

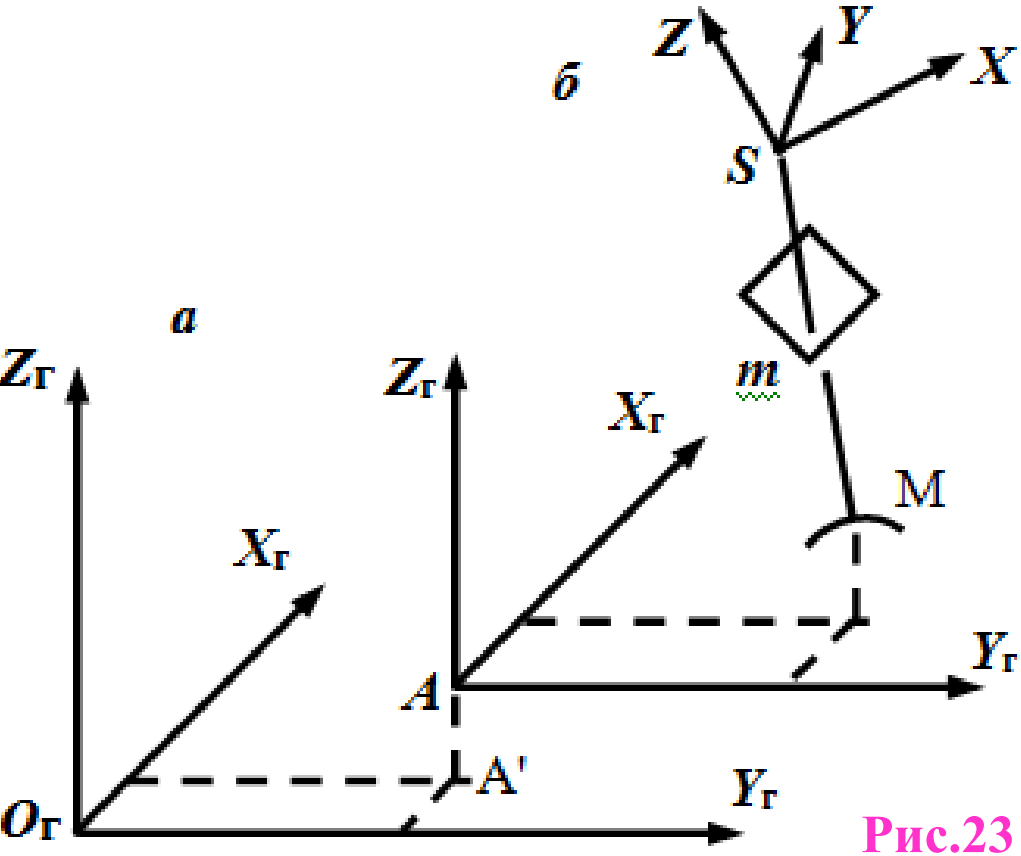


Рис.23

При решении задач на небольшом участке используется известная левая система прямоугольных координат $O_г X_г Y_г Z_г$ Гаусса.

Местная СК $X_г$ $Y_г$ $Z_г$ с началом в точке A картографируемого участка на рис.23.

Системы координат $O_г$ $X_г$ $Y_г$ $Z_г$ и A $X_г$ $Y_г$ $Z_г$ в фотограмметрии принято называть **геодезическими.**

Координаты точек местности, полученные по результатам измерения снимков, определяются, в **фотограмметрической пространственной прямоугольной** системе координат *SXYZ*.

Обычно начало координат совмещается с точкой фотографирования *S* или с какой-либо точкой местности, а плоскость *XY* устанавливается горизонтально или параллельно плоскости одного из снимков.

Поскольку системы координат *X Y Z* и $X_г$ $Y_г$ $Z_г$ не совпадают, то при переходе от фотограмметрических координат к геодезическим **необходимо** выполнять преобразование координат из системы в систему.

СИСТЕМЫ КООРДИНАТ ТОЧЕК МЕСТНОСТИ И СНИМКА

На каждом снимке по его периметру имеется ряд координатных меток, которые определяют плоскую прямоугольную систему координат $o'\ x\ y$. Такая система при наличии на снимке четырёх меток 1, 2, 3, 4 показана на рис. 24. Начало координат находится в точке o' пересечение отрезков 1-2 и 3-4. Ось x совмещается с прямой 1-2, а ось y с перпендикуляром к оси x в точке o'.

Положение точка на снимке определяется координатами x и y, но это можно сделать и в пространственной фотограмметрической системе $X'Y'Z'$ (рис.25). Начало координат этой системы всегда совмещено с точкой фотографирования S, а оси X', Y', Z' параллельны осям X, Y, Z фотограмметрической системы координат точек объекта местности или осям геодезической системы координат.

Связи между плоскими и пространственными координатами точек снимка и местности устанавливаются через элементы ориентирования снимка.

