СӘТБАЕВ УНИВЕРСИТЕТІ SATBAYEV UNIVERSITY

ПӘН: PHY1071 ҚОЛДАНБАЛЫ МЕХАНИКА

ДӘРІС № 15

ДИНАМИКАНЫҢ НЕГІЗГІ ҰҒЫМДАРЫ ЖӘНЕ ЗАҢДАРЫ

Преподаватель: ***Бейсебаева Айгуль Самсалиевна***
Контакты: 8-776-388-14-45, a.s.beysebayeva@satbayev.university

3 бөлім. ДИНАМИКА

Материялық нүктелердің күштер әсерінен пайда болатын қозғалыстарын зерттейтін теориялық механиканың бөлімі – ***динамика*** деп аталады.

Теориялық механиканың бұл бөлімінде материалық нүктелер мен материалық денелердің қозғалыстары мен осыларды тудыратын физикалық себептердің (күштердің) араларындағы заңдылықтар зерттеледі. Динамика пәні екі: материалық нүкте динамикасы және материялық нүктелер жүйесінің динамикасы тұрғысынан қарастырылады. Материалық нүкте қозғалысы үшін заңдылықтар анықталғаннан соң, оларды бірнеше материялық нүктелер қозғалысына жалпылай отырып, материялық нүктелер жүйесінің қозғалыс заңдылығы алынады. Осының нәтижесінде қатты дене қозғалысынын толық сипаттайтын заңдылықтар тұжырымдалады.

Динамика бөлімінде қарастырылатын негізгі тақырыптар: материялық нүкте және механикалық жүйе қозғалыстарының дифференциалдық теңдеулері; нүктенің түзу сызықты тербелісі; қозғалыс мөлшерінің өзгеруі туралы теорема; массалар центрінің қозғалысы туралы теорема; механикалық жүйенің қозғалыс мөлшерінің кинетикалық моменті туралы теорема; кинетикалық энергияның өзгеруі туралы теорема; Даламбер қағидасы (принципі); виртуалдық жұмыстар қағидасы; динамиканың жалпы теңдеулері (Даламбер-Лагранж қағидасы); механикалық жүйе қозғалысының жинақталған координаталардағы дифференциалдық теңдеулері.

1-тарау. ДИНАМИКАНЫҢ НЕГІЗГІ ҰҒЫМДАРЫ ЖӘНЕ ЗАҢДАРЫ

§1. Негізгі ұғымдар мен анықтамалар

Бір күштің өзі, бір уақыт аралығында, массалары әртүрлі еркін денелерге әсер еткен кезде, олардың жылдамдықтары да әртүрлі өзгеретінін байқап та тәжірибеден де көруге болады. Материалдық денелердің сыртқы күштердің әсерінен өздерінің жылдамдықтарын тез немесе жайырақ өзгертуі – *инерттілік* деп аталады. Деннің инерттілігі оның көлеміндегі заттардың мөлшеріне, ал ілгерілмелі емес қозғалыста заттардың дене бойымен таралуына да тәуелді. Инерттіліктің өлшемі ретінде:

а) ілгерілмелі қозғалыс кезінде *масса* деп аталатын, скаляр тұрақты шама қабылданған;

ә) айналу қозғалысында – *инерция моменті* деп аталатын шама қабылданған.

Динамикада қозғалысы қарастырылатын ең қарапайым объект – материялық нүкте. Ал, *материалық нүкте* деп қозғалысын зерттеген кезде оның өлшемдерін ескермеуге болатын дене аталады. Белгілі бір ерекшеліктері бойынша ойша бөлініп алынған**,** өзара әсердегі материялық

САТБАЕВ УНИВЕРСИТЕТІ SATBAYEV UNIVERSITY

нүктелер немесе денелер жиынтығы – *механикалық жүйе* деп аталады. Өз кезегінде, механикалық жүйелер өзгермейтін және өзгермелі болып екіге бөлінеді, яғни:

а) нүктелерінің аралары өзгермейтін болса, онда олар – *өзгермейтін жүйелер* (мысалы, абсолют қатты денелер);

ә) нүктелерінің аралары өзгеретін болса, онда олар – *өзгермелі жүйелер* (серпімді, сұйық, газтәріздес денелер, механизмдер және т.б.) болып табылады. Жүйеге кіретін әр нүктенің қозғалысы жүйенің басқа нүктелерінің қозғалысына тәуелді болады (Бұдан былай, материялық нүктені *нүкте* деп, ал механикалық жүйені тек *механикалық жүйе* деп айтуға да болады).

