ПӘН: PHY1071 ҚОЛДАНБАЛЫ МЕХАНИКА

ДӘРІС № 10

НҮКТЕНІҢ КҮРДЕЛІ ҚОЗҒАЛЫСЫ

Преподаватель: ***Бейсебаева Айгуль Самсалиевна***
Контакты: 8-776-388-14-45, a.s.beysebayeva@satbayev.university

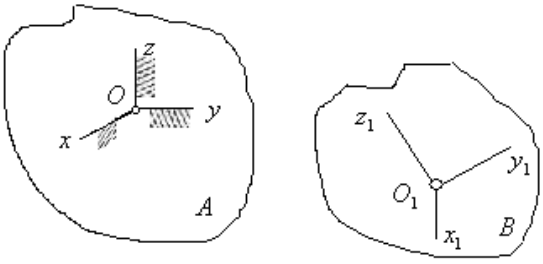
3-*тарау.* НҮКТЕНІҢ КҮРДЕЛІ ҚОЗҒАЛЫСЫ

§1. Нүктенің абсолют, салыстырмалы және тасымал қозғалыстары

Осы бөлімнің бірінші тарауында нүкте қозғалысын белгілі бір санақ жүйесінде қарапайым қозғалыс ретінде қарастырған едік. Көпшілік жағдайда, қозғалысты бір уақытта қозғалатын екі немесе оданда көп қозғалыстардан тұратын – күрделі қозғалыс ретінде қарастыру зерттеуді жеңілдеткен болар еді. Мысалы, түзу жолмен бірқалыпты жүріп келе жатқан поездің вагонының ішінде жоғарыдан құлаған нәрсенің (ыдыс, алма, т.б.) қозғалысын екі қарапайым қозғалыстың жиыны ретінде қарастыруға болады. Атап айтқанда: 1) вагонға қатысты тік бағыттағы үдемелі қозғалыс; 2) вагонмен бірге көлденең бағыттағы бірқалыпты қозғалыс.

Қозғалыстарды зерттеу нәтижелі болу үшін бірнеше негізгі анықтамаларды келтірейік. Нүктенің күрделі қозғалысын зерттеу үшін екі санақ жүйесі алынады:

1. Шартты түрде қозғалмайтын жүйе ретінде, A денесінде орналасқан $Oxyz$ санақ жүйесі алынады, бұл жүйе шартты түрде *негізгі санақ жүйесі* деп аталады;
2. *A денесіне* қатысты қозғалыстағы жүйе ретінде, B денесінде орналасқан $O_1x_1y_1z_1$ санақ жүйесі алынады, бұл жүйе шартты түрде *қозғалмалы санақ жүйесі* деп аталады (*19-сурет*);
3.



19-сурет

САТБАЕВ УНИВЕРСИТЕТІ SATBAYEV UNIVERSITY

4. Нүктенің негізгі санақ жүйесіне қатысты қозғалысы *абсолют қозғалыс* деп аталады;

5. Нүктенің қозғалмалы санақ жүйесіне қатысты қозғалысы *салыстырмалы қозғалыс* деп аталады.

6. Қозғалмалы санақ жүйесінің негізгі санақ жүйесіне қатысты қозғалысы *тасымал қозғалыс* деп аталады;

7. Нүктенің қозғалмалы санақ жүйесіне қатысты салыстырмалы қозғалысынан және оның қозғалмалы санақ жүйесімен бірге қозғалатын тасымал қозғалысынан тұратын қозғалыс нүктенің *күрделі қозғалысы* деп аталады.

Келтірілген анықтамалардан басқа да анықтамаларды есте ұстаған жөн болады. Мысалы: абсолют қозғалыс кезіндегі – абсолют траектория, абсолют жылдамдық ($\vec{v}_{аб}$) және абсолют үдеу ($\vec{a}_{аб}$), сол секілді, салыстырмалы қозғалыс кезіндегі – салыстырмалы траектория, салыстырмалы жылдамдық ($\vec{v}_{сал}$) және салыстырмалы үдеу ($\vec{a}_{сал}$).

Берілген сәтте, қозғалыстағы нүкте өтетін, қозғалмалы санақ жүйесінің белгілі бір жерінің жылдамдығы мен үдеуі *тасымал жылдамдық* ($\vec{v}_{mac}$) және *тасымал үдеу* ($\vec{a}_{mac}$) деп аталады.

