ЗЕРТХАНАЛЫҚ ЖҰМЫС № 1.2

NumPy көмегімен векторлық және матрицалық операцияларды орындау

1. Жұмыстың мақсаты

NumPy көмегімен векторлар мен матрицаларды құру, индекстеу және оларға арифметикалық, статистикалық және сызықтық алгебра операцияларын қолдану дағдыларын қалыптастыру.

2. Қажетті құралдар

- Python 3.10 немесе жоғары;
- Jupyter Notebook, Google Colab немесе PyCharm;
- NumPy және Matplotlib кітапханалары.

pip install numpy matplotlib

Қысқаша теориялық мәлімет

Вектор — бірөлшемді сандық массив, ал матрица — жолдар мен бағандардан тұратын екіөлшемді массив. NumPy массивтерге цикл жазбай-ақ, векторланған операцияларды жылдам орындауға мүмкіндік береді.

Операция	NumPy жазылуы	Мәні
Элемент бойынша көбейту	A * B	Сәйкес элементтер көбейеді
Матрицалық көбейту	A @ B немесе np.dot(A, B)	Жол мен баған көбейтіндісі
Транспонирлеу	A.T	Жолдар мен бағандар ауысады
Анықтауыш	np.linalg.det(A)	Квадрат матрицаның det(A) мәні
Кері матрица	np.linalg.inv(A)	A^{-1}, егер $\det(A) \neq 0$
Жүйені шешу	np.linalg.solve(A, b)	$Ax = b$ теңдеуінің x шешімі

Ескерту: A @ B амалы орындалуы үшін A матрицасының бағандар саны B матрицасының жолдар санына тең болуы тиіс.

Жұмыстың орындалу барысы

1-тапсырма. Вектор құру және қасиеттерін анықтау

```
import numpy as np

v = np.array([2, 4, 6, 8, 10], dtype=float)
```

```
print("Вектор:", v)
print("Пішіні:", v.shape)
print("Өлшемі:", v.size)
print("Қосындысы:", v.sum())
print("Орташа мәні:", v.mean())
```

Талдау: v[2] және v[-1] мәндерін түсіндіріңіз. Вектордың ең үлкен және ең кіші элементін табыңыз.

2-тапсырма. Векторлық арифметика

```
a = np.array([1, 2, 3, 4])
b = np.array([5, 6, 7, 8])

print("a + b =", a + b)
print("a - b =", a - b)
print("a * b =", a * b)
print("2a =", 2 * a)
print("Скалярлық көбейтінді:", np.dot(a, b))
```

Талдау: a * b және np.dot(a, b) нәтижелерінің айырмашылығын жазыңыз.

3-тапсырма. Матрица құру және индекстеу

```
A = np.array([[1, 2, 3],
              [4, 5, 6],
              [7, 8, 9]])

print(A)
print("A[1, 2] =", A[1, 2])
print("Бірінші жол:", A[0, :])
print("Екінші баған:", A[:, 1])
print("2×2 бөлік:\n", A[:2, :2])
```

Талдау: A[1, 2] неліктен 6-ға тең? NumPy индекстері қай саннан басталады?

4-тапсырма. Матрицаларға элемент бойынша амалдар

```
B = np.array([[9, 8, 7],
              [6, 5, 4],
              [3, 2, 1]])

print("A + B:\n", A + B)
print("A - B:\n", A - B)
print("A * B:\n", A * B)
print("A / 2:\n", A / 2)
print("A²:\n", A ** 2)
```

Талдау: A * B операциясында әр нәтиже элементінің қалай алынғанын бір мысалмен көрсетіңіз.

5-тапсырма. Матрицалық көбейту

```
M = np.array([[1, 2],
              [3, 4]])
N = np.array([[5, 6],
              [7, 8]])

print("Элемент бойынша M * N:\n", M * N)
print("Матрицалық M @ N:\n", M @ N)
print("Кері рет N @ M:\n", N @ M)
```

Талдау: M @ N және N @ M нәтижелерін салыстырыңыз. Матрицалық көбейту коммутативті ме?

6-тапсырма. Транспонирлеу және статистикалық амалдар

```
C = np.array([[3, 7, 2],
              [8, 1, 6]])

print("C.T:\n", C.T)
print("Барлық элементтердің қосындысы:", C.sum())
print("Жолдар бойынша қосынды:", C.sum(axis=1))
print("Бағандар бойынша орташа мән:", C.mean(axis=0))
print("Ең үлкен элемент:", C.max())
```

Талдау: axis=0 және axis=1 параметрлерінің айырмашылығын түсіндіріңіз.

7-тапсырма. Анықтауыш және кері матрица

```
D = np.array([[4., 7.],
              [2., 6.]])

det_D = np.linalg.det(D)
inv_D = np.linalg.inv(D)

print("det(D) =", det_D)
print("D⁻¹:\n", inv_D)
print("Тексеру D @ D⁻¹:\n", D @ inv_D)
```

Талдау: D @ D^{-1} нәтижесі қандай матрицаға жуық? Неліктен нәтиже кейде дәл бүтін сандардан тұрмауы мүмкін?

8-тапсырма. Сызықтық теңдеулер жүйесін шешу

$2x + y = 7$ және $x - y = 2$ теңдеулер жүйесін шешіңіз.

```
A_sys = np.array([[2., 1.],
                  [1., -1.]])
b_sys = np.array([7., 2.])

x = np.linalg.solve(A_sys, b_sys)
print("Шешімі [x, y] =", x)
```

```
print("Тексеру A @ x =", A_sys @ x)
```

Талдау: алынған x және y мәндерін бастапқы теңдеулерге қойып тексеріңіз.

9-тапсырма. Жеке практикалық жұмыс

Берілген P және Q матрицаларын пайдаланып, төмендегі әрекеттерді орындаңыз:

```
P = np.array([[2, 1, 3],
              [0, 4, 5],
              [1, 2, 2]], dtype=float)
Q = np.array([[1, 0, 2],
              [3, 1, 1],
              [2, 4, 0]], dtype=float)
```

- P + Q, P − Q және P * Q есептеу;
- P @ Q және Q @ P нәтижелерін салыстыру;
- P.T матрицасын шығару;
- P матрицасының анықтауышын есептеу;
- анықтауыш нөлге тең болмаса, P^{-1} матрицасын табу;
- әр нәтиже бойынша қысқаша математикалық түсіндірме жазу.

БАҚЫЛАУ СҰРАҚТАРЫ:

1. Вектор мен матрицаның айырмашылығы қандай?
2. shape, size және ndim қасиеттері нені көрсетеді?
3. Элемент бойынша және матрицалық көбейтудің айырмашылығы қандай?
4. Матрицаларды көбейту үшін қандай өлшем шарты орындалуы керек?
5. axis=0 және axis=1 нені білдіреді?
6. Қандай жағдайда кері матрица болмайды?
7. D @ D^{-1} көбейтіндісінің нәтижесі қандай болуы тиіс?
8. np.linalg.solve() функциясы қандай есепті шешеді?