ПӘН: PHY1071 ҚОЛДАНБАЛЫ МЕХАНИКА

ДӘРІС № 13

ҚАТТЫ ДЕНЕ ҚОЗҒАЛЫСЫНЫҢ ЖАЛПЫ ТҮРІ

Преподаватель: ***Бейсебаева Айгуль Самсалиевна***
Контакты: 8-776-388-14-45, a.s.beysebayeva@satbayev.university

6-*тарау.* ҚАТТЫ ДЕНЕ ҚОЗҒАЛЫСЫНЫҢ ЖАЛПЫ ТҮРІ

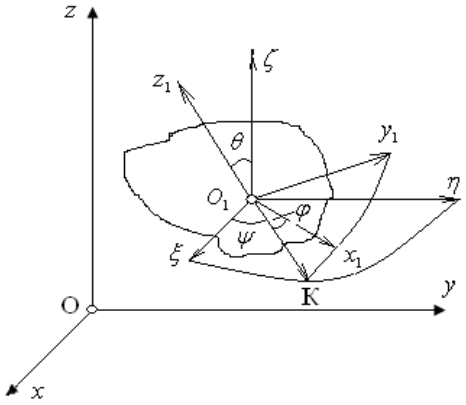
Қозғалыстың кез келген түрін жасай алатын дене – еркін қатты дене деп аталады. Еркін қатты дене қозғалысының жалпы түрін, яғни дененің кеңістіктегі өз бетімен өз еркінше қозғалысын қарастырайық. Мұндай қозғалыстың мысалы ретінде ғарыш кораблінің, ракетаның қозғалыстарын келтіруге болады.

§1. Еркін қатты дене қозғалысының теңдеуі

Еркін қатты дененің кеңістіктегі орнын анықтау үшін: $Oxyz$ қозғалмайтын жүйесі және қозғалыстағы денеге бекітілген қозғалмалы жүйе $O_1x_1y_1z_1$ сияқты екі координаттар жүйесін алайық.

СӘТБАЕВ УНИВЕРСИТЕТІ SATBAYEV UNIVERSITY

Сонымен қоса, тағы бір $O_1\xi\eta\zeta$ жүйесін аламыз, бұл жүйенің басы екінші жүйенің басымен бір нүктеде, яғни O_1 нүктесінде болады, ал осьтері қозғалмайтын жүйенің осьтеріне параллель орналасқан (*50-сурет*).



50-сурет

Дененің қозғалмайтын координаталар жүйесіне қатысты кеңістіктегі орны қозғалмалы жүйенің $(O_1x_1y_1z_1)$ кеңістіктегі орнымен толығымен анықталады. Бұл қозғалмалы жүйенің қозғалмайтын жүйеге қатысты орны, координаттар жүйесінің басы O_1 нүктесімен және O_1x_1, O_1y_1, O_1z_1 осьтерінің $O_1\xi\eta\zeta$ жүйесіне қатысты орнымен анықталады.

Бұл кезде, O_1 нүктесінің қозғалмайтын жүйеге қатысты орны оның x_0 y_0, z_0 координаттармен, ал $O_1x_1y_1z_1$ жүйесінің, $O_1\xi\eta\zeta$ жүйесіне қатысты орны Эйлер бұрыштарымен (олар үшеу) анықталады.

Дене еркін қозғалыста болған кезде, оның $Oxyz$ қозғалмайтын жүйеге қатысты кеңістіктегі орнын анықтайтын алты шамалардың барлығы да өзгереді.

Дененің қозғалысы белгілі болу үшін аталған алты шамалардың барлығы да, уақыт функциясы ретінде берілу керек, демек:

$$\begin{aligned} x_0 &= f_1(t) & \psi &= f_4(t) \\ y_0 &= f_2(t) & \theta &= f_5(t) \\ z_0 &= f_3(t) & \varphi &= f_6(t) \end{aligned} \qquad (71)$$

Бұл теңдеулер *еркін қатты дене қозғалысының теңдеулері* деп аталады.

Сонымен, еркін қатты дененің еркіндік дәрежесі – алтау.

§2. Еркін қатты дененің орын ауыстыруы туралы теорема (Шаль теоремасы)

Еркін қатты дененің орын ауыстыруы туралы теореманың негізі ретінде дененің орын ауыстыру теоремасын қабылдаймыз: *еркін қатты дененің кез келген орын ауыстыруын, сол дененің кез келген бір нүктесімен, мысалы,* O_1

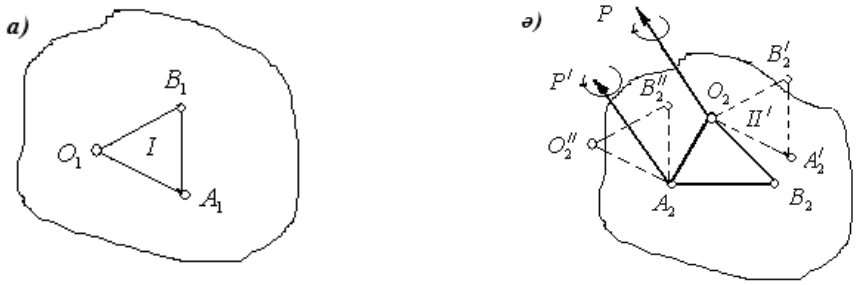
СӘТБАЕВ УНИВЕРСИТЕТІ SATBAYEV UNIVERSITY

нүктесімен бірге ілгерілмелі орын ауыстыруы арқылы және осы нүкте арқылы өтетін осьті айналуы арқылы іске асыруға болады.

Еркін дененің кеңістіктегі орнын бір түзудің бойында жатпайтын үш нүктелердің орындары арқылы анықтауға болатыны белгілі. Олай болса, дененің O_1, A_1, B_1 нүктелерін алайық (*51 а-сурет*). Уақыттың белгілі бір t сәтінде, қарастырылып отырған дене I орнында, ал t_1 сәтінде II орнында болсын (*51 б-сурет*).

Денені ілгерілмелі жылжытып, O_1 нүктесін O_2 нүктесіне алып келейік. Бұл кезде $O_1A_1B_1$ үшбұрышы $O_2A_2'B_2'$ үшбұрышының орнына келеді, демек дене жаңа орынға көшіп, II' орнына келеді.

Денені керек (соңғы) орынға көшіру үшін осы денедегі $O_2A_2'B_2'$ үшбұрышын O_2 нүктесі арқылы айналдырамыз. Бұл кезде, өткен тарауда дәлелденгендей, O_2 нүктесі арқылы өтетін O_2P осін айналғанмен бірдей болып табылады.



51-сурет

Осыдан кейін, $O_2A_2'B_2'$ үшбұрышы $O_2A_2B_2$ үшбұрышының орнына келеді, яғни дене түгелімен II орнына келеді (*51 ә-сурет*). Сонымен, француз геометрі Шальдің (1793-1880) атымен аталатын теорема делелденді, яғни қарастырылып отырған қатты дене алғашқы орнынан (I) келесі бір орынға (II) орын ауыстыру үшін сол дененің кез келген бір нүктесімен (O_1) бірге ілгерілмелі орын ауыстырып, содан кейін осы нүкте арқылы өтетін осьті айналуы арқылы іске асыруға болады.

Есте болатын жағдай:

- уақыттың әр сәтінде, еркін қатты дене қозғалысы екі қозғалыстан тұрады, атап айтқанда, полюсімен (O_1) бірге лездік-ілгерілмелі қозғалыс және осы полюс арқылы өтетін лездік осьті айналу;

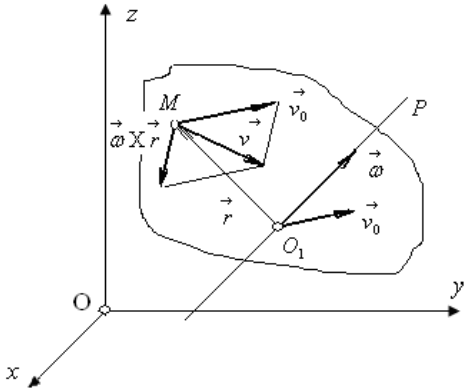
- еркін қатты дененің ілгерілмелі бөлігі полюсті таңдап алуға тәуелді болса, айналу қозғалысы полюске тәуелді емес. Демек, лездік бұрыштық жылдамдық $\vec{\omega}$ және лездік бұрыштық үдеу $\vec{\varepsilon}$ плюске тәуелді емес.

СӘТБАЕВ УНИВЕРСИТЕТІ SATBAYEV UNIVERSITY

§3. Еркін қатты дене нүктелерінің жылдамдығы

Еркін қатты дененің кез келген M нүктесінің (*52-сурет*) жылдамдығын анықтау үшін оның қозғалысын құрама қозғалыс ретінде қарастырамыз:

- полюсінің жылдамдығы $\vec{v}_0$ тасымалдау қозғалыс;
- салыстырмалы қозғалыс, яғни денемен бірге полюсті айнала қозғалу.



52-сурет

Жылдамдықтарды қосу (параллелограмдар теоремасы) теоремасының негізінде: $\vec{v} = \vec{v}_{\text{тас}} + \vec{v}_{\text{сал}}$.

Бұл өрнектегі $\vec{v}_{\text{тас}} = \vec{v}_0$, ал $\vec{v}_{\text{сал}} = \vec{\omega} \mathrm{X} \vec{r}$ болғандықтан:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{\omega} \mathrm{X} \vec{r}. \qquad (72)$$

Сонымен, *еркін қатты дененің жылдамдығы екі жылдамдықтың қосындысына тең, олар:*

- *полюстің жылдамдығы;*
- *нүктенің полюсті айнала қозғалысындағы жылдамдығы*.

§4. Еркін қатты дене нүктелерінің үдеуі

Еркін қатты дененің кез келген M нүктесінің (53-сурет) үдеуін анықтау үшін үдеулерді қосу теоремасын пайдаланамыз (бұл жердегі тасымал қозғалысы – ілгерілмелі қозғалыс болғандықтан).

Бұрыннан белгілі формулаларды қолданамыз. Атап айтқанда, $\vec{a} = \vec{a}_{mac} + \vec{a}_{сал}$, ал бұл формуладағы $\vec{a}_{\text{тас}} = \vec{a}_0$ және $\vec{a}_{сал} = \vec{\varepsilon} \mathrm{X} \vec{r} + \vec{\omega} \mathrm{X} \vec{v}_{\text{сал}}$ болғандықтан:

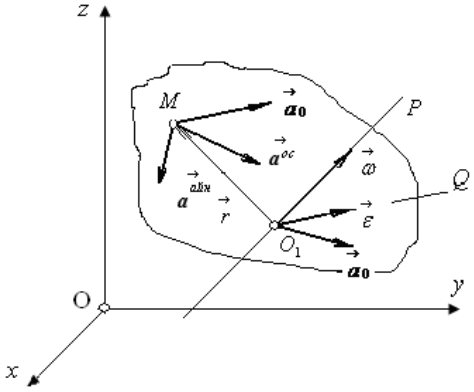
$$\vec{a} = \vec{a}_0 + \vec{\varepsilon} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}). \qquad (73)$$

Сонымен, еркін қатты дененің үдеуі үш үдеудің қосындысына тең, ол үдеулер:

- *полюстің үдеуі*;

СӘТБАЕВ УНИВЕРСИТЕТІ SATBAYEV UNIVERSITY

- нүктенің денемен бірге полюсті айнала сфералық қозғалысындағы осьтік екпінді үдеуі;



53-сурет

- нүктенің денемен бірге полюсті айнала сфералық қозғалысындағы айналу үдеуі.

САТБАЕВ УНИВЕРСИТЕТІ SATBAYEV UNIVERSITY