СИСТЕМЫ КООРДИНАТ ТОЧЕК МЕСТНОСТИ И СНИМКА

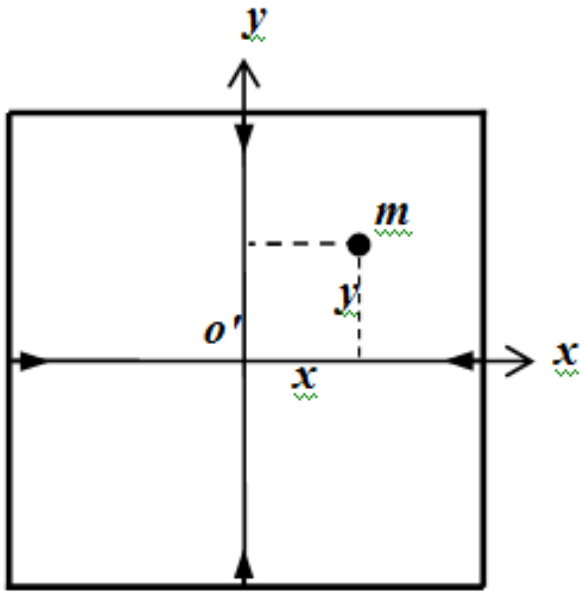


Рис.24. Плоская прямоугольная система координат снимка

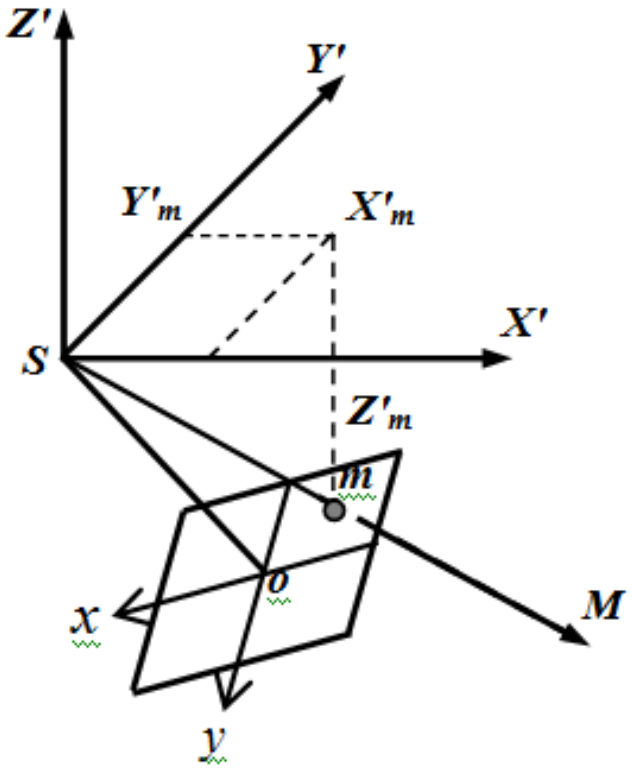


Рис.25. Пространственная система координат точки снимка

ЭЛЕМЕНТЫ ВНУТРЕННЕГО ОРИЕНТИРОВАНИЯ СНИМКА

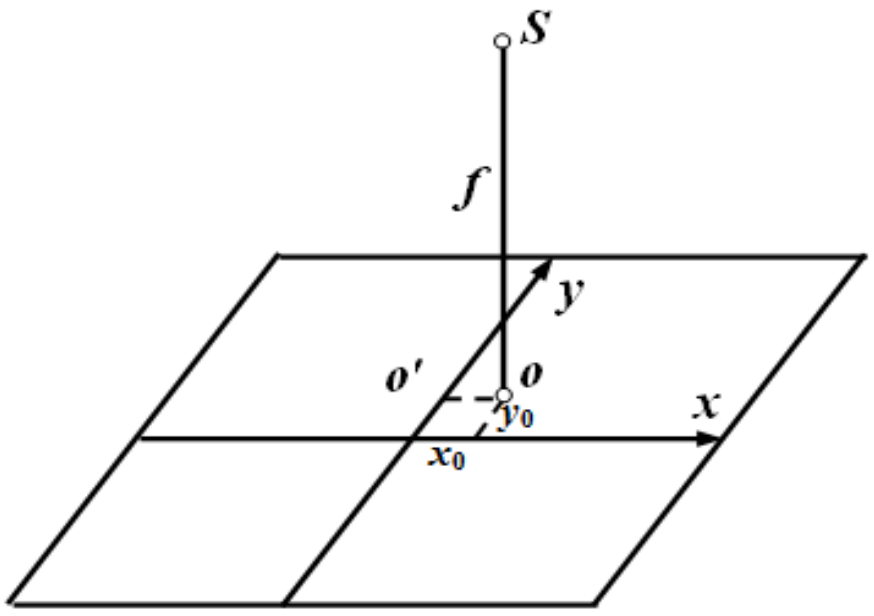


Рис.26. Элементы внутреннего ориентирования снимка

Элементами ориентирования снимка называются величины, определяющие его положение в момент фотографирования относительно выбранной пространственной прямоугольной системы координат. Различают элементы внутреннего и внешнего ориентирования снимка.