§2. Галилей-Ньютон механикасының заңдары

Галилей мен Ньютон ашқан және алғаш рет Ньютон өзінің классикалық трактатында («Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica» - 1687 ж.) анық тұжырымдаған заңдар - теориялық механиканың, оның ішінде динамиканың негізі болып табылады. Осы заңдар, әдетте, *Ньютон заңдары* деп аталады, ал осы заңдарға негізделген механика *классикалық механика* немесе *Ньютон механикасы* деп аталады.

Жылдамдықтары жарық жылдамдығы мөлшеріндей денелердің қозғалыстары, атомдардың, электрондардың және тағы басқа да элементтердің қозғалыстары механиканың басқа түрлерінде, мысалы, квантты механикада қарастырылады.

Бірінші заң – инерция заңы

Егер материялық нүктеге ешбір күш әсер етпесе, онда ол тыныштық күйде немесе түзу сызықты бірқалыпты қозғалыста болады.

Күш әсер етпеген немесе теңдестірілген күштер жүйесі әсер еткен материялық нүктенің қозғалысы – *инерциялық* немесе *инерциалдық* қозғалыс деп аталады.

Екінші заң – күш пен үдеу арасындағы тәуелділік заңы

Материялық нүктеге әсер етуші күш, оған күшпен бағыттас және модулі күш модуліне пропорционал үдеу береді. Демек:

$$m\vec{a} = \vec{F}\,, \qquad (1)$$

бұл формуладағы:

m – нүктенің массасы;

$\vec{a}$ – үдеу,;

$\vec{F}$ – нүктеге әсер етуші күш.

Келтірілген формуланы

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \;\Rightarrow\; m\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F} \qquad (1a)$$

деп өрнектеуге болады.

САТБАЕВ УНИВЕРСИТЕТІ SATBAYEV UNIVERSITY

Ньютонның екінші заңы динамиканың негізгі заңы деп аталады, ал оны математикалық тұрғыдан – нүкте динамикасының негізгі теңдеуі (1) деп атайды. Нүктенің массасы қаншалықты көп болса, оған әсер етуші күштен пайда болатын үдеуде соншалықты аз болатынын *1-формула* көрсетіп тұр. Демек, материялық нүктенің массасы, осы нүктенің инерциялық өлшемі болып табылатын – тұрақты скаляр шама. Қорыта айтқанда, нүктенің ең негізгі динамикалық сипаттамасы масса екені де есте болу керек.

Керек болған жағдайда, массаны салмақ арқылы өрнектеуге болады, мысалы, егер берілген дененің салмағын P деп, ал еркін түсу үдеуін g деп белгілесек, онда:

$$\frac{P}{g} = const = m\,. \qquad (2)$$

Соңғы қатынаспен анықталатын (2) шаманы дененің (материя мөлшерінің өлшемі) ауырлық массасы деп атайды.

Егер қатты дененің немесе механикалық жүйенің жалпы қозғалысы қарастырылатын болса, онда дененің немесе механикалық жүйенің массасы ретінде олардағы барлық материялық нүктелердің массалары қабылданады, яғни

$$M = \sum m_S\,,$$

Бұл теңдіктегі: M – дененің немесе механикалық жүйенің массасы, ал кез келген s нүктесінің массасы – m_S. Дененің (жүйенің) салмағы барлық материялық нүктелердің салмақтарына тең болғандықтан:

$$M = \frac{P}{g}\,. \qquad (2a)$$

Ньютонның екінші заңын динамиканың негізгі заңы деп, ал осы заңның теңдеуін (1) нүкте динамикасының негізгі теңдеуі деп атайды.

