СӘТБАЕВ УНИВЕРСИТЕТІ SATBAYEV UNIVERSITY

ПӘН: PHY1071 ҚОЛДАНБАЛЫ МЕХАНИКА

ДӘРІС № 3

ПАРАЛЛЕЛЬ КҮШТЕР

Преподаватель: ***Бейсебаева Айгуль Самсалиевна***
Контакты: 8-776-388-14-45, a.s.beysebayeva@satbayev.university

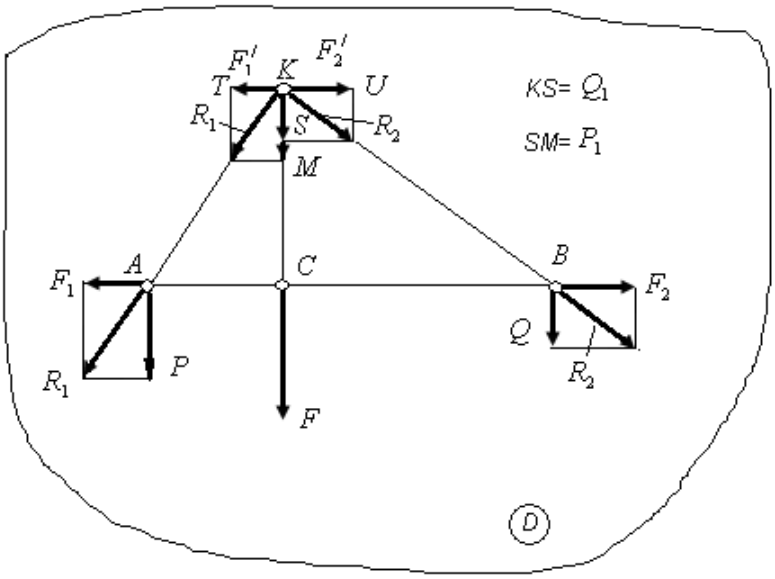
3-тарау. ПАРАЛЛЕЛЬ КҮШТЕР

Әсер ету сызықтары өзара параллель күштерді – *параллель күштер* деп атаймыз.

§1. Екі параллель күштердің тең әсер етуші күші

Қатты дененің A және B нүктелерне өзара параллель және бағыттары бірдей P мен Q күштері әсер етсін (*29-сурет*). A және B нүктелеріне өзара теңдестірілген F_1 және F_2 күштерін түсірейік. Бұл кезде, төрт күштен $\{P, Q, F_1, F_2\}$ тұратын жүйе екінші аксиомаға сәйкес екі күштен $\{P, Q\}$ тұратын берілген жүйеге эквивалент болады. Сонымен, бір бағыттағы, өзара параллель екі күштерді қосу мәселесі, екі түйіскен күштерді қосумен бірдей болып шықты. R_1 және R_2 күштерін, олардың түйісу нүктесі - K нүктесіне алып келеміз, содан кейін, оларды P мен F_1 және F_2 мен Q күштерінің бағыттарына сәйкес құраушыларға жіктейміз. Бұл кезде, төрт күштен $\{P_1, Q_1, F_1', F_2'\}$ тұратын жаңа күштер жүйесін аламыз. Ал бұл жүйе берілген күштер жүйесіне $\{P, Q\}$ эквивалент болып табылады.

САТБАЕВ УНИВЕРСИТЕТІ SATBAYEV UNIVERSITY



29-сурет

A мен B нүктелерінде тұрғызылған параллелограмдардан және K нүктесіндегі параллелограмнан

$$P_1 = P,\ Q_1 = Q,\ F_1' = F_1 \text{ және } F_2' = F_2$$

теңдіктерін аламыз.

Теңдестірілген күштер жүйесін, яғни F_1', F_2' күштерін алып тастап, KC түзуінің бойымен бір жаққа бағытталған P_1 мен Q_1 күштерін аламыз. Алынған күштерді өзара қосып, берілген P мен Q күштерінің модуліне тең F күшін аламыз. Алынған F күші берілген күштерге параллель және оның бағыты берілген күштермен бағыттас. Сонымен, бұл күш берілген күштердің тең әсер етуші күші болып табылады, яғни

$$F = P + Q. \tag{11}$$

Өзінің әсер ету сызығының бойымен F күшін C нүктесіне әкелеміз (*29-сурет*). Енді C нүктесінің жазықтықтағы орнын анықтайық. Ол үшін ACK және LMK үшбұрыштарының, сол секілді BCK мен NCK үшбұрыштарының ұқсастықтарын қарастырып,

$$\frac{AC}{ML} = \frac{KC}{KM} \text{ және } \frac{CB}{SN} = \frac{KC}{KS}.$$

өрнектерін аламыз.

Бұл өрнектердегі $ML = SN = F_1 = F_2$ және $KS = Q$ екенін ескере отырып, бірінші пропорцияны екіншіге бөлгеннен кейін,

$$\frac{AC}{CB} = \frac{Q}{P}. \tag{12}$$

формуласын аламыз:

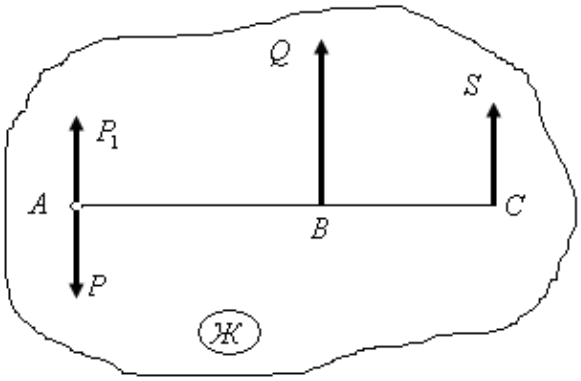
САТБАЕВ УНИВЕРСИТЕТІ SATBAYEV UNIVERSITY

Сонымен, *қатты денеге бір бағытта әсер етуші өзара параллель екі күштің тең әсер етуші күші осы екі күшке бағыттас және параллель болады; ал оның модулі аталған екі күштің модульдерінің қосындысына тең болады; тең әсер етуші күштің әсер ету сызығы денеге әсер етуші екі күштің арасында жатады. Ол сызық осы күштер түсірілген нүктелердің арасын берілген күштерге кері пропорционал бөліктерге бөледі.*

Қатты денеге өзара параллель екі күш $\{P,Q\}$ әсер етсін. Бұл күштер қарама-қарсы бағытталсын және модульдері бір-біріне тең болмасын (*30-сурет*).

Бұл есепті басқаша шешуге болады. Q күшін өзара параллель P_1 мен S күштеріне жіктейміз және A нүктесіне түсірілген P_1 күші модулі бойынша P күшіне тең деп қабылдаймыз. Жоғарыда дәлелденгендей, C нүктесіне түсірілген S күші модулі бойынша $Q-P$ шамасына тең болады. Бұл күштің жазықтықтағы орны келесі пропорциядан анықталады:

$$\frac{AB}{BC}=\frac{Q-P}{P} \text{ немесе } \frac{AC}{CB}=\frac{Q}{P}.$$



30-сурет

Сонымен, екі күштен $\{P,Q\}$ тұратын күштер жүйесінің орнына, үш күштен $\{P,P_1,S\}$ тұратын эквивалент күштер жүйесін алдық. Енді теңестірілген күштер жүйесін $\{P,P_1\}$ алып тастап, жалғыз S күшін аламыз. Бұл күш берілген күштер жүйесіне $\{P,Q\}$ эквивалент және олардың тең әсер етуші күші болып табылады.

Қорытынды: *қатты денеге қарама-қарсы бағытта әсер етуші өзара параллель екі күштің тең әсер етуші күші осы екі күштің үлкен күшінің бағытымен бағыттас және оларға параллель болады; ал оның модулі аталған екі күштің модульдерінің айырмасына тең болады, яғни*

СӘТБАЕВ УНИВЕРСИТЕТІ SATBAYEV UNIVERSITY

$$F = Q - P. \qquad (13\text{-а})$$

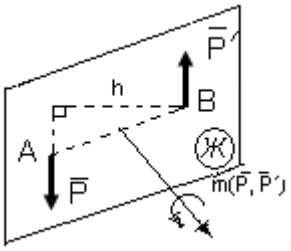
Ал, олардың тең әсер етуші күшінің әсер ету сызығы денеге әсер етуші екі күштің үлкенінің арғы жағында жатады. Ол сызық, осы күштер түсірілген нүктелердің арасын берілген күштерге кері пропорционал бөліктерге бөледі, демек

$$\frac{AC}{CB} = \frac{Q}{P}. \qquad (13\text{-ә})$$

§2. Қос күштер. Қос күштер жүйесі

2.1. Қос күш. Қос күш моменті. Шамалары өзара тең, қарама-қарсы бағытталған екі параллель күштердің жүйесі *– қос күш* деп аталады. Күштер орналасқан AE жазықтығы (*31-сурет*) – қос күш әсерінің жазықтығы, ал олардың арақашықтығы h *– қос күш иіні деп аталады*.

Қос күштің денеге жасайтын айналдыру әсері: 1) $\bar{P}$ күшінің шамасы мен h иінінің ұзындығына; 2) әсер етуші жазықтығының орналасуына; 3) осы жазықтықтағы қос күштің айналу бағытына тәуелді болады.



31-сурет

Қос күш әсері қос күш моментімен анықталады. Моменттің анықтамасы:

Қос күш моменті деп, модулі күш пен иін көбейтіндісіне ($P \cdot h$) тең, ал бағыты қос күш жазықтығына перпендикуляр болып келетін вектор аталады. Оның қасиеттері:

а) қос күш моменті құраушы күштердің кез келген бір нүктеге (центрге) қатысты алынған моменттердің геометриялық қосындысына тең;

ә) қос күштің моменті – оның бір күшінің екінші күштің әсер ету сызығының бойындағы кез келген нүктесіне қатысты алынған моментке тең.

2.2. Қос күштер эквиваленттігі туралы теоремалар

1-теорема. Қос күшті, өз жазықтығында бір орыннан екінші орынға параллель ауыстыруға (тасымалдауға) болады. Бұдан қос күштің қатты денеге әсері өзгермейді.

Қатты дененің A және B нүктелерінде әсер етіп тұрған қос күштің $(\bar{P}_1, \bar{P}_2)$ иіні h-қа тең болсын (*32-сурет*). Бұл нүктелеріне өзара тең $\bar{F}_1$ және $\bar{F}_2$ күштерін түсірейік. Олар AB түзуінің бойымен қарама-қарсы

САТБАЕВ УНИВЕРСИТЕТІ SATBAYEV UNIVERSITY

бағытталған. Бұлардың жүйесі $(\bar{F}_1, \bar{F}_2) \sim 0$ болғандықтан, берілген қос күшті төрт күштің жүйесіне эквивалент деп жаза аламыз: $(\bar{F}_1, \bar{F}_2) \sim (\bar{P}_1, \bar{P}_2, \bar{F}_1, \bar{F}_2)$. Осы жүйедегі A нүктесіне түсірілген екі күшті және B нүктесіндегі екі күшті өзара қосуға болады. Яғни: $\bar{R}_1 = \bar{P}_1 + \bar{P}_2, \bar{R}_2 = \bar{P}_2 + \bar{F}_2 \Rightarrow (\bar{R}_1 + \bar{R}_2) \sim (\bar{P}_1, \bar{P}_2, \bar{F}_1, \bar{F}_2)$. Сонымен қатар $\bar{R}_1$ және $\bar{R}_2$ күштерін сәйкес A және B нүктелерінен, олардың әсер ету сызықтарының кез келген нүктесіне алып бара алатынымыз белгілі. Мысалы, оларды A_1 және B_1 нүктелеріне апарайық. Сонан кейін, оларды бұрынғы күштерге қайта жіктейік. Сонда:

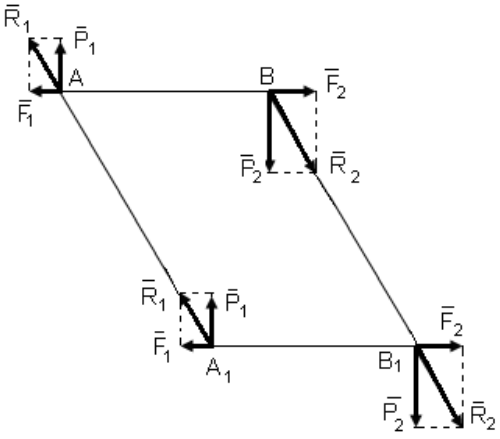
$\bar{R}_1 \sim (\bar{P}_1', \bar{F}_1)$ және $\bar{R}_2 \sim (\bar{P}_2', \bar{F}_2) \Rightarrow (\bar{R}_1, \bar{R}_2) \sim (\bar{P}_1', \bar{P}_2', \bar{F}_1, \bar{F}_2)$.

Ал соңғы жүйеден $(\bar{F}_1, \bar{F}_2) \sim 0$ болатын екі күштің жүйесін алып тастауға болады (*2-аксиома*).

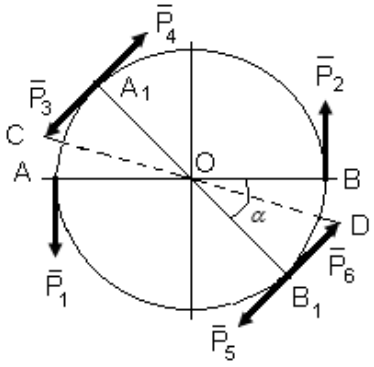
Яғни $(\bar{R}_1, \bar{R}_2) \sim (\bar{P}_1', \bar{P}_2')$ болғандықтан $(\bar{P}_1, \bar{P}_2) \sim (\bar{P}_1', \bar{P}_2')$. Бұл кезде, A_1B_1 кесіндісі AB кесіндісіне параллель және тең екені есте болу керек.

2-теорема. Қос күшті өз жазықтығында кез келген бұрышқа бұруға болады, одан қос күштің қатты денеге әсері өзгермейді.

Дәлелдеу. $\bar{P}_1$ және $\bar{P}_2$ қос күшінің иіні $AB = h$ берілсін (*33-сурет*). AB кесіндісін O нүктесі арқылы α бұрышына бұрсақ, AB кесіндісі A_1B_1 орнына көшеді.



32-сурет



33-сурет

Енді A_1 және B_1 нүктелеріне өзара тең, қарам-қарсы бағыттағы A_1B_1 кесіндісіне перпендикуляр күштер $(\bar{P}_3, \bar{P}_4, \bar{P}_5, \bar{P}_6)$ түсірейік. Олар: $(\bar{P}_3, \bar{P}_4) \sim 0$ және $(\bar{P}_5, \bar{P}_6) \sim 0$, демек $(\bar{P}_1, \bar{P}_2) \sim (\bar{P}_3, \bar{P}_4, \bar{P}_5, \bar{P}_6)$. Бұдан кейін, $\bar{P}_1$ және $\bar{P}_4$

САТБАЕВ УНИВЕРСИТЕТІ SATBAYEV UNIVERSITY

күштерін әсер ету сызықтары қиылысатын С нүктесіне алып барамыз да, оларды қосып, тең әсер етуші $\overline{R}_1$ күшін аламыз. Яғни

$$(\overline{P}_1, \overline{P}_4) \sim \overline{R}_1 \;\Rightarrow\; \overline{R}_1 = \overline{P}_1 + \overline{P}_4 .$$

Сол секілді, бұдан кейін, $\overline{P}_2$ және $\overline{P}_5$ күштерін әсер ету сызықтары қиылысатын D нүктесіне алып барамыз да оларды қосып, тең әсер етуші $\overline{R}_2$ күшін аламыз. Яғни

$$(\overline{P}_2, \overline{P}_5) \sim \overline{R}_2 \;\Rightarrow\; \overline{R}_2 = \overline{P}_2 + \overline{P}_5 .$$

Сонымен:

$$(\overline{P}_1, \overline{P}_2, \overline{P}_3, \overline{P}_4, \overline{P}_5, \overline{P}_6) \sim (\overline{P}_3, \overline{P}_6, \overline{R}_1, \overline{R}_2) .$$

C және D нүктелерін O нүктесімен қосып, пайда болған үшбұрыштар ACO және A_1CO өзара тең екенін көреміз. Бұл үшбұрыштардың теңдігінен: OC түзуі AOA_1 бұрышының, ал OD түзуі BOB_1 бұрышының биссектрисасы екені көрініп тұр. Олай болса, құраушы күштердің шамалары тең болғандықтан $\overline{R}_1$ және $\overline{R}_2$ күштері CD түзуінің бойымен қарама-қарсы бағытталады. Сондықтан: $(\overline{R}_1, \overline{R}_2) \sim 0$, демек:

$$(\overline{P}_3, \overline{P}_4, \overline{R}_1, \overline{R}_2) \sim (\overline{P}_3, \overline{P}_6) .$$

Эквивалент тізбектерді салыстыра отырып, мынадай қортындыға келеміз:

$$(\overline{P}_1, \overline{P}_2) \sim (\overline{P}_3, \overline{P}_6) .$$

Сонымен, берілген қос күштің иінін және шамасын өзгертпей, бұл қос күшті өз жазықтығында кез келген бұрышқа бұруға болады.

Келесі теромаларды дәлелдемей-ақ келтіре кетейік.

3-теорема. Қос күшті бір жазықтықтан оған параллель екінші бір жазықтыққа тасымалдауға болады, одан қос күштің қатты денеге әсері өзгермейді.

4-теорема. Қос күштің иіні (h) мен құраушы күшін (P), олардың көбейтіндісі $P \cdot h = const$ болатындай етіп, өзгертуге болады. Одан қос күштің қатты денеге әсері өзгермейді.

5-теорема. Бір жазықтықта әсер ететін екі қос күшті, сол жазықтықта жататын тең әсерлі бір қос күшпен алмастыруға болады. Тең әсерлі қос күштің моменті құраушы қос күштер моменттерінің алгебралық қосындысына тең.

$$m(R_1, R_2) = m_1 + m_2 .$$

Бұл теорема қос күштерді қосу туралы теорема деп аталады.

САТБАЕВ УНИВЕРСИТЕТІ SATBAYEV UNIVERSITY