Элементы внутреннего ориентирования позволяют найти положение центра проекции относительно снимка, а значит восстановить связку проектирующих лучей. К ним относятся координаты главной точки x_0, y_0 снимка и фокусное расстояние f фотокамеры (рис.26).

ЭЛЕМЕНТЫ ВНЕШНЕГО ОРИЕНТИРОВАНИЯ СНИМКА

Элементы внешнего ориентирования (ЭВО) позволяют установить положение снимка (связки), которое она занимала в момент фотографирования относительно заданной пространственной прямоугольной системы координат. Для снимков, полученных АФА, на практике используют две таких системы.

В первую систему ЭВО (рис. 27) входят координаты X_s, Y_s, Z_s точки фотографирования, а также углы поворота снимка α, ω и κ

Продольный угол наклона снимка α образуется осью Z' и проекцией главного луча So на плоскость $X'Z'$.

Поперечный угол наклона снимка ω заключён между главным лучом So и его проекцией на плоскость $X'Z'$.

Угол поворота снимка κ образуют ось y снимка и след плоскости, проходящей через главный луч So и ось Y' (в этой плоскости находится угол ω).

На рис. 27 углы κ и ω положительные, угол α - отрицательный.

ЭЛЕМЕНТЫ ВНЕШНЕГО ОРИЕНТИРОВАНИЯ СНИМКА

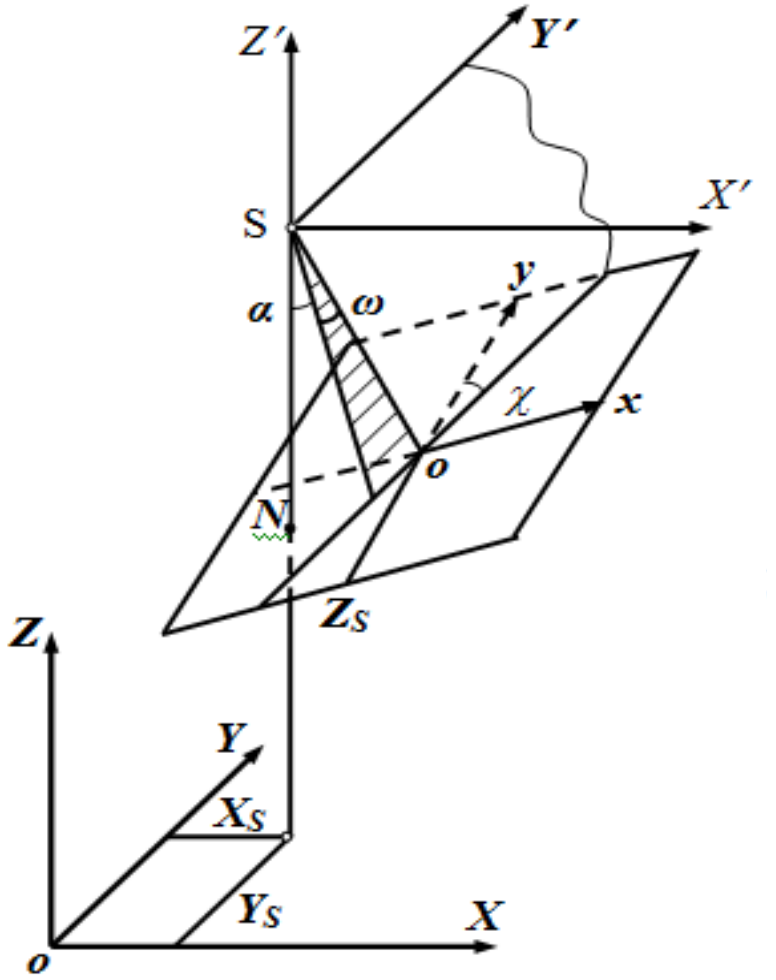


Рис.27. Первая система

Элементы внешнего ориентирования (ЭВО) позволяют установить положение снимка (связки), которое она занимала в момент фотографирования относительно заданной пространственной прямоугольной системы координат. Для снимков, полученных АФА, используют две таких системы.

В первую систему ЭВО (рис. 27) входят координаты X_s, Y_s, Z_s точки фотографирования, а также углы поворота снимка α, ω и κ

Продольный угол наклона снимка α образуется осью Z' и проекцией главного луча So на плоскость $X'Z'$.

Поперечный угол наклона снимка ω заключён между главным лучом So и его проекцией на плоскость $X'Z'$.

Угол поворота снимка κ образуют ось y снимка и след плоскости, проходящей через главный луч So и ось Y' (в этой плоскости находится угол ω).