СИ жүйесіндегі массаның өлшемі – килограмм-масса ($кГ$), күш өлшемі – ньютон ($Н$). $1\,Н = 1\,кГ \cdot 1\,м/с^2$, ал техникалық жүйеде күш өлшемі – килограмм ($кГс$).

$$1\,Н \approx 0{,}102\,кГс\,,\ 1кГс \approx 9{,}81\,Н\,.$$

Керек болған жағдайда, үшінші бірлік жүйесін (СГС) пайдалануға болады, бұл жүйеде: ұзындық өлшемі $-1\,см$, уақыт өлшемі – $1\,с$, масса өлшемі – $1\,Г$. Күш өлшемі – $1\,дина = 1\,Г \cdot см/с^2$.

Үшінші заң – әсердің қарсы әсерге теңдігінің заңы

Екі материялық нүкте бір-біріне – модульдері тең, осы екі нүктені қосатын сызық бойымен қарама-қарсы бағытталған күштермен әсер етеді.

Осы пәннің «Статика» бөлімінде, екі нүктенің бір-біріне әсері теңдестірілген жүйе болуы міндет емес делінген еді. Өйткені ол нүктелер, жалпы айтқанда, бір дененің нүктелері емес-ті.

САТБАЕВ УНИВЕРСИТЕТІ SATBAYEV UNIVERSITY

Сонымен, Ньютонның үшінші заңы – механикалық жүйелердің өзара әсерлерін көрсетеді және жүйелердің динамикасын зерттеу үшін қолданылады.

Төртінші заң – күштер әсерінің тәуелсіздігі заңы

Материялық нүктеге әсер етуші бірнеше күш – осы нүктеге аталған күштердің геометриялық жиынына тең бір күшпен әсер еткендегідей үдеу береді:

$$m\vec{a} = \vec{F} = \sum \vec{F}_S \ . \qquad (3)$$

Классикалық механиканың заңдары еркін нүктелер үшін қолданылады. Бұл заңдарды еркін емес нүктелерге қолдану үшін нүктенің байланыстарын алып тастап, олардың әсерін сәйкес реакциялармен алмастыру керек. Бұл қағиданы постулат ретінде қабылдаймыз.

Сонымен, еркін емес нүктелер үшін динамиканың негізгі теңдеуі:

$$m\vec{a} = \vec{F} = \sum \vec{F}_{бел} + \sum \vec{F}_R \ . \qquad (3а)$$

Бұл формуладағы: $\vec{F}_{бел}$ – белсенді (актив) күштердің тең әсер етуші күші, ал $\vec{F}_R$ – реакциялардың тең әсер етуші күші.

§3. Нүктенің инерциалдық емес санақ жүйесіндегі қозғалысы

Нүктенің инерциалдық санақ жүйесіндегі қозғалысы белгілі болсын. Енді осы нүктенің инерциалдық емес санақ жүйесіне қарағандағы қозғалысын зерттеу қажет болсын. Ол үшін Кориолис теоремасын пайдаланып, соңғы алынған *3 а-формуладағы* абсолют үдеуді – үш үдеудің, атап айтқанда: салыстырмалы, тасымалдау және бұрылыс үдеулерінің жиыны ретінде қабылдаймыз. Теорема бойынша:

$$\vec{a}_{абс} = \vec{a}_{сал} + \vec{a}_{тас} + \vec{a}_{бр} \text{ , бұл жердегі } \vec{a}_{б} = 2\vec{a}_{тас} + \vec{a}_{сал} \ .$$

Сондықтан

$$\vec{F} = m\vec{a}_{сал} + m\vec{a}_{тас} + m\vec{a}_{бр} \text{ немесе } m\vec{a}_{сал} = \vec{F} + (-m\vec{a}_{тас}) + (-m\vec{a}_{б\ р}) \ .$$

Вектор $(-m\vec{a}_{тас})$ – тасымалдау инерция күші, ал вектор $(-m\vec{a}_{бр})$ – бұрылыс инерция күші деп аталады. Бұларды төмендегіше белгілейік:

$$-m\vec{a}_{тас} = \vec{\Phi}_{тас} \ ,$$

$$-m\vec{a}_{бр} = \vec{\Phi}_{бр} \ .$$

Сонда

$$m\vec{a}_{сал} = \vec{F} + \vec{\Phi}_{тас} + \vec{\Phi}_{бр} \ . \qquad (4)$$

Алынған *4-формула – нүктенің салыстырмалы қозғалысы динамикасының негізгі теңдеуі болып табылады*.

САТБАЕВ УНИВЕРСИТЕТІ SATBAYEV UNIVERSITY

Осы формуладан, нүктенің инерциалдық емес санақ жүйесіндегі тыныштық күйінің шартын алуға болады. Бұл кезде $\vec{v}_{сал} = 0$ және $\vec{a}_{сал} = 0$ болғандықтан, нүктенің салыстырмалы тыныштық күйінің теңдеуін аламыз:

$$\vec{F} + \vec{\Phi}_{тас} = 0 . \qquad (5)$$

Төртінші формуланы пайдаланып, Галилей тұжырымдаған классикалық механиканың салыстырмалық қағидасын (принципін) дәлелдейік.

Қозғалмалы санақ жүйесі, берілген инерциалды жүйемен салыстырғанда түзу сызықты және бірқалыпты қозғалыста болсын. Бұл кезде, $\vec{w}_{сал} = 0$, сол секілді $\vec{a}_{б\,р} = 0$ ($\vec{a}_{тас} = 0$) болғандықтан

$$m\vec{a}_{сал} = \vec{F} .$$

Сонымен, *егер екі инерциялық жүйе бар болса, онда басқа да саныз көп жүйелер болады. Олардың барлығы да бір-біріне қарағанда түзу сызықты және бірқалыпты қозғалыста болады*. Сонымен қатар нүкте қозғалысының негізгі теңдеуі барлық жүйеде бірдей болады.

§4. Сыртқы және ішкі күштер

Дененің және жүйенің қозғалыстары күштер әсерінен туындайтын болғандықтан, күштер мәселесін толығырақ қарастырайық. Ең алдымен, динамикада қарастырылатын күштер тұрақты (салмақ күші, үйкелістегі кулон күші, т.б.) және өзгермелі болып бөлінеді.

Өзгермелі күштер уақытқа (мысалы, трамвайдың тарту күші реостатты іске қосу және істен шығару уақыты) байланысты, қозғалыстағы нүктенің жылдамдығына байланысты (мысалы, ауаның, судың кедергісі), таңдалып алынған санақ жүйесінің орнына байланысты өзгеріп отырады. Сол секілді, белсенді күштерде, реакцияларда (мысалы, жүк ілініп қойылған серіппе) өзгермелі болуы мүмкін.

Жүйенің қозғалысын зерттегенде, жүйенің нүктесіне әсер етіп тұрған барлық күштерді сыртқы және ішкі күштерге бөліп қарастырған ыңғайлы болады. Сонымен:

- егер берілген механикалық жүйенің нүктесіне басқа бір жүйенің күші әсер етсе, онда бұл күш – *сыртқы күш* болып табылады;
- егер берілген жүйенің нүктелері бір-біріне әсер етсе, онда бұл күш – *ішкі күш* болып табылады.

Күштер, осылайша тек шартты түрде бөлінеді, өйткені қарастырылып отырған жүйеге қай денелердің кіруіне байланысты күштердің бөлінуі де әртүрлі болады. Мысалы, Күн жүйесін қарастырсақ, онда осы жүйедегі планеталардың өзара әсерлері және олардың Күнмен әсері ішкі күштер

САТБАЕВ УНИВЕРСИТЕТІ SATBAYEV UNIVERSITY