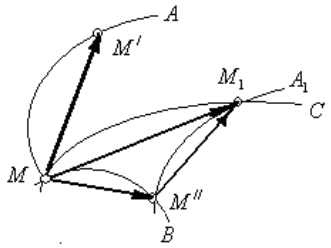
Нүкте секілді дене де күрделі (құрама) қозғалыста бола алады. Нүктеге байланысты тұжырымдар дене үшін де, негізінен, заңды болып табылады.

§2. Нүктенің жылдамдықтарын қосу туралы теорема

Нүктенің абсолют, салыстырмалы және тасымал жылдамдықтарының арасындағы тәуелділіктерді жылдамдықтарды қосу (жылдамдықтар пареллелограмасы) теоремасы арқылы тұжырымдауға болады.

Теорема. *Нүктенің абсолют жылдамдығы оның салыстырмалы және тасымал жылдамдықтарының геометриялық қосындысына тең.*

M нүктесі MA салыстырмалы траектория арқылы қозғалып, Δt уақыт ішінде M' нүктесіне орын ауыстырсын (*20-сурет*). Осы уақытта, салыстырмалы траектория тасымал қозғалыстың нәтижесінде $M''A_1$ орнына ие болады. Демек, Δt уақыт аралығында берілген нүкте M_1 орнына келіп орналасады.



20-сурет

САТБАЕВ УНИВЕРСИТЕТІ SATBAYEV UNIVERSITY

Сонымен, MB сызығы – нүктенің тасымал қозғалысындағы салыстырмалы траекториясы, ал MC – нүктенің абсолют қозғалысы траекториясы болып табылады.

$\vec{MM}_1$ векторы – нүктенің абсолют қозғалыстағы орын ауыстыруы, $\vec{MM}''$ векторы – нүктенің тасымалдау қозғалысындағы орын ауыстыруы. Вектор $\vec{M''M}_1$ модулі бойынша салыстырмалы орын ауыстырудың модуліне тең, бірақ олардың бағыттары қарама-қарсы ($\vec{MM}_1 = -\vec{M''M}_1$).

Вектор $\vec{MM}_1$ екі орын ауыстырудың қосындысы екені суреттен көрініп тұр, яғни: $\vec{MM}_1 = \vec{M''M}_1 + \vec{MM''}$. Осы теңдіктің екі жағында Δt-ға бөліп, содан кейін, Δt нөлге ұмтылғандағы шекті табамыз:

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\vec{MM}_1}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\vec{MM''}}{\Delta t} + \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\vec{M''M}_1}{\Delta t}.$$

Жылдамдықтың анықтамасы бойынша, $\lim\limits_{\Delta t\to 0}\frac{\vec{MM}_1}{\Delta t}$ – абсолют жылдамдық, ал $\lim\limits_{\Delta t\to 0}\frac{\vec{MM''}}{\Delta t}$ – тасымал жылдамдығы болып табылады. Ал енді $\lim\limits_{\Delta t\to 0}\frac{\vec{M''M}_1}{\Delta t}$ – өрнегіне келетін болсақ, суреттен көрініп тұрғандай, егер $\Delta t \to 0$ болса, онда M_1 нүктесі M нүктесінің орнына ұмтылады, ал $\overset{\cup}{M''A}_1$ қисығы $\overset{\cup}{MA}$ қисығымен сәйкес келуге ұмтылады. Бұл кезде, вектор $\vec{M''M}_1$ өзінің шектік орнына – $\vec{MM}_1$ ұмтылады, сондықтан $\lim\limits_{\Delta t\to 0}\frac{\vec{MM}_1}{\Delta t} = \lim\limits_{\Delta t\to 0}\frac{\vec{M''M}_1}{\Delta t}$ – өрнегі нүктенің салыстырмалы жылдамдығы болып табылады. Демек,

$$\vec{v}_{аб} = \vec{v}_{сал} = \vec{v}_{мас}. \qquad (32)$$

Бұл жылдамдықтар ($\vec{v}_{аб}, \vec{v}_{сал}, \vec{v}_{мас}$) сәйкес осьтерге жанама бойымен бағытталады (*21-сурет*).

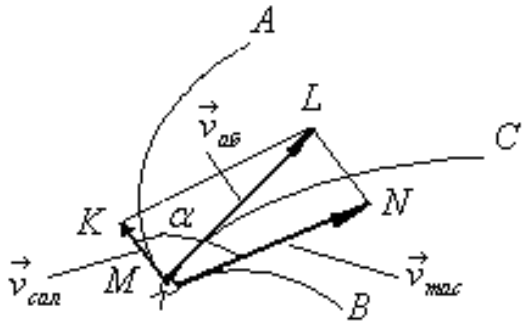
Тасымал және салыстырмалы қозғалыстардың арасындағы бұрышты α арқылы белгілесек, онда косинустар теоремасы бойынша MKL үшбұрышынан

$$v^2 = v_{аб}^2 + v_{сал}^2 - 2v_{мас}\cdot v_{мас}\cos(\pi - \alpha),$$

немесе

$$v_{аб} = \sqrt{v_{мас}^2 + v_{сал}^2 + 2v_{мас}v_{сал}\cos\alpha}. \qquad (33)$$

САТБАЕВ УНИВЕРСИТЕТІ SATBAYEV UNIVERSITY



21-сурет

Егер тасымал және салыстырмалы қозғалыстар жылдамдықтарының модулі мен бағыттары белгілі болса, онда соңғы формуланы қолданып, абсолют жылдамдықтың модулін анықтауға болады.

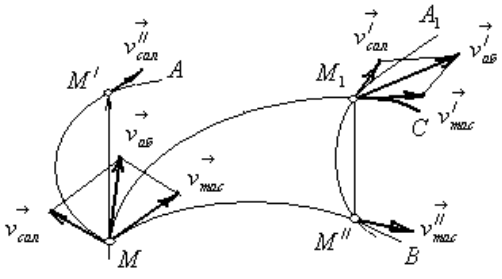
§3. Нүктенің үдеулерін қосу туралы теорема

Жылдамдықтарды қосу теоремасы кез келген тасымалдау қозғалысы үшін дәлелденді. Ал нүктенің үдеулерін қосу (үдеулер параллелограммасы) теоремасы тасымал қозғалысының тек ілгерілмелі қозғалысы үшін ғана дұрыс болып табылады.

Теорема. *Егер нүктенің қозғалысы тек ілгерілмелі болса, онда нүктенің абсолют үдеуі оның салыстырмалы және тасымал үдеулерінің геометриялық қосындысына тең.*

Келесі *22-суретте* нүктенің абсолют, тасымал және салыстырмалы жылдамдықтарының t мен $t_1 = t + \Delta t$ уақыттарына сәйкес M және M_1 орындары көрсетілген.

Тасымал қозғалысы ілгерілмелі болғандықтан, $\overset{\smile}{M''A_1}$ траекториясының барлық нүктелерінің тасымал жылдамдықтары бір-бірімен геометриялық теңдікте болады, яғни $\vec{v}'_{mac} = \vec{v}''_{mac}$.



22-сурет

САТБАЕВ УНИВЕРСИТЕТІ SATBAYEV UNIVERSITY

Салыстырмалы жылдамдықтары $\vec{v}'_{сал}$ және $\vec{v}''_{сал}$ бір-бірімен геометриялық теңдікте болады ($\vec{v}'_{сал} = \vec{v}''_{сал}$). Үдеудің анықтамасы бойынша

$$\vec{a}_{аб} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{v}_{аб}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{v}'_{аб} - \vec{v}_{аб}}{\Delta t}, \qquad (34)$$

бұл өрнектегі:

$\vec{v}'_{аб} = \vec{v}'_{mac} + \vec{v}'_{сал}$, ал $\vec{v}'_{сал} = \vec{v}''_{сал}$ болғандықтан $\vec{v}'_{аб} = \vec{v}''_{mac} + \vec{v}''_{сал}$ теңдігі заңды болып табылады.

Сол секілді: $\vec{v}_{аб} = \vec{v}_{mac} + \vec{v}_{сал}$. Енді $\vec{v}_{аб}$ және $\vec{v}'_{аб}$ мәндерін *34-формулаға* қоямыз, сонда:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{v}''_{mac} + \vec{v}''_{сал} - \vec{v}_{mac} - \vec{v}_{сал}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{v}''_{mac} - \vec{v}_{mac}}{\Delta t} + \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{v}''_{сал} - \vec{v}_{сал}}{\Delta t}.$$

Соңғы теңдіктегі

$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{v}''_{mac} - \vec{v}_{mac}}{\Delta t}$ өрнегі тасымал үдеуі ($\vec{w}_{mac}$) болып, ал $\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{v}''_{сал} - \vec{v}_{сал}}{\Delta t}$ өрнегі салыстырмалы үдеуі ($\vec{a}_{сал}$) болып табылады, сондықтан:

$$\vec{a}_{аб} = \vec{a}_{mac} + \vec{a}_{сал}. \qquad (35)$$

§4. Кориолис теоремасы

Егер тасымал қозғалысы ілгерілмелі болмаса, онда нүктенің абсолют үдеуін үдеулерді қосу теоремасының көмегімен анықтай алмаймыз. Бұл кезде, 1836 жылы дәлелденген Кориолис теоремасын қолданамыз.

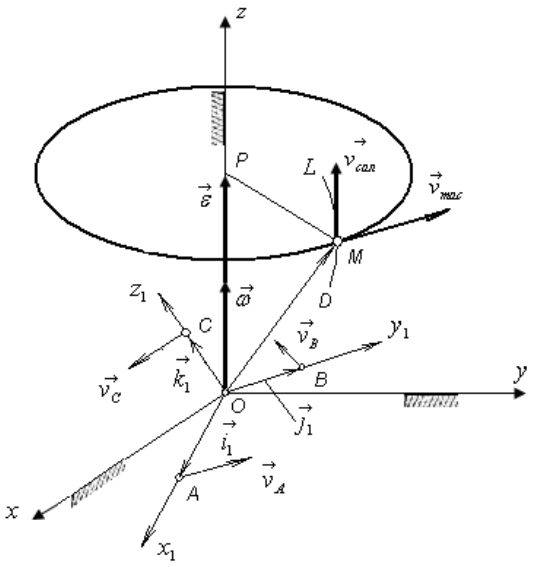
Теорема. *Егер тасымал қозғалысы ілгерілмелі болмаса, онда нүктенің абсолют үдеуі үш үдеулердің, атап айтқанда: тасымал, салыстырмалы және бұрылыс үдеулерінің геометриялық қосындысына тең болады.*

Теореманы, қозғалыстың жекеленген түрі үшін, яғни тасымал қозғалысының – қозғалмайтын осьті айналу қозғалысы үшін дәлелдейміз. Ол үшін координаталарының басы бір нүктедегі, қозғалмайтын *Oz* осін айналып тұрған, санақ осьтерінің екі жүйесін аламыз. Олар: негізгі жүйе – *Oxyz* және қозғалмалы жүйе – $Ox_1y_1z_1$.

Бір уақыт мезгілінде, қозғалыстағы нүктенің орны радиус-вектормен ($\vec{r}$) анықталатын «*M*» (*23-сурет*) болсын.

Суретте көрсетілгендей, *DL* сызығы нүктенің салыстырмалы траекториясын, ал центрі *P* нүктесіндегі, радиусы *PM* көлденең жазықтықтағы шеңбер – оның «тасымал траекториясын» көрсетеді.

САТБАЕВ УНИВЕРСИТЕТІ SATBAYEV UNIVERSITY



23-сурет

Қозғалыстағы санақ жүйесінің Oz осін айналып тұрған кездегі бұрыштық жылдамдығы мен бұрыштық үдеуінің векторларын $\vec{\omega}$ және $\vec{\varepsilon}$ арқылы белгілейміз. Сонымен қатар «M» нүктесінің қозғалмалы санақ жүйесіндегі координаталарын x_1, y_1, z_1 арқылы; осы жүйедегі бірлік векторларын - $\vec{i}_1$, $\vec{j}_1$, $\vec{k}_1$ арқылы белгілейміз (бұл шамалардың уақытқа тәуелді екені есте болу керек). «M» нүктесінің тасымал жылдамдығы векторлық түрде: $\vec{v} = \vec{\omega} \mathrm{X} \vec{r}$ және оның бірлік векторлар арқылы өрнектелген салыстырмалы жылдамдығы: $\vec{v}_{ñàë} = \dot{x}_1 \vec{i}_1 + \dot{y}_1 \vec{j}_1 + \dot{z}_1 \vec{k}i_1$.

Жылдамдықтар параллелограмасы теоремасы бойынша: $\vec{v}_{аб} = \vec{v}_{мас} + \vec{v}_{сал}$. Нүктенің абсолют үдеуі:

$$\vec{a}_{аб} = \frac{d\vec{v}_{аб}}{dt} = \frac{d\vec{v}_{мас}}{dt} \frac{d\vec{v}_{сал}}{dt}. \qquad (36)$$

Енді тасымал үдеуін табайық, яғни $\frac{d\vec{v}_{мас}}{dt} = \frac{d(\vec{\omega} \mathrm{X} \vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \mathrm{X} \vec{r} + \vec{\omega} \mathrm{X} \frac{d\vec{r}}{dt}$.

Бұл өрнектегі: $\frac{d\vec{r}}{dt}$ - M нүктесінің абсолют жылдамдығы, $\frac{d\vec{\omega}}{dt}$ – қозғалмалы санақ жүйесінің Oz осін айналудағы бұрыштық үдеуі. $\frac{d\vec{r}}{dt}$

САТБАЕВ УНИВЕРСИТЕТІ SATBAYEV UNIVERSITY

өрнегін $\vec{v}_{аб} = \vec{v}_{тас} + \vec{v}_{сал}$ арқылы, ал $\frac{d\vec{\omega}}{dt}$ өрнегін $\vec{\varepsilon}$ арқылы алмастырғаннан кейін

$$\frac{d\vec{v}_{тас}}{dt} = \vec{\varepsilon} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times (\vec{v}_{тас} + \vec{v}_{сал}) \text{ немесе } \frac{d\vec{v}_{тас}}{dt} = \vec{\varepsilon} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \vec{v}_{тас} + \vec{\omega} \times \vec{v}_{сал}.$$

Соңғы өрнектегі $\vec{\varepsilon} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \vec{v}_{тас} = \vec{w}_{тас}$ болғандықтан:

$$\frac{d\vec{v}_{тас}}{dt} = \vec{w}_{тас} + \vec{\omega} \times \vec{v}_{сал}. \quad (37)$$

Енді салыстырмалы үдеуді табайық:

$$\frac{d\vec{v}_{сал}}{dt} = \frac{d}{dt}(\dot{x}_1\vec{i}_1 + \dot{y}_1\vec{j}_1 + \dot{z}_1\vec{k}_1) = \ddot{x}_1\vec{i}_1 + \ddot{y}_1\vec{j}_1 + \ddot{z}_1\vec{k}_1 + \dot{x}_1\frac{d\vec{i}_1}{dt} + \dot{y}_1\frac{d\vec{j}_1}{dt} + \dot{z}_1\frac{d\vec{k}_1}{dt}. \quad (38)$$

23-суреттен көрініп тұрғандай, $\vec{i}_1$ векторының шеткі нүктесі A-ның жылдамдығы: $\frac{di_1}{dt}$. Сондықтан: $\vec{v}_A = \frac{d\vec{i}_1}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{i}_1$. Сол секілді: $\vec{v}_B = \frac{d\vec{j}_1}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{j}_1$ және $\vec{v}_C = \frac{d\vec{k}_1}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{k}_1$.

Осы мәндерді пайдаланып,

$\frac{d\vec{v}_{сал}}{dt} = \ddot{x}_1\vec{i}_1 + \ddot{y}_1\vec{j}_1 + \ddot{z}_1\vec{k}_1 + \dot{x}_1(\vec{\omega} \times \vec{i}_1) + \dot{y}_1(\vec{\omega} \times \vec{j}_1) + \dot{z}_1(\vec{\omega} + \vec{k}_1)$, теңдігін алмыз немесе соңғы үш мүшедегі $\vec{\omega}$-ны жақшаның сыртына шығарсақ

$$\frac{d\vec{v}_{сал}}{dt} = \ddot{x}_1\vec{i}_1 + \ddot{y}_1\vec{j}_1 + \ddot{z}_1\vec{k}_1 + \vec{\omega} \times (\dot{x}_1\vec{i}_1 + \dot{y}_1\vec{j}_1 + \dot{z}_1\vec{k}_1).$$

Енді $\vec{w}_{сал} = \ddot{x}_1\vec{i}_1 + \ddot{y}_1\vec{j}_1 + \ddot{z}_1\vec{k}_1$ - екенін ескерсек,

$\frac{d\vec{v}_{сал}}{dt} = \vec{w}_{сал} + \vec{\omega} \times \vec{v}_{сал}$. $\frac{d\vec{v}_{тас}}{dt}$ және $\frac{d\vec{v}_{сал}}{dt}$ мәндерін $\vec{w}_{аб}$ теңдеуіне қойсақ,

$$\vec{w}_{аб} = \vec{w}_{тас} + \vec{w}_{сал} + 2\vec{\omega} \times \vec{v}_{сал}. \quad (39)$$

$2\vec{\omega} \times \vec{v}_{сал}$ *векторы бұрылыс үдеуі немесе Кориолис үдеуі деп аталады.* Бұл үдеуді, бұдан былай, $\vec{a}_б$ символы арқылы белгілейтін боламыз.

САТБАЕВ УНИВЕРСИТЕТІ SATBAYEV UNIVERSITY

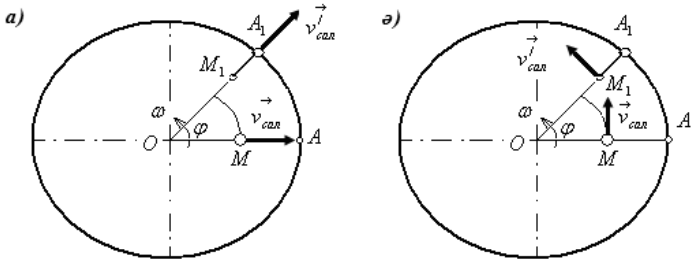
Сонымен, айналудағы тасымал қозғалысы үшін Кориолис (*G.Coriolis, 1792-1843. Француз ғалымы, инженер, Париж ғылым Академиясының мүшесі*) теоремасын дәлелдедік.

§5. Бұрылыс үдеуі

Өткен параграфта дәлелденген Кориолис теоремасы бойынша, тасымал қозғалысы ілгерілмелі болмаған кезде нүктенің абсолют үдеуі үш үдеулердің (тасымал, салыстырмалы және бұрылыс үдеулері) геометриялық қосындысына тең болады екен. Осыған байланысты, нүкте екі түрлі қозғалыста болғандықтан, үшінші үдеу қайдан пайда болды деген сұрақ туындайды. Осы сұраққа жауап беру үшін, келесі мысалды қарастырайық.

Мысал. Темір табақ (диск) тұрақты бұрыштық жылдамдықпен (ω) O осін айналып тұрсын. Оның OA радиусын бойлай M нүктесі бірқалыпты қозғалыста болсын (*24-сурет*). Нүктенің жылдамдығы $v_{сал}$. Нүктенің радиусты бойлай қозғалысы – салыстырмалы қозғалыс, ал табақпен бірге айналуы – тасымал қозғалыс болып табылады.

Нүктенің салыстырмалы қозғалысы түзу сызықты және бірқалыпты болғандықтан, салыстырмалы қозғалыс кезінде жылдамдық ($\vec{v}_{сал}$) өзгермейді және $\vec{a}_{сал} = 0$, бірақ табақтың айналуына байланысты (тасымал қозғалыс) салыстырмалы жылдамдықтың ($\vec{v}_{сал}$) бағыты өзгереді.



24-сурет

Келтірілген суретте (24 а-сурет) қозғалыстағы нүктенің t және $t + \Delta t$ уақыттарына сәйкес келетін екі орны көрсетілген, олар M және M_1. Осы суретте, аталған кезеңдерге сәйкес келетін салыстырмалы жылдамдықтың ($\vec{v}_{сал}$) және үдеудің $\vec{v}'_{сал}$ векторлары көрсетілген. Тасымал қозғалысындағы салыстырмалы жылдамдықтың ($\vec{v}_{сал}$) бағытының өзгеруі, бұрылу үдеуінің белгілі бір бөлігімен сипатталады.

Табақтың бірқалыпты айналуы, шындығында, тасымал қозғалысы болып табылатындықтан, «M» нүктесінің тасымал жылдамдығы тасымал

СӘТБАЕВ УНИВЕРСИТЕТІ SATBAYEV UNIVERSITY

қозғалысының нәтижесінде тек өзінің бағытын ғана өзгертеді. Сондықтан нүктенің тасымал үдеуі тек тік (нормаль) үдеуден тұрады. Яғни,

$$a_{mac} = a_{mac}^{\text{тік}} = OM \cdot \omega^2 . \qquad (40)$$

Сонымен қатар салыстырмалы қозғалыстың нәтижесінде қарастырылып отырған нүкте табақтың «M_1» нүктесіне орын ауыстырады. Бұл жердегі жылдамдық бұрынғы орынның жылдамдығына қарағанда көп болады, яғни M орнының жылдамдығы $v_{mac} = OM \cdot \omega$, ал M_1 орнының жылдамдығы $v_{mac} = OM_1 \cdot \omega$ (*24 ә-сурет*). Сондықтан, салыстырмалы қозғалыстың нәтижесінде тасымал қозғалысының жылдамдығы ($\vec{v}_{mac}$) белгілі бір мәнге өзгереді, ал бұл өзгерістен, бұрылыс үдеуінің келесі бөлігі туындайды. Демек:

$$\vec{a}_{\text{бр}} = 2\vec{\omega} \text{X} \vec{v}_{сал} . \qquad (41)$$

Қорыта айтқанда, *нүктенің бұрылу үдеуі айналудағы тасымал және салыстырмалы қозғалыстардың өзара әсерлерінің нәтижесінде туындайды (ол тасымал жылдамдығының салыстырмалы қозғалыстағы және салыстырмалы жылдамдығының тасымал қозғалысындағы өзгеруін ескереді)*.

§6. Нүктенің күрделі (құрама) қозғалысының есептері туралы

Нүктенің құрама қозғалысының есептерінде қарастырылатын мәселелер:

1) тасымал және салыстырмалы қозғалыстардың берілген элементтерін пайдаланып, нүктенің абсолют қозғалысының кинематикалық элементтерін (жылдамдық, үдеу, қозғалыстың теңдеуі мен траекториясы) анықтау;

2) абсолют және тасымал қозғалыстардың берілген элементтерін пайдаланып, нүктенің салыстырмалы қозғалысының кинематикалық элементтерін анықтау;

3) абсолют және салыстырмалы қозғалыстардың берілген элементтерін пайдаланып, нүктенің тасымал қозғалысының кинематикалық элементтерін анықтау.

Есепті қарастырар алдында есте болатын жағдайлар:

а) қарастырылып отырған нүктенің қозғалысын жете түсіну;

ә) абсолют, салыстырмалы және тасымал қозғалыстарын анықтау;

б) негізгі және қозғалмалы координаттар жүйесін таңдап алу (керек болған кезде);

в) барлық қозғалыстар кезіндегі нүктенің траекториясын белгілеп алу (көз мөлшермен болса да).

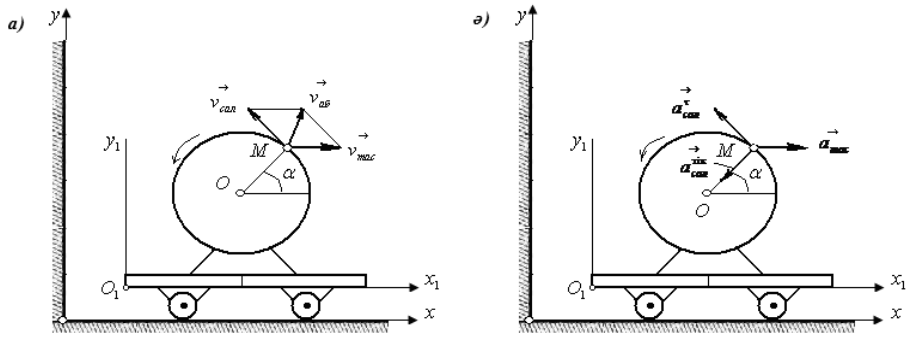
Нүкте қозғалысының түрін анықтау кезінде, келесі тәсілді қолдануға болады:

- нүктенің салыстырмалы қозғалысын анықтау үшін, осы қозғалысты ойша тоқтатып қойып (қозғалмалы санақ жүйесін тоқтатып), нүктенің осы кездегі, яғни қозғалмайтын санақ жүйесіндегі қозғалысын бақылау керек;

САТБАЕВ УНИВЕРСИТЕТІ SATBAYEV UNIVERSITY

- нүктенің тасымал қозғалысын анықтау үшін нүктенің салыстырмалы қозғалысын ойша тоқтатып қойып, осы қозғалмалы санақ жүйесіндегі қозғалыстағы нүктенің ойша тоқтатылған орынның қозғалысын бақылау керек.

Мысал. Түзу сызықты қозғалыстағы арбаның үстіне мотор орнатылған (*25-сурет*). Оның қозғалысы оң жаққа бағытталған, үдеуі $a_1 = 20 см/с^2$.

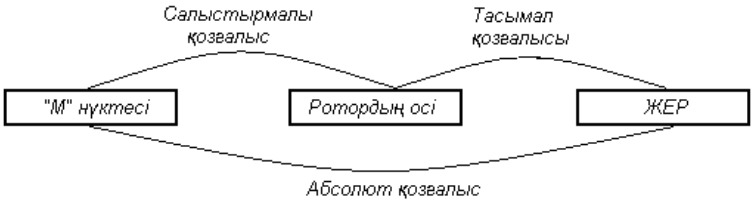


25-сурет

Мотордың роторы (радиусы $R = 20\,см$) суретте көрсетілген бағытта (сағат тілінің бағытына қарсы) $\varphi = 2 \cdot t^2$ заңымен айналады. Арба қозғала бастағаннан кейін $t = 1\,с$ уақыт өткенде, оның xy радиусы көлденең бағытпен (Ox осі) $\alpha = 45^0$ құрайды. Осы кезде, ротордың тоғындағы M нүктесінің абсолют жылдамдығы мен абсолют үдеуі неге тең болады?

1. Алдымен M нүктесінің абсолют жылдамдығын табамыз.

Тогындағы M нүктесі күрделі қозғалыста болады. Осыған байланысты негізгі (xy) және қозғалмалы (x_1y_1) санақ жүйелерін *25-суретте* көрсетілгендей етіп қабылдаймыз. Бұл кезде нүктенің, центрі O шеңбер бойымен қозғалысы – салыстырмалы қозғалыс, ал арба үстіндегі мотордың қозғалысы – тасымал қозғалысы болып табылады *(26-сурет)*.



26-сурет

Қозғалыс басталғаннан кейін $1\,с$ өткен кездегі ротордың бұрыштық жылдамдығы мен бұрыштық үдеуін анықтаймыз. Олар:

САТБАЕВ УНИВЕРСИТЕТІ SATBAYEV UNIVERSITY

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = 4t = 4 \quad 1/c\,, \quad \varepsilon = \frac{d^2\varphi}{dt^2} = 4 \quad 1/c^2\,.$$

M нүктесінің салыстырмалы жылдамдығы $v_{сал} = R \cdot \omega = 80\ см/с$, ал оның бағыты OM радиусына перпендикуляр және ротордың айналу бағытымен бағыттас. Тасымал қозғалысы – ілгерілмелі, түзу сызықты және оның үдеуі тұрақты, яғни $a_{тас} = 20\ см/с^2$. Тасымал жылдамдығы ($v_{тас} = a_{тас} \cdot t = 20\ см/с$) арба қозғалысына бағыттас болып, көлденең бағытталған. Параллелограмды $\vec{v}_{сал}$ және $\vec{v}_{тас}$ векторларының көмегімен құрып, M нүктесінің абсолют жылдамдығын табамыз (*25 а-сурет*). Оның сандық мәнін $\varphi = 135^0$-қа сәйкес табамыз

$$v_{\text{аб}} = \sqrt{v_{\text{тас}}^2 + v_{\text{сал}}^2 + 2v_{\text{тас}}v_{\text{сал}} \cdot \cos\alpha} = 67{,}4\ \text{см/с}\,.$$

2. Енді M нүктесінің абсолют үдеуін табамыз.

M нүктесінің абсолют үдеуі үш үдеулердің ($\vec{a}_{тас}$, $\vec{a}^{\text{тік}}_{сал}$ $\vec{a}^{\tau}_{сал}$) геометриялық қосындысына тең болады, олардың бағыттары *25 ә-суретінде* көрсетілген. Аталған үдеулерді табайық.

- нүктенің тасымал үдеуі жоғарыда табылған: $a_{тас} = 20\ см/с^2$;

- нүктенің салыстырмалы үдеуі екі құраушыдан тұрады, олар *27- және 31-формулалардың* көмегімен анықталады:

$$\vec{a}^{\text{тік}}_{сал} = R \cdot \omega^2 = 320\ см/с^2\,, \qquad \vec{a}^{\tau}_{сал} = R \cdot \varepsilon = 80\ см/с^2\,.$$

- M нүктесінің абсолют үдеуі:

$$a_{аб} = \sqrt{20^2 + 320^2 + 80^2} \approx 331\ см/с^2\,.$$

СӘТБАЕВ УНИВЕРСИТЕТІ SATBAYEV UNIVERSITY