На рис. 27 углы κ и ω положительные, угол α - отрицательный.

ЭЛЕМЕНТЫ ВНЕШНЕГО ОРИЕНТИРОВАНИЯ СНИМКА

Вторая система (рис.28) ЭВО содержит:
координаты X_s, Y_s, Z_s точки фотографирования;
***t* – дирекционный угол** оптической оси фотокамеры – он образуется следом плоскости главного вертикала *W* и положительным направлением оси *X′*;
ε - угол наклона снимка, находится в плоскости главного вертикала между главным и надирным лучами;
κ – угол поворота в плоскости снимка, образуется главной вертикалью и осью *y* плоской системы координат *x y*.

Положение одиночного снимка определяется девятью элементами ориентирования, из них три - элементы внутреннего ориентирования и шесть - элементы внешнего ориентирования.

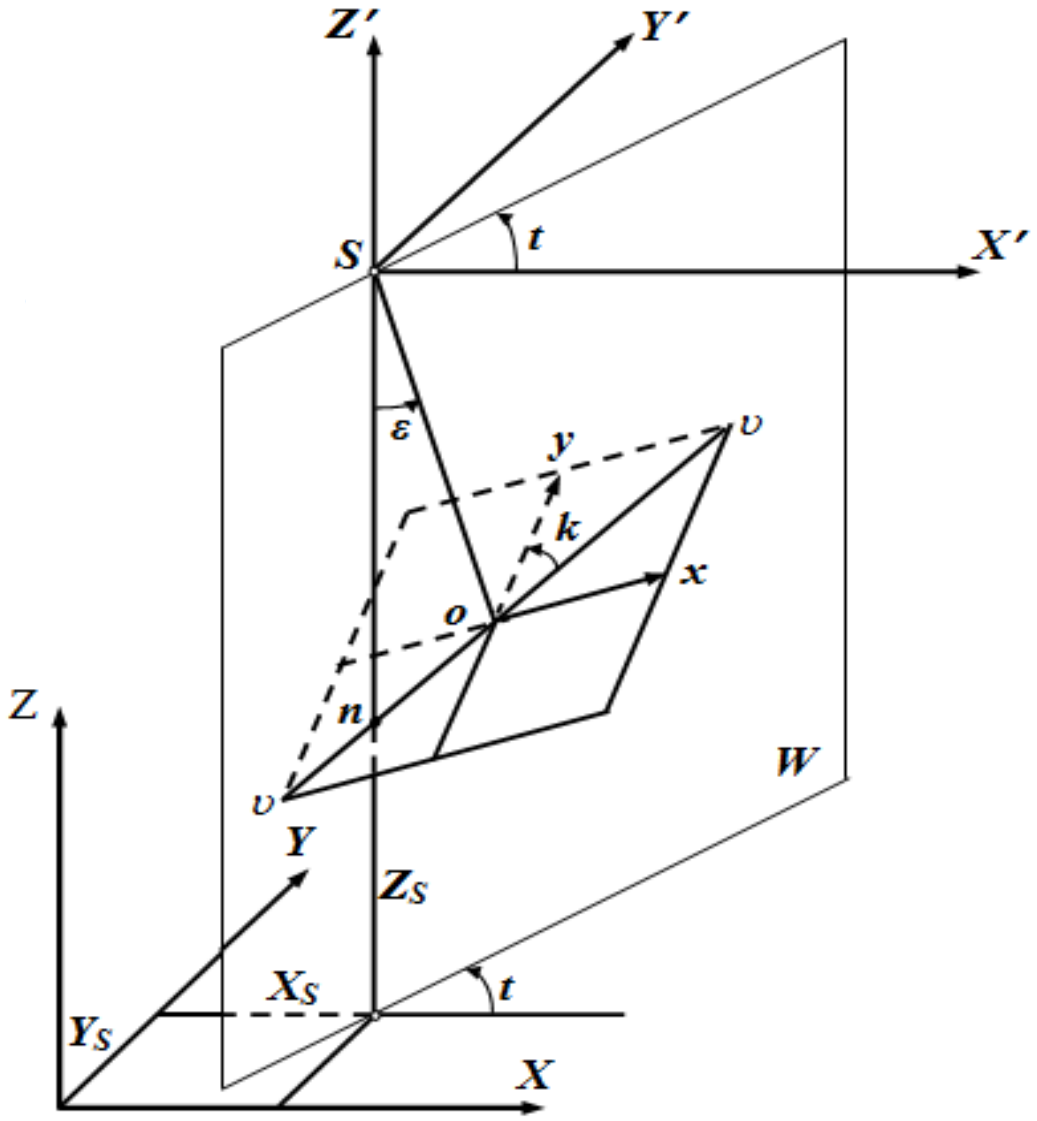


Рис.28. Вторая система

ЗАВИСИМОСТЬ МЕЖДУ ПРОСТРАНСТВЕННЫМИ И ПЛОСКИМИ КООРДИНАТАМИ ТОЧКИ СНИМКА

Рассмотрим зависимости между плоскими координатами *x*, *y* точек снимка и их пространственными координатами *X'*, *Y'*, *Z'*. Эти зависимости можно установить, если известны элементы внутреннего ориентирования снимка и угловые элементы внешнего ориентирования.

Введём для этого систему координат *S x y z* с началом в точке фотографирования *S* (рис. 29). Координатные оси *x*, *y* этой системы расположим параллельно соответствующим осям на снимке, а ось *z* совместим с главным лучом связки *So*. Тогда координаты *x*, *y* любой точки снимка в пространственной системе имеют те же значения, что и в плоской, а координата *z* для всех точек постоянна и равна фокусному расстоянию снимка ($z = -f$).

Системы *S X' Y' Z'* и *S x y z* имеют общее начало, поэтому в процессе преобразования координат из одной системы в другую следует выполнять только вращение, что выражается формулой:

$$\begin{pmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

ЗАВИСИМОСТЬ МЕЖДУ ПРОСТРАНСТВЕННЫМИ И ПЛОСКИМИ КООРДИНАТАМИ ТОЧКИ СНИМКА

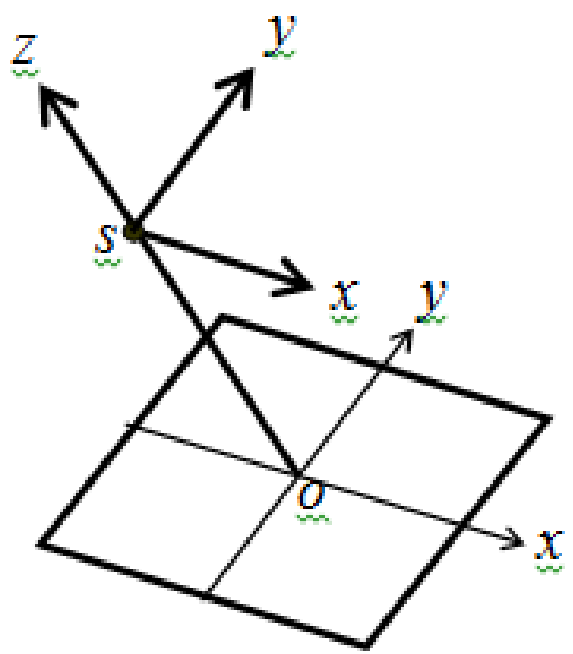


Рис. 29

Ортогональная матрица A имеет третий порядок и называется матрицей преобразования координат. Ее элементами являются 9 направляющих косинуса, поэтому выше приведенное соотношение можно записать и так:

$$\begin{pmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

Причем, каждый из направляющих косинусов это косину угла между соответствующими осями систем координат участвующих в преобразовании, то есть:

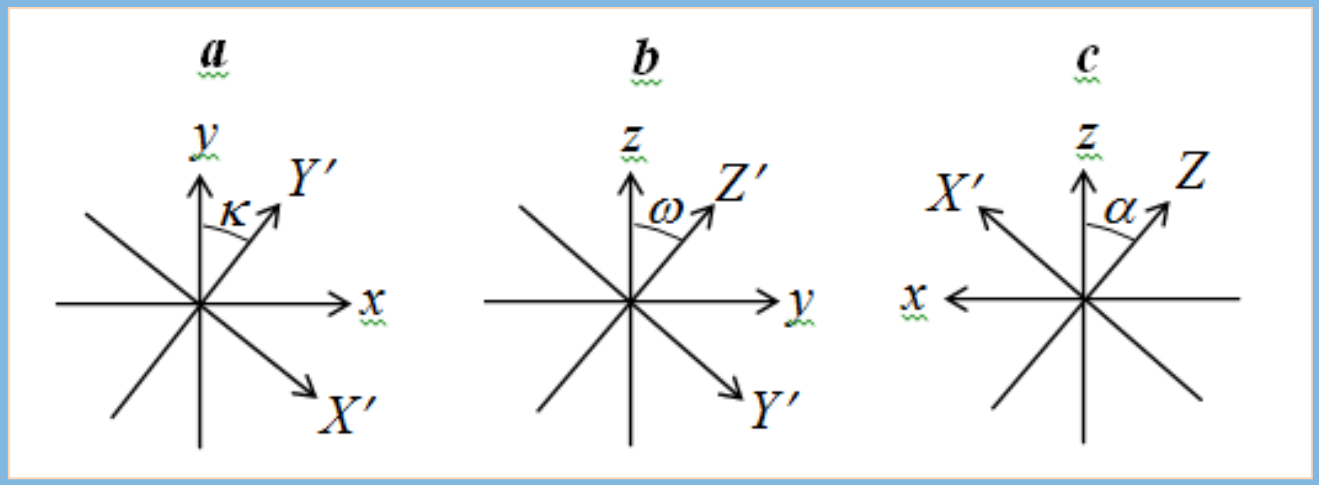
$$\begin{pmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(X'x) & \cos(X'y) & \cos(X'z) \\ \cos(Y'x) & \cos(Y'y) & \cos(Y'z) \\ \cos(Z'x) & \cos(Z'y) & \cos(Z'z) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

ЗАВИСИМОСТЬ МЕЖДУ ПРОСТРАНСТВЕННЫМИ И ПЛОСКИМИ КООРДИНАТАМИ ТОЧКИ СНИМКА

В силу ортогональности направляющие косинусы матрицы связаны между собой шестью независимыми уравнениями:

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 = 1, \qquad a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3 = 0,$$
$$b_1^2 + b_2^2 + b_3^2 = 1, \qquad b_1c_1 + b_2c_2 + b_3c_3 = 0,$$
$$c_1^2 + c_2^2 + c_3^2 = 1, \qquad c_1a_1 + c_2a_2 + c_3a_3 = 0.$$

Один поворот в пространстве можно заменить тремя последовательными поворотами в плоскости (вокруг осей *Z*, *X* и *Y*, рис.30). Им будут соответствовать матрицы Aχ, Aω, Aα. В соответствии с рис. 26 для каждого из поворотов соотношение 16 можно представить следующим образом:



ЗАВИСИМОСТЬ МЕЖДУ ПРОСТРАНСТВЕННЫМИ И ПЛОСКИМИ КООРДИНАТАМИ ТОЧКИ СНИМКА

$$A_\chi = \begin{pmatrix} \cos\chi & -\sin\chi & 0 \\ \sin\chi & \cos\chi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, A_\omega = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\omega & -\sin\omega \\ 0 & \sin\omega & \cos\omega \end{pmatrix}, A\alpha = \begin{pmatrix} \cos\alpha & 0 & \sin\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\alpha & 0 & \cos\alpha \end{pmatrix}$$

Общая матрица преобразования *A* равна произведению: A=AχAωAα. После перемножения матриц и получим формулы для вычисления направляющих косинусов. В данном случае они будут иметь вид:

$$a_1 = \cos(X', x) = \cos\alpha\cos\chi + \sin\alpha\sin\omega\sin\chi$$
$$a_2 = \cos(X', y) = -\cos\alpha\sin\chi + \sin\alpha\sin\omega\cos\chi$$
$$a_3 = \cos(X', z) = \sin\alpha\cos\omega$$
$$b_1 = \cos(Y', x) = \cos\omega\sin\chi$$
$$b_2 = \cos(Y', y) = \cos\omega\cos\chi$$
$$b_3 = \cos(Y', z) = -\sin\omega$$
$$c_1 = \cos(Z', x) = -\sin\alpha\cos\chi + \cos\alpha\sin\omega\sin\chi$$
$$c_2 = \cos(Z', y) = \sin\alpha\sin\chi + \cos\alpha\sin\omega\cos\chi$$
$$c_3 = \cos(Z', z) = \cos\alpha\cos\omega.$$

ЗАВИСИМОСТЬ МЕЖДУ ПРОСТРАНСТВЕННЫМИ И ПЛОСКИМИ КООРДИНАТАМИ ТОЧКИ СНИМКА

Таким образом, направляющие косинусы a_1, a_2, a_3,…..,c_3 зависят от трёх угловых элементов внешнего ориентирования снимка и являются координатами единичных векторов, определяющих взаимное положение рассматриваемых систем координат: $X'\ Y'\ Z'$ и $x\ y\ z$.

Аналогично для второй группы элементов внешнего ориентирования снимка можно получить:

$$
\begin{aligned}
a_1 &= \cos(X', x) = \cos\varkappa\sin\varphi + \cos\varepsilon\sin\kappa\cos\varphi \\
a_2 &= \cos(X', y) = -\sin\kappa\sin\varphi + \cos\varepsilon\cos\kappa\cos\varphi \\
a_3 &= \cos(X', z) = -\sin\varepsilon\cos\varphi \\
b_1 &= \cos(Y', x) = -\cos\kappa\cos\varphi + \cos\varepsilon\sin\kappa\sin\varphi \\
b_2 &= \cos(Y', y) = \sin\kappa\cos\varphi + \cos\varepsilon\cos\kappa\sin\varphi \\
b_3 &= \cos(Y', z) = -\sin\varepsilon\sin\varphi \\
c_1 &= \cos(Z', x) = \sin\varepsilon\sin\kappa \\
c_2 &= \cos(Z', y) = \sin\varepsilon\cos\kappa \\
c_3 &= \cos(Z', z) = \cos\varepsilon
\end{aligned}
\qquad (19)
$$

ЗАВИСИМОСТЬ МЕЖДУ ПРОСТРАНСТВЕННЫМИ И ПЛОСКИМИ КООРДИНАТАМИ ТОЧКИ СНИМКА

Формулы (18) и (19) позволяют установить связь между элементами ориентирования и направляющими косинусами разных систем ЭВО:

$$\operatorname{tg}\ \alpha = \frac{a_3}{c_3} = -\operatorname{tg}\ \varepsilon \cos t, \qquad \sin\ \omega = -b_3 = \sin\ \varepsilon \sin\ t,$$

$$\operatorname{tg}\chi = \frac{b_1}{b_2} = \frac{\cos\ \varepsilon\ \operatorname{tg}\ k\ \operatorname{tg}\ t - 1}{\operatorname{tg}\ k + \cos\ \varepsilon\ \operatorname{tg}\ t}$$

Переход от пространственных координат к плоским осуществляется по формулам:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{pmatrix} = A^T \begin{pmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{pmatrix} \qquad (20)$$

где A^{T} – транспонированная матрица A.
Формулы (14) – (20) справедливы для любых значений угловых элементов внешнего ориентирования снимка.

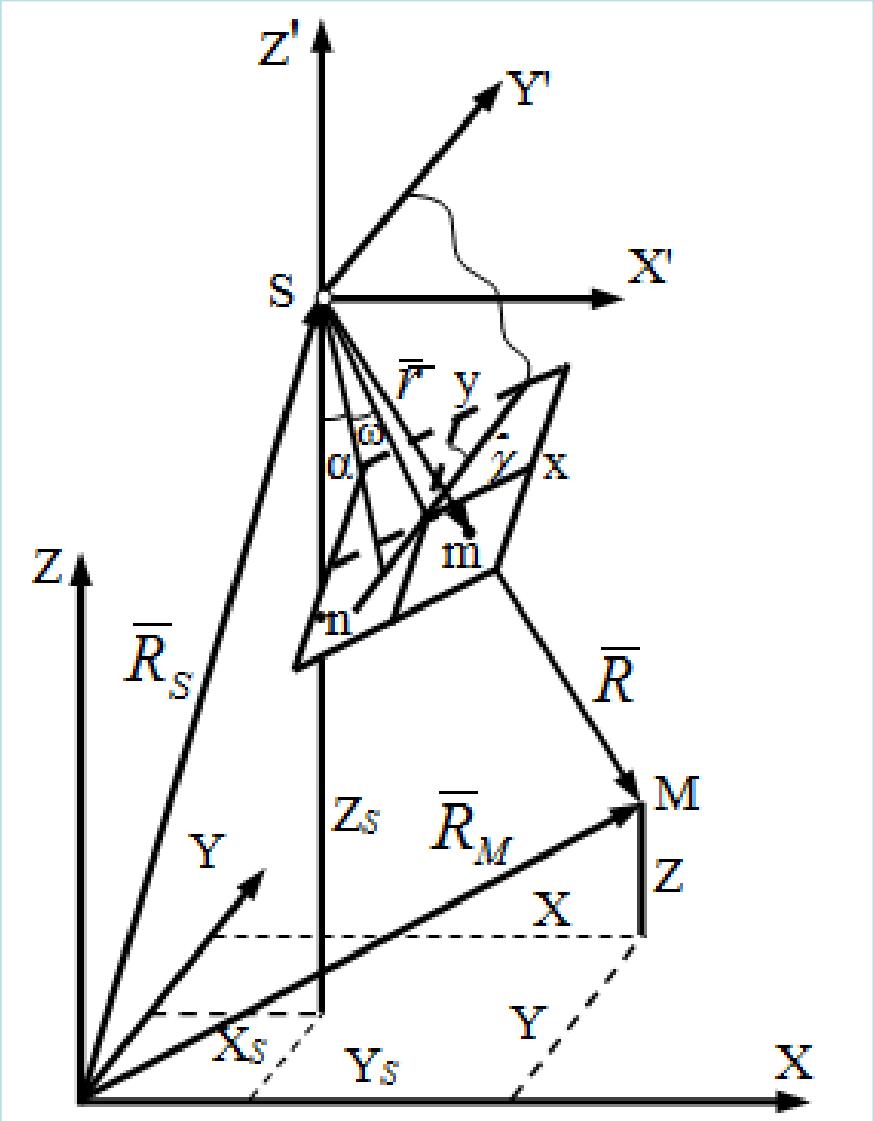
ЗАВИСИМОСТЬ МЕЖДУ ПРОСТРАНСТВЕННЫМИ И ПЛОСКИМИ КООРДИНАТАМИ ТОЧКИ СНИМКА

Для плановых снимков, когда α, ω и малы, с точностью до членов второго порядка малости можно записать:

$$X' = x - y\chi - z\alpha,$$
$$Y' = y + x\chi - z\omega,$$
$$Z' = z + x\alpha + y\omega.$$

Полученные зависимости между системами координат X' Y' Z' и x y z используются в аналитических способах определения координат точек местности по измерениям снимков.

ЗАВИСИМОСТЬ МЕЖДУ КООРДИНАТАМИ ТОЧКИ МЕСТНОСТИ И СНИМКА



Точка местности M и её изображение на снимке m находятся на одном проектирующем луче (рис.31). Положение точек S и M в системе координат местности X Y Z определяется векторами соответственно $\overline{R}_S$ и $\overline{R}_M$

Положение точек m и M в системе координат SX'Y'Z' векторами r , R.

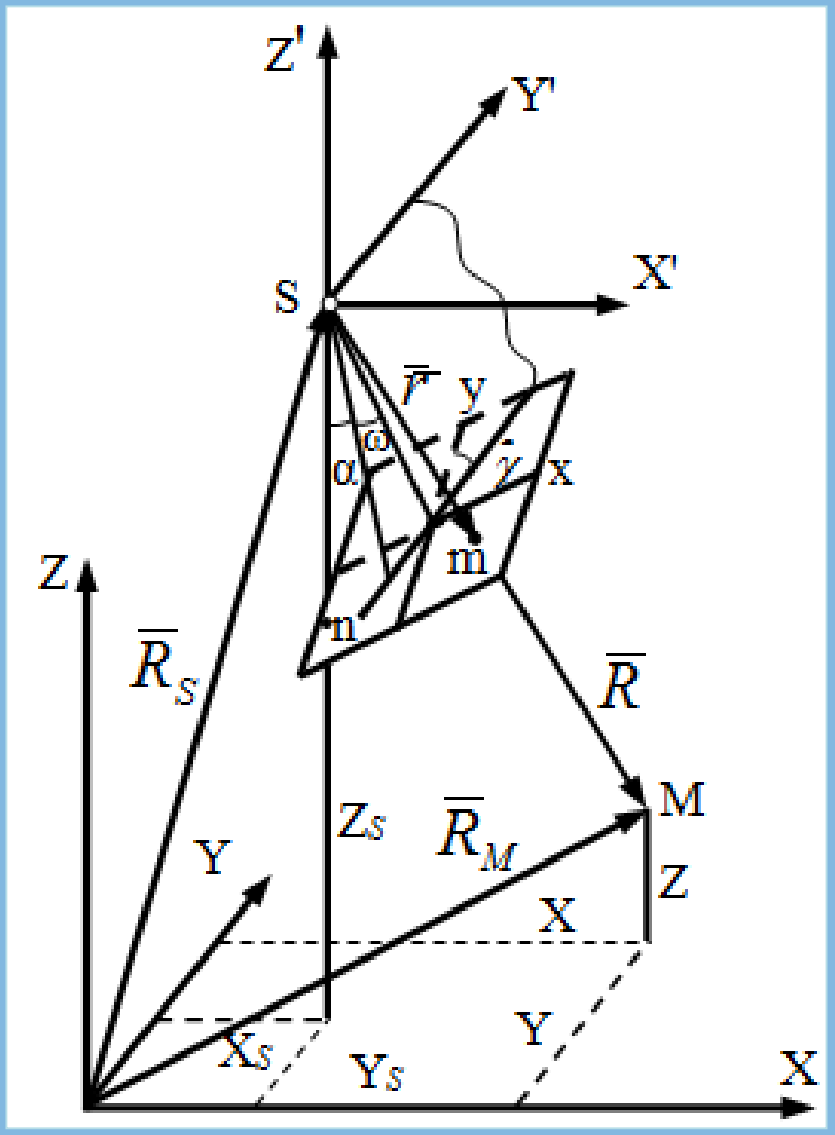
$$X = X_S + (Z - Z_S)\frac{a_1(x - x_0) + a_2(y - y_0) + a_3 z}{c_1(x - x_0) + c_2(y - y_0) + c_3 z},$$

$$Y = Y_S + (Z - Z_S)\frac{b_1(x - x_0) + b_2(y - y_0) + b_3 z}{c_1(x - x_0) + c_2(y - y_0) + c_3 z}.$$

(28)

Пространственные координаты точки местности по одиночному снимку не определить. Можно получить лишь ее плановое положение. Но надо знать высоту АФС $H = -(Z - Z_S)$.

ЗАВИСИМОСТЬ МЕЖДУ КООРДИНАТАМИ ТОЧКИ МЕСТНОСТИ И СНИМКА



В фотограмметрии часто используются обратные зависимости (между координатами точки снимка и координатами соответствующей точки местности).

$$x - x_0 = z\frac{a_1(X-X_S)+b_1(Y-Y_S)+c_1(Z-Z_S)}{a_3(X-X_S)+b_3(Y-Y_S)+c_3(Z-Z_S)} = z\frac{X^*}{Z^*},$$

$$y - y_0 = z\frac{a_2(X-X_S)+b_2(Y-Y_S)+c_2(Z-Z_S)}{a_3(X-X_S)+b_3(Y-Y_S)+c_3(Z-Z_S)} = z\frac{Y^*}{Z^*}.$$