ДӘРІС №6. Тақырыбы: Орбита теңдеуі мен орбита элементтері. Ғарыштық аппараттың жылдамдығы мен оның құраушылары.

Дәрістің мақсаты: студенттерге ғарыштық аппараттың орбитасын сипаттайтын негізгі теңдеулер мен орбита элементтері туралы теориялық білім қалыптастыру. Орбитаның геометриялық параметрлерін, оның кеңістіктегі бағдарын және аппараттың орбитадағы ағымдағы орнын анықтау әдістерін меңгерту.

Дәріс жоспары:

1. Орбита теңдеуі туралы жалпы түсінік.
2. Орбитаның негізгі түрлері.
3. Классикалық орбита элементтері.
4. Орбитаның өлшемі мен пішінін сипаттайтын элементтер.
5. Орбитаның кеңістіктегі бағдарын анықтайтын элементтер.
6. Ғарыш аппаратының орбитадағы орны.
7. Ғарыш аппаратының орбиталық жылдамдығы.
8. Жылдамдықтың құраушылары.
9. Перицентр және апоцентрдегі жылдамдық.
10. Орбита элементтері мен жылдамдықтың өзара байланысы.
11. Орбита элементтерінің практикалық қолданылуы.
12. Қорытынды.

Кіріспе

Ғарыштық аппараттың орбиталық қозғалысын зерттеу кезінде оның кеңістіктегі траекториясын, орбитаның өлшемі мен пішінін, орналасуын және аппараттың осы орбита бойымен қозғалу жылдамдығын анықтау қажет. Бұл мәселелер ғарыштық баллистика мен орбиталық механиканың негізгі міндеттерінің бірі болып табылады. Ұйытқымаған қозғалыс жағдайында ғарыш аппараты орталық гравитациялық өрісте қозғалады деп қарастырылады. Мұндай жағдайда оның траекториясы конустық қималардың бірі — шеңбер, эллипс, парабола немесе гипербола түрінде болады. Ғарыш аппаратының орбитасын толық сипаттау үшін **орбита теңдеуі** және **орбита элементтері** қолданылады. Ал аппараттың белгілі бір нүктедегі қозғалысын сипаттау үшін оның жылдамдығының шамасы мен құраушыларын білу қажет.

1. Орбита теңдеуі туралы түсінік

Ұйытқымаған қозғалыс кезінде ғарыш аппаратының қозғалыс теңдеуі:
$\ddot{\mathbf{r}} = -\mu/r^3 \cdot \mathbf{r}$ түрінде жазылады. Мұндағы:

- $\mathbf{r}$ — ғарыш аппаратының радиус-векторы;
- r — негізгі тартушы дененің центрінен аппаратқа дейінгі қашықтық;
- $\boldsymbol{\mu} = \mathbf{GM}$ — гравитациялық параметр.

Бұрыштық импульс моментінің сақталу заңынан:
$\mathbf{h} = \mathbf{r} \times \mathbf{v} = \mathbf{const}$
екенін білеміз.

Осы сақталу заңын пайдаланып, орбитаның полярлық теңдеуін алуға болады: **r = p/(1 + e cosv).** Мұндағы:

- *r* — радиус-вектордың модулі;
- *p* — орбитаның фокустық параметрі;
- *e* — орбитаның эксцентриситеті;
- *v* — шын аномалия.

Фокустық параметр: **p = h²/μ.** Бұл теңдеу ғарыш аппаратының орбитасын сипаттайтын негізгі теңдеу болып табылады.

2. Орбитаның түрлері

Орбитаның түрі негізінен оның эксцентриситетіне байланысты анықталады.
Шеңберлік орбита Егер: **e = 0,** онда: **r = p = const.**
Бұл жағдайда ғарыш аппараты негізгі тартушы денеден тұрақты қашықтықта қозғалады.
Эллипстік орбита Егер: **0 < e < 1,** онда орбита эллипс болады.
Жердің жасанды серіктерінің көпшілігі ұйытқымаған модельде эллипстік орбиталар бойынша қозғалады. Эллипстің негізгі параметрлерінің бірі — үлкен жарты ось *a*. Фокустық параметр мен үлкен жарты ось арасында:
p = a(1 - e²) байланысы бар.
Параболалық траектория Егер: **e = