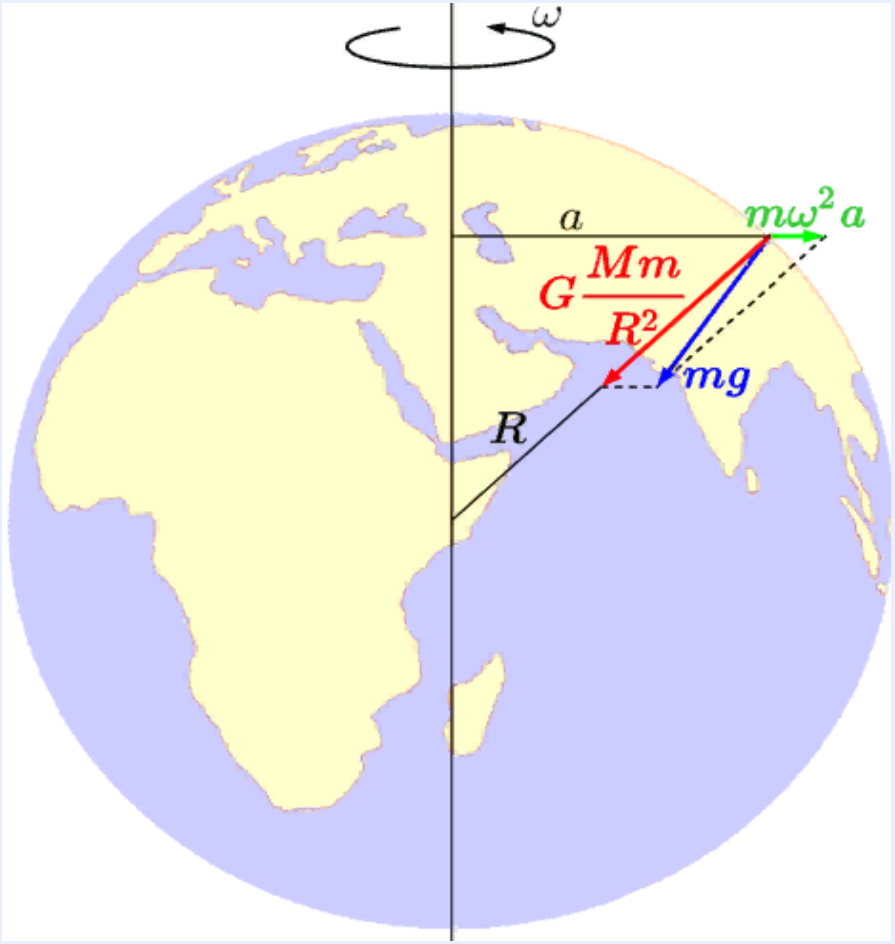
Гравиметрия

Л5. Относительные измерения ускорения силы тяжести маятниковыми приборами



Лектор Кенесбаева А.

Относительные измерения ускорения силы тяжести маятниковыми приборами

Маятниковый метод относительных измерений силы тяжести основан на наблюдениях свободных колебаний одного и того же маятника неизменной приведенной длины на разных пунктах.

Пусть на пункте 1 измерен период колебаний Т1 а на пункте 2— период Т2. Значение силы тяжести g1 на пункте 1 известно. Тогда:

$$T_1 = \pi\sqrt{\frac{l}{g_1}}, \quad T_2 = \pi\sqrt{\frac{l}{g_2}}.$$

Возведем эти выражения в квадрат и почленно поделим. Получим искомое значение силы тяжести на пу

$$g_2 = g_1 \frac{T_1^2}{T_2^2}. \qquad (6)$$

На основании формулы (6) можно сделать следующие выводы.

1. При относительных маятниковых определениях отпадает необходимость в определении приведенной длины , связанном со значительными трудностями.

2. Постоянство величины *l* является непременным условием метода, в противном случае равенство $g_1 T_1^2 = g_2 T_2^2$ нарушится.

Относительные измерения ускорения силы тяжести маятниковыми приборами

На практике чаще всего находят приращение $\Delta T = T_2 - T_1$ периода колебаний маятника и вычисляют приращение силы тяжести Δg между исходным и определяемым пунктами.

Чтобы найти Δg, подставим в (6) вместо T1 выражение $T_1 = T_2 - \Delta T$:

$$g_2 = g_1 \frac{(T_2 - \Delta T)^2}{T_2} = g_1 \left[1 - 2\frac{\Delta T}{T_2} + \left(\frac{\Delta T}{T_2}\right)^2\right].$$

Следовательно,

$$\Delta g = g_2 - g_1 = -2g_1 \frac{\Delta T}{T_2} + g_1 \left(\frac{\Delta T}{T_2}\right)^2. \qquad (7)$$

Для полусекундных маятников ($T_2 \approx 0{,}5$ с), с которыми обычно выполняют относительные маятниковые измерения, при $g_1 = 0{,}98 \cdot 10^6$ мГал первый член (7) равен $2g_1 \frac{\Delta T}{T} = 0{,}0392 \cdot 10^8 \Delta T$ мГал, т. е. изменение периода колебаний на $1 \cdot 10^{-8}$ с соответствует изменению силы тяжести на ≈0,04 мГал.

Относительные измерения ускорения силы тяжести маятниковыми приборами

Приращения периода колебаний и величины второго члени в (7) при различных величинах Δg даны ниже.

Δg, мГал	10	50	100	2000	5300
ΔT, с	$2{,}55 \cdot 10^{-6}$	$1{,}27 \cdot 10^{-5}$	$2{,}55 \cdot 10^{-5}$	$5{,}10 \cdot 10^{-4}$	$1{,}35 \cdot 10^{-3}$
$g\,(\Delta T/T)^2$, мкГал	0,03	0,6	2,6	1019	7134

Таким образом, максимальное изменение периода колебаний полусекундкого маятника на поверхности Земли (Δg = 5300 мГал) составляет $\approx 1{,}35 \cdot 10^{-3}$ с.

Второй член в (7) при $\Delta g \leqslant 60$ мГал не превышает 1 мкГал.

Согласно (III.2) для вычисления Δg необходимо знать силу тяжести g_1 в исходном пункте, причем допустимая погрешность величины g_1 зависит от величины измеряемого приращения Δg. Полагая $\Delta g \simeq -2g_1\frac{\Delta T}{T}$, получим $m_{\Delta g} = \frac{\Delta g}{g_1}\, m_{g_1}$. При $m_{\Delta g} = 0{,}01$ мГал имеем:

Δg, мГал	100	1000	5300
m_{g_1}, мГал	98	9,8	1,8.

Маятникті аспаптармен ауырлық күшінің үдеуін салыстырмалы өлшеу

Төменде Δg әртүрлі мәндері үшін тербеліс периодының өсімдері және (7)-дегі екінші мүшенің мәні берілген.

Δg, мГал	10	50	100	2000	5300
ΔT, с	$2{,}55\cdot10^{-6}$	$1{,}27\cdot10^{-5}$	$2{,}55\cdot10^{-5}$	$5{,}10\cdot10^{-4}$	$1{,}35\cdot10^{-3}$
$g\,(\Delta T/T)^2$, мкГал	0,03	0,6	2,6	1019	7134

Сонымен, Жер бетіндегі жарты секундтық маятниктің тербеліс периодының максималды өзгерісі (Δg = 5300 мГал) шамамен $\approx 1{,}35\cdot10^{-3}$ с.

(7)-ғы екінші мүше $\Delta g \leq 60$мГл болса, 1 мкГал дан көп болмайды.

Δg есептеу үшін бастапқы нүктедегі g1 белгілі болуы тиіс. g1 –дің жіберілетін қателігі, өлшенетін Δg-дің шамасына байланысты болады. Δg қателігі және мәні шамамен белгілі болса, бастапқы пункттегі g1-дің жіберілетін қателігі төмендегідей болады.

Полагая $\Delta g \simeq -2g_1\frac{\Delta T}{T}$, получим $m_{\Delta g} = \frac{\Delta g}{g_1}\, m_{g_1}$. При $m_{\Delta g} = 0{,}01$ мГал имеем:

Δg, мГал	100	1000	5300
m_{g_1}, мГал	98	9,8	1,8.

Относительные измерения ускорения силы тяжести маятниковыми приборами

Следовательно, для вычисления приращений силы тяжести точное значение g1 на исходном пункте знать не обязательно.

Условие постоянства приведенной длины маятника строго не соблюдается, так как возможны ее малые изменения, например, из-за сотрясений при перевозке, стачивания лезвия.

Чтобы учесть эти изменения, периодически возвращаются на исходный пункт для повторных наблюдений, а сами наблюдения выполняют не с одним маятниковым прибором, а с комплектом из трех—пяти

приборов, повторяют гравиметрическую связь независимо несколько раз.

При выводе основных формул маятникового метода относительных измерений мы пользовались формулой Гюйгенса для идеального маятника с бесконечно малой амплитудой колебаний.

Поэтому в измеренный период колебаний маятника следует ввести ряд поправок.

Поправка за амплитуду

Период колебаний маятника нелинейно зависит от амплитуды:

$$T' = \pi \sqrt{\frac{l}{g}} \left(1 + \frac{1}{16}\alpha^2\right).$$

Для приведения периода колебаний T' к бесконечно малой амплитуде следует ввести поправку за амплитуду

$$T - T' = \Delta T_\alpha = -\frac{1}{16} T\alpha^2.$$

Колебания маятника постепенно затухают из-за сопротивления окружающей среды и трения лезвия об опорную площадку.

Поэтому поправка за амплитуду непрерывно уменьшается. Если прибор вакуумирован, то амплитуда убывает медленно, примерно на 20% за 15 мин наблюдений. В таком случае можно считать, что влияние амплитуды уменьшаете линейно, и для вычисления поправки в период, полученный из серии колебаний с начальной амплитудой α1 и конечной α2, можно пользоваться формулой

Поправка за амплитуду

$$\Delta T_\alpha = -\frac{1}{16} T\bar{\alpha}^2,$$

где

$$\bar{\alpha} = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}$$

Амплитуды α1 и α 2 следует измерять симметрично относительно среднего момента наблюдений.

При исследованиях маятников различных типов обнаружилось, что теоретическая поправка за амплитуду не полностью исправляет период колебаний и существует остаточное влияние амплитуды, индивидуальное у разных маятников и достигающее нескольких десятков единиц 10~8 с в рабочем диапазоне амплитуд. Следовательно, наблюдения на всех пунктах необходимо выполнять при одной и той же средней амплитуде, тогда возникающая погрешность будет всегда одинаковой и не повлияет на результат гравиметрической связи.

Поправка температуру

Этой поправкой учитывают изменение периода колебаний вследствие изменения приведенной длины при температурном расширении маятника. Пусть период колебаний, равный T_0 при температуре t_0, при температуре $t = t_0 + \Delta t$ равен T.

Образуем разность $T_0 - T = \Delta T_t$, которая и будет поправкой для редуцирования измеренного периода T к температуре t_0.

$$\Delta T_t = -\alpha_0 \Delta t - \beta \Delta t^2.$$

Коэффициент α_0 называется статическим линейным температурным коэффициентом маятника при температуре t_0, а коэффициент β статическим квадратичным температурным коэффициентом.

Если маятники термостатированы, то измеренные периоды колебаний приводят к номинальной температуре термостатировакия t_0, вычисляя поправку по формуле

$$\Delta T_t = -\alpha_0 (t - t_0).$$

Поправка температуру

Обычно $t_0 = 35 \div 45°$. При хорошей теплоизоляции разность $t - t_0$ даже в неблагоприятных условиях не превышает $0{,}5°$.

Чтобы уменьшить влияние температуры, выгодно применять маятник, стержень которого изготовлен из кварца. Коэффициент линейного расширения кварца $\lambda \approx 0{,}4 \cdot 10^{-6}$ 1/градус намного меньше, чем у большинства материалов, и слабо зависит от температуры.

Температуру измеряют с точностью 0,02° — 0,03° интегральным термометром сопротивления (ИТС). Температурные коэффициенты маятников находят из специальных исследований.

Поправка за плотность окружающей среды

По закону Архимеда маятник теряет в среде часть своего веса и потому изменение периода колебаний происходит пропорционально плотности среды D.

Благодаря силам молекулярного трения маятник увлекает за собой прилегающую массу воздуха Δm, и потому масса маятника эффективно увеличивается на Δm. При этом вес колеблющейся системы остается неизменным.

В гидродинамике доказывается, что при малом разрежении увлекаемая масса пропорциональна корню квадратному из величины плотности среды. Следовательно, изменение периода колебаний будет также пропорционально $\sqrt{D}$.

При изменении плотности воздуха в небольших пределах зависимость периода колебаний от плотности можно считать линейной. В таком случае поправку в период колебаний за переход к безвоздушному пространству можно вычислять по эмпирической формуле

$$\Delta T_D = -A'D,$$

Поправка за плотность окружающей среды

в которой плотность D определена выражением

$$D = \frac{P - \frac{3}{8} f}{1013{,}25\,(1 + t/273^\circ)},$$

P — давление в миллибарах, P — давление водяных паров, t — температура, A' — эквивалентный барометрический коэффициент для промежуточного значения плотности, близкого к средней плотности при наблюдениях на разных пунктах. Для полусекукдных маятников A' ≈ 6000 * 10 -8.

При измерениях с вакуумированными маятниковыми приборами результаты наблюдений удобно приводить к условному постоянному давлению P_0, пользуясь формулой $\Delta T_D = -A'(P - P_0)$.

У полусекукдных кварцево-металлических маятников A' = (4 — 10)·10-8 с/мбар, или (0,2—0,4) мГал/мбар.

Следовательно, чтобы погрешность барометрической поправки не превосходила величины 0,25·10-8 с, или 0,01 мГал, остаточное давление необходимо измерять с точностью 0,02—0,05 мбар.

Поправка за частоту кварцевого генератора

При измерениях периода колебаний маятника масштаб времени задается стандартом частоты, обычно термостатированным кварцевым генератором. Если некоторому отрезку времени соответствуют N колебаний маятника и Q колебаний с частотой f, то период маятника будет равен T = Q/fN.

Частота кварцевого генератора не является строго постоянной, а имеет некоторый вековой и периодический ход. Поэтому изменение δf стандартной частоты приведет к погрешности периода маятника

$$\delta T = -T\frac{\delta f}{f}.$$

Частоту стандарта контролируют, и в результате измерений периода колебаний маятника вводят поправку за ее отличие Δf от эталонной частоты, задаваемой государственным эталоном времени. Поправка имеет вид

Если период колебаний маят $\Delta T_f = T\frac{\Delta f}{f}\cdot$, то при желаемой

точности поправки 1 • 10 -8 с частоту стандарта необходимо контролировать с точностью 2 • 10 -8.

Поправка за частоту кварцевого генератора



Наблюдения по методу Венинг—Мейнеса

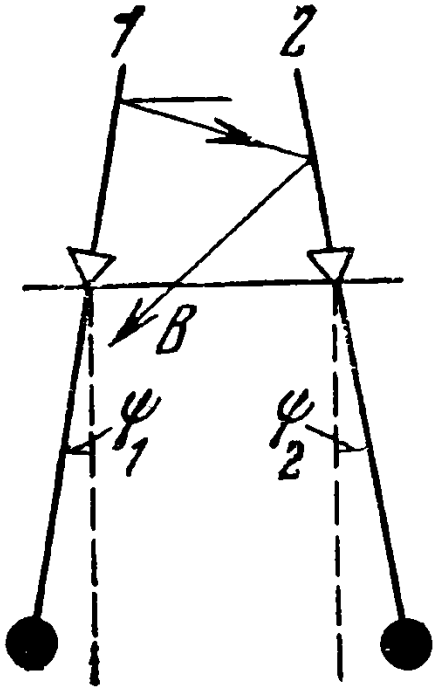
Метод фиктивного маятника (метод Венинг—Мейнеса).

Пусть на общем штативе в одной вертикальной плоскости одновременно колеблются два маятника 1 и 2 с близкими периодами колебаний;

оси качаний маятников жестко связаны со штативом, и поэтому на каждый из них действует одинаковое горизонтальное ускорение δ, обусловленное движением обоих маятников. Напишем уравнения возмущенного движения маятников 1 и 2

$$\ddot{\psi}_1 + \frac{g}{l_1}\psi_1 - \frac{\ddot{\delta}}{l_1} = 0,$$

$$\ddot{\psi}_2 + \frac{g}{l_2}\psi_2 - \frac{\ddot{\delta}}{l_2} = 0.$$



Предположим, T1= T2, *l1* = *l2*. Вычитая из первого уравнение второе и обозначив

$$\psi_1 - \psi_2 = \psi,$$

найдем

$$\ddot{\psi} + \frac{g}{l}\psi = 0.$$

Наблюдения по методу Венинг—Мейнеса

Мы получили уравнение невозмущенного движения воображаемого разностного маятника, угол элонгации которого равен ψ.

В линейном приближении его движение не подвержено влиянию горизонтальных ускорений, и потому период колебаний

$$T = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

равен периоду собственных колебаний маятников, образующих пару.

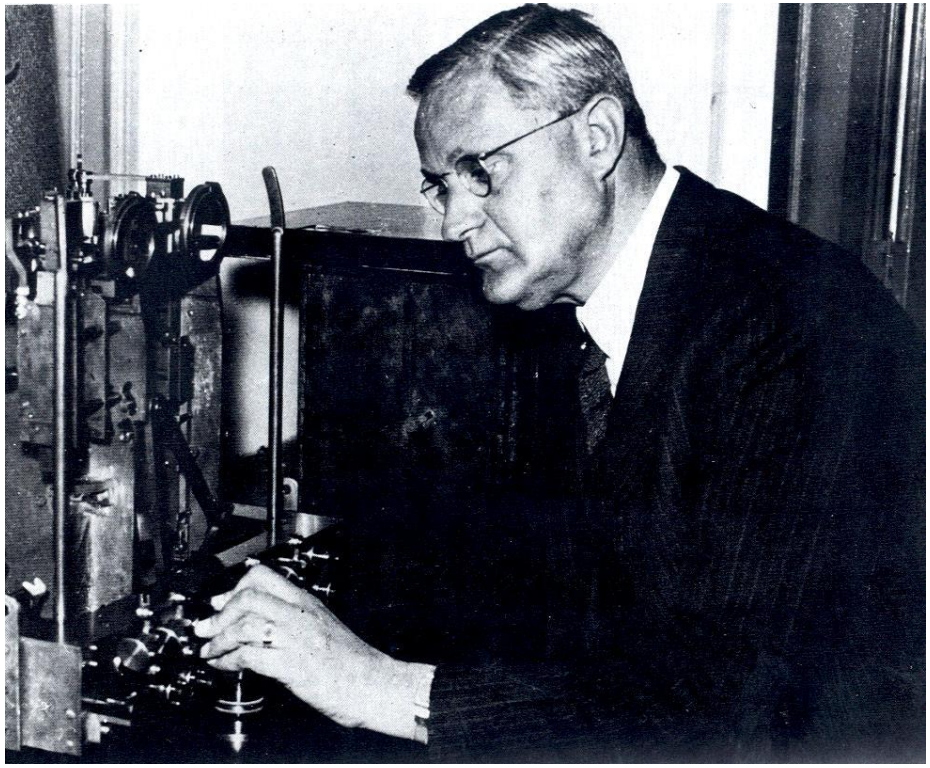
Этот разностный маятник часто называют фиктивным.

Колебания фиктивного маятника в линейном приближении происходят так, как будто горизонтальные ускорения отсутствуют.

Фиктивный маятник исключает влияние вынужденных колебаний с относительной точностью порядка относительной точности выполнения равенства $l1 = l2$.

Метод исключения влияния горизонтальных смещений основания с помощью фиктивного маятника был предложен голландским геофизиком Ф. А. Венинг—Мейнесом в 20-х годах. Он же, применив этот метод, впервые осуществил маятниковые измерения на море.

Ф.А. Венинг—Мейнес



Феликс Андрис Венинг-Мейнес (нидерл. *Felix Andries Vening Meinesz*; 30 июля 1887, Гаага — 10 августа 1966, Амерсфорт) — нидерландский геофизик и геодезист. Завоевал известность благодаря изобретению точного метода измерения гравитационного поля Земли. Этот метод позволил производить морские измерения гравитационного поля, что привело к открытию учёным гравитационных аномалий морского дна. Позднее эти аномалии стали одним из доказательств существования дрейфа материков.

Именем Ф. А. Венинга-Мейнеса названы: Тип гравиметра, прибора для измерения гравитационного поля Земли. Математическая функция, используемая в высшей геодезии. Медаль Европейского геофизического союза. Исследовательская программа в Утрехтском университете. Кратер Венинг-Мейнес на Луне.

Маятниковые приборы

Маятниковый прибор состоит из следующих основных частей:

комплекта маятников, штатива, оптической системы, стандарта частоты (кварцевые генераторы), регистратора, пульта управления маятниковым прибором и силового блока.

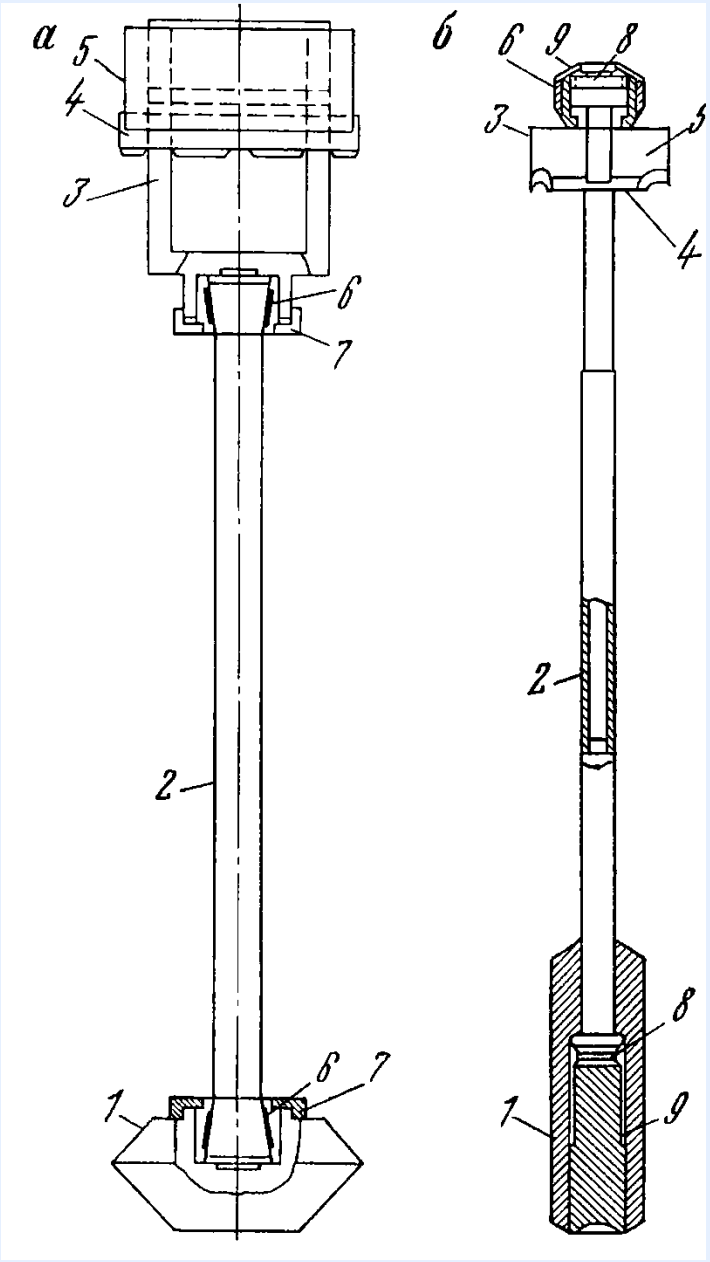
Колебания маятников обычно наблюдают по методу Венинг—Мейнеса, поэтому в комплекте минимум два маятника.

В Советском Союзе высокоточные относительные маятниковые измерения выполняются двухмаятниковыми автоматизированными приборами ОВМ и «Агат» конструкции ЦНИИГАиК с кварцевометаллическими маятниками и с фотоэлектронной регистрацией периода и амплитуды колебаний. Рассмотрим их общие особенности.

Конструкцию маятника для относительных измерений определяет требование неизменности приведенной длины.

Маятник должен быть прочным, стабильным во времени и достаточно устойчивым к внешним воздействиям (температурным, сотрясениям при перевозке и т. п.). В маятнике зафиксирована одна ось качаний.

Маятниковые приборы

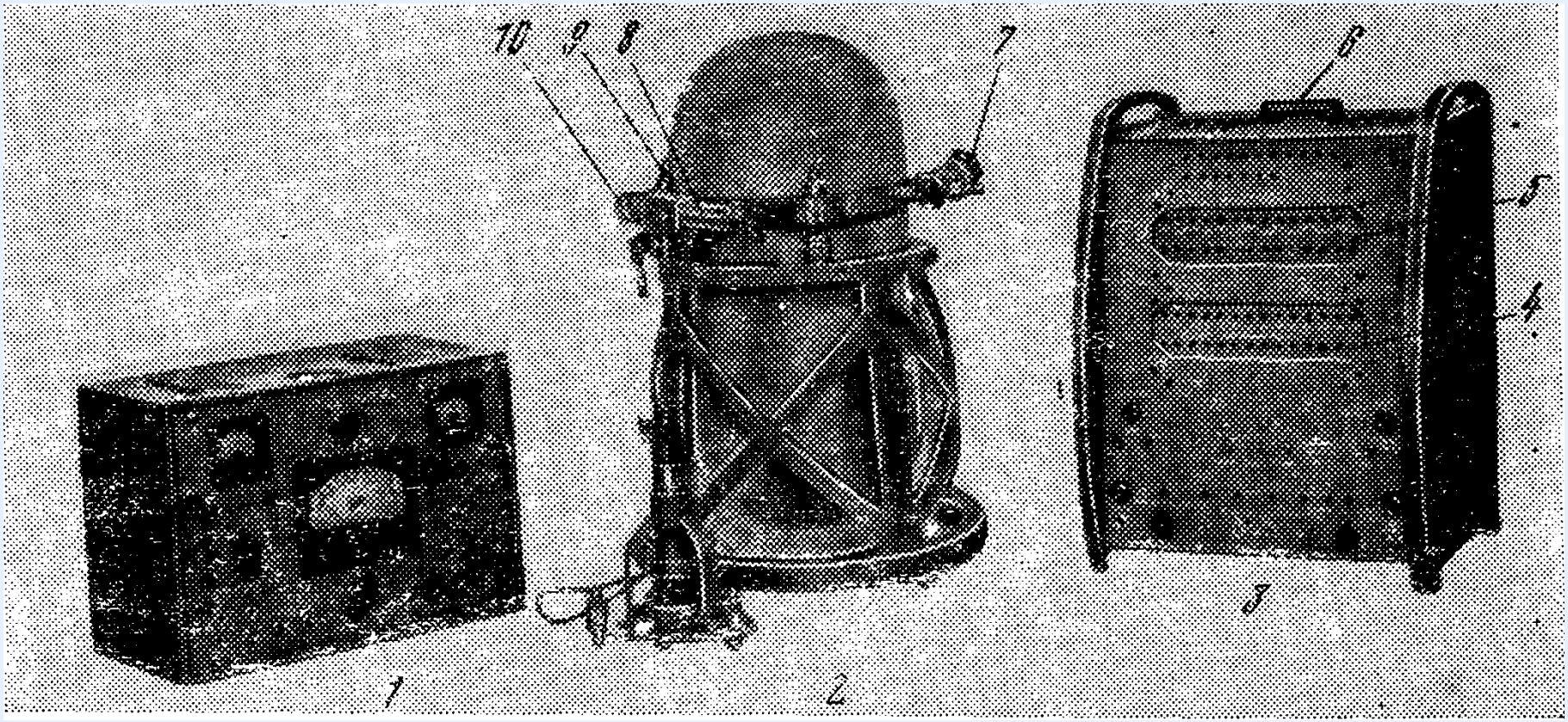


Составные маятники конструкции ЦНИИГАиК состоят из кварцевого стержня 2, покрытого слоем металла для исключения электростатических зарядов, металлического груза 1 в форме двух усеченных конусов, сложенных вместе своими широкими основаниями (рис. а), или в форме цилиндра (рис. б), металлической или агатовой головки (стремени) 3. Головка содержит призму 4 и зеркало 5.

Груз маятника сделан из сплава ВНМ (вольфрам 94 %, никель 2,8 %, медь 3,2 о/0) с удельным весом 16,5 г/см3.

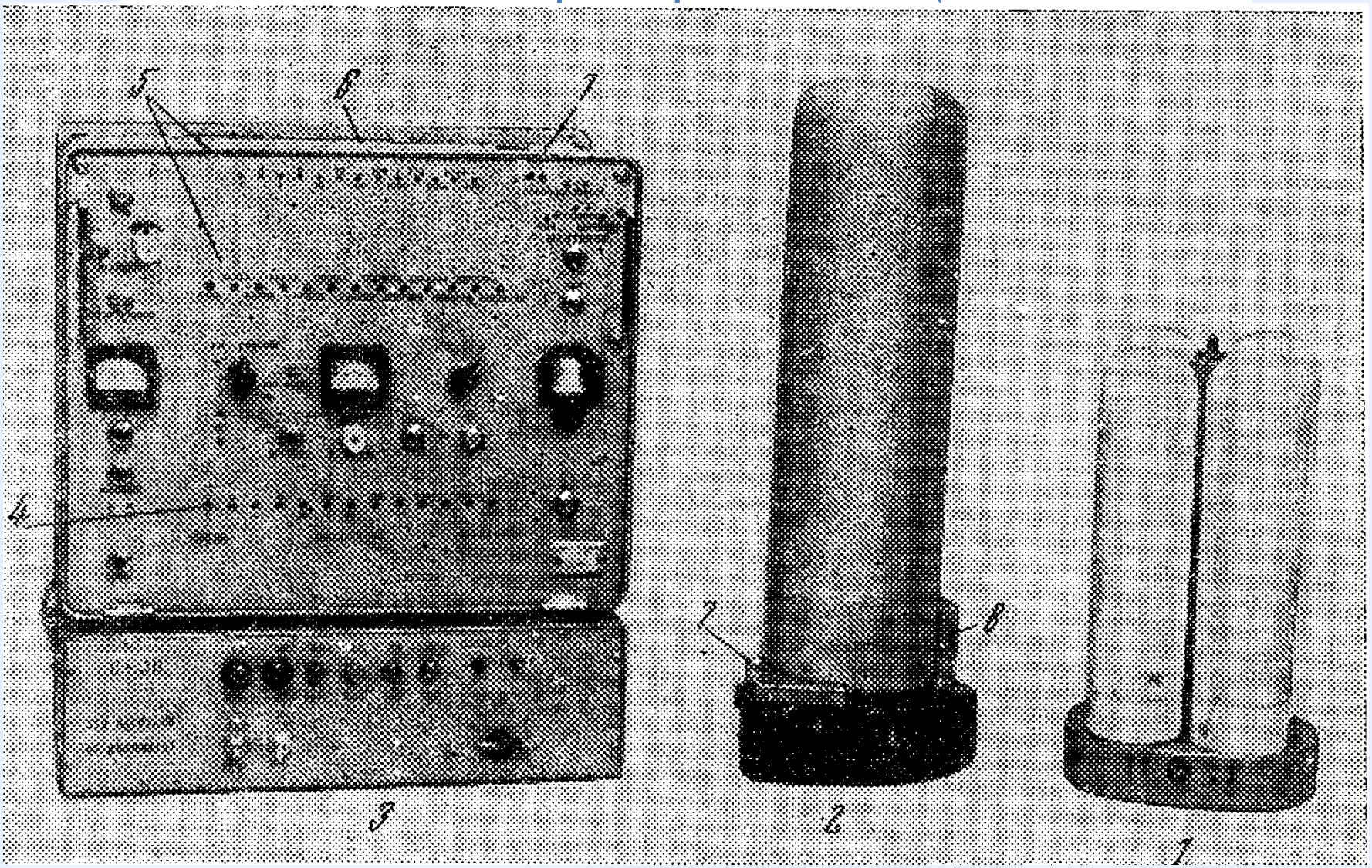
Стержень маятника, показанного на рис. а, на концах имеет конические утолщения, которые резьбовыми кольцами 7 через полукольца 6 прижимаются ,
к головке и к грузу; призма с лезвием 4 запрессована в металлической головке 3. В маятнике, показанном на рис. б, агатовые головка и призма являются единой деталью; головка и груз, имеющие в середине сквозное отверстие, прижимаются к стержню с помощью полуколец 6 гофрированными пружинами 8 и гайками 9.

Маятниковые приборы



Маятниковый прибор ОВМ ЦНИИГАиК:
1 — пульт управления, 2 — маятниковый штатив, 3 — фотоэлектронный регистратор,
4 — табло числа колебаний N маятника, 5 — табло числа Q меток времени,
6 — кварцевый генератор, 7 — вакуумный кран, 5 — ФЭУ, 9 ~ подъемный винт,
10 — осветитель

Маятниковый прибор «Агат» ЦНИИГАиК



/ — кварцевые генераторы, 2 — маятниковый штатив, 3 — силовой блок,
4 — табло числа N колебаний маятника, 5 — табло числа Q меток времени,
6 — пульт управления и регистратор, 7 — уровни, 8 — ФЭУ

Маятниковые приборы

Характеристика	ОВМ	«Агат»
Точность единичной приборо-связи, мГал	0,14	0,08
Точность измерения Δg комплектом, независимо от величины Δg и длительности экспедиции, мГал	0,06 (5 приборов)	0,05 (3 прибора)
Точность регистрации периода колебаний, с	$1 \cdot 10^{-8}$ *	$1 \cdot 10^{-8}$ **
Начальная амплитуда колебаний, мин. дуги	30—40	32
Точность определения поправки за амплитуду, с	$1 \cdot 10^{-8}$	$5 \cdot 10^{-9}$
Температурный коэффициент маятников, мГал/градус	0,4	0,3
Барометрический коэффициент маятников, мГал/мбар	0,4	0,10
Масса:		
маятника, кг	1,5	0,6
маятникового штатива, кг	32	8
одного прибора, кг	73	29
Мощность, потребляемая одним прибором, Вт	485	50

Программа наблюдений на пункте

Программа наблюдений на пункте определяется требуемой точностью гравиметрической связи и величинами инструментальных погрешностей влиянием микросейсмических вибраций и др.

Опыт высокоточных маятниковых измерений показывает, что точность гравиметрической связи во многом зависит от условий перевозки прибора и износа лезвий маятников: повторные определения периода колебаний на опорном пункте могут отличаться от первоначальных до $10 \cdot 10^{-8}$ с (0,4 мГал).

Следовательно, средний период маятника на пункте достаточно получать с точностью $\sim 1 \cdot 10^{-8}$ с.

Программа наблюдений с приборами ОВМ и «Агат» в соответствии с этим имеет следующие особенности.

Продолжительность одной серии наблюдений с прибором ОВМ составляет 4096 полуколебаний маятника (≈34 мин при Т = 0,5 с), т. е. ≈2*10-8 колебаний эталонной частоты 100 кГц.

Частотомер регистратора позволяет взять отсчет с точностью до целого колебания, (0,5*10-8 секунд в величине периода Т).

Программа наблюдений на пункте

Номинальная точность определения Т с учетом погрешности, вносимой электронной схемой, составляет 0,6*10 -8 с. В приборе «Агат» применен рабочий генератор с частотой f = 1 МГц, и потому серию ограничивают 2048 колебаниями (≈17 мин).

2. Амплитуду колебаний фиктивного маятника, а также температуру и давление внутри штатива измеряют в моменты, симметричные относительно среднего момента серии. В приборе «Агат» отсчитываются показания двух ИТС, один из которых расположен на уровне грузов маятников, а другой — на уровне головок.

3. В начале серии контролируют величину несимметрии.

4. Для уменьшения влияния ошибки арретирования, вариаций частоты рабочего генератора, а также микросейсм и вибраций на пункте измеряют 6—8 серий с промежутками между ними в несколько часов.

5. Сравнение частот кварцевых генераторов выполняют ежесуточно, на опорном пункте их контролируют по эталонной частоте службы времени. Частоту генератора находят с помощью регистратора маятникового прибора.

Сравнение заключается в подсчете электронной схемой числа импульсов от кварцевого генератора, укладывающегося в промежутках между импульсами от эталона.

Оценка точности гравиметрической связи

Вычисление гравиметрической связи завершается вычислением Δg по каждому прибору, выводом окончательного результата для всего комплекта и оценкой точности

$$\Delta g = g_2 - g_1 = -2g_1\frac{\Delta T}{T_2} + g_1\left(\frac{\Delta T}{T_2}\right)^2.$$

Если измерения с каждым прибором считать независимыми и равноточными, то в таком случае погрешность единичной приборосвязи, определяемая по уклонениям v каждого отдельного результата от среднего, равна

$$m_{\Delta g} = \sqrt{\frac{\Sigma v^2}{n-1}},$$

а погрешность среднего результата по /г приборам комплекта

$$M_{\Delta g_{ср}} = \frac{m_{\Delta g}}{\sqrt{n}}.$$

При более строгой оценке точности измерения с каждым отдельным прибором нельзя считать равноточными и следует, насколько возможно, учесть систематические погрешности. Это позволит более надежно вычислить окончательное значение разности Δg силы тяжести и его погрешность.

Оценка точности гравиметрической связи

Погрешность каждой единичной приборо-связи представим следующим образом

$$m_{\Delta g}^2 = \left(\frac{2g}{T}\cdot 10^{-8}\right)^2 m_{\Delta T}^2 = \left(\frac{2g}{T}\cdot 10^{-8}\right)^2 (m_0^2 + m_T^2),$$

где T_0 — погрешность определения опорного периода

$$T_0 = \frac{T_{A1} + T_{A2}}{2},$$

которую получают по формуле

$$m_0^2 = \frac{1}{4}(m_{A1}^2 + m_{A2}^2) + \sigma^2,$$

где m_{A1} и m_{A2} погрешности определения средних периодов соответственно при начальном и конечном опорных наблюдениях, а σ — погрешность, вызванная суммарным влиянием всех остальных источников погрешностей, в первую очередь нелинейным изменением приведенной длины за время экспедиции. Ее принимают равной

$$\sigma = \frac{T_{A2} - T_{A1}}{2}$$

Оценка точности гравиметрической связи

$$m_T^2 = m_{T'}^2 + \mu^2 -$$

погрешность вывода среднего периода для данного прибора на определяемом пункте;

$m_{T'}$ —случайная погрешность этого периода, зависящая от погрешностей регистрации, случайных изменений приведенной длины действительных маятников, а также погрешностей учета поправок, случайно меняющихся от одного интервала к другому,

σ — полусистематическая погрешность, постоянная для наблюдений на данном пункте, но меняющаяся случайным образом от одного пункта к другому.

$$\mu^2 = m_A^2 \Delta P^2 + A^2 m_{\Delta P}^2 + m_\alpha^2 \Delta t^2 + \alpha^2 m_{\Delta t}^2 + m_f^2 + m_a^{2*},$$

где α и А —соответственно температурный и барометрический коэффициенты разностного маятника, Δt и Δ Р — отличие соответственно температуры и давления внутри штатива от их среднего значения на опорном пункте;

Оценка точности гравиметрической связи

m_α, m_A, $m_{\Delta t}$, $m_{\Delta P}$ —погрешности перечисленных величин,

m_f и m_a - соответственно погрешности определения поправки за частоту кварцевого генератора и поправки за амплитуду.

Погрешности m_{A1}, m_{A2}, m_T находят по внутренней сходимости (на соответствующем пункте) периодов, исправленных всеми поправками.

Для этого применяется формула

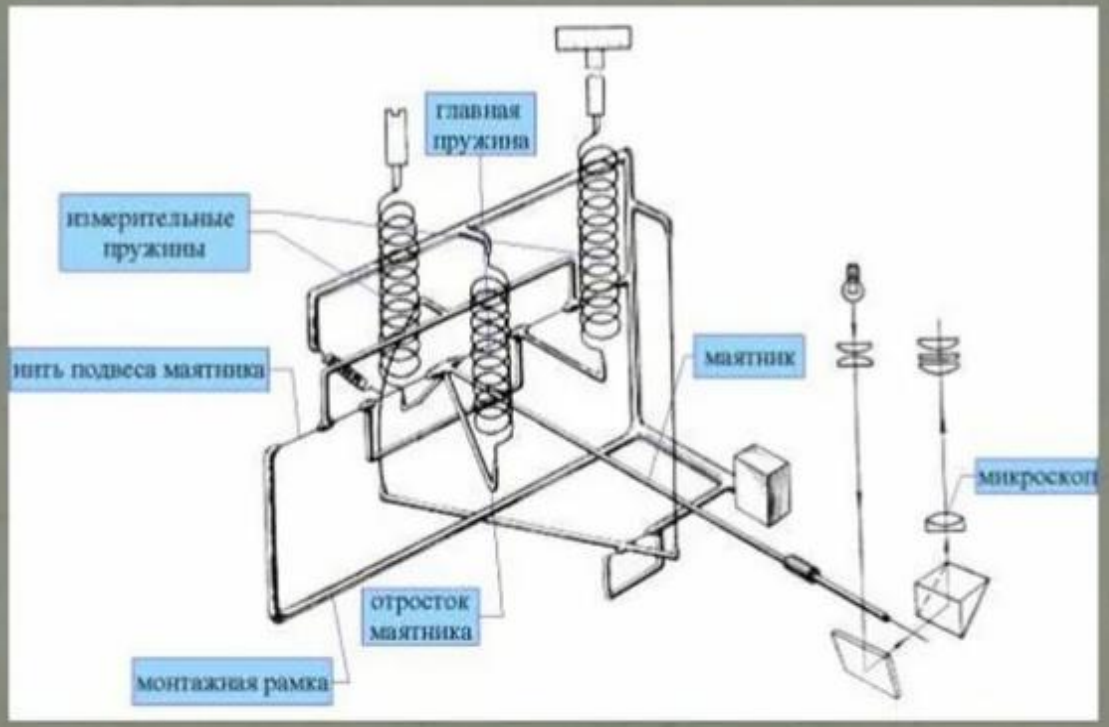
$$m = \sqrt{\frac{\Sigma v^2}{N(N-1)}},$$

где v — уклонение каждого периода от среднего на пункте для каждого прибора, N — число серий наблюдений с данным прибором на пункте.

Остальные погрешности, а также коэффициенты маятников определяют при лабораторных исследованиях.

Устройство кварцевого астазированного гравиметра (ГАК)

Кварцевый гравиметр – астазированный, то есть его чувствительная система находится в положении неустойчивого равновесия. Небольшие изменения силы тяжести приводят к тому, что равновесие нарушается в результате чего маятник прибора отклоняется на достаточно большой угол.



Полезные ссылки

- Кузьмин, В.И. Гравиметрия [Текст]: учеб. пособие / В.И. Кузьмин. – Новосибирск: СГГА, 2011. – 193 с.
- Гравиметрия : учеб.-метод. комплекс для студ. спец. 1-56 01 02 «Геодезия»/сост. и общ. ред. Г. А. Шароглазовой. – Новополоцк : ПГУ, 2006 – 196 с.
- Физический (оборотный маятник)
- https://youtu.be/-iJhJ2LkeR0 **Космическая гравиметрическая миссия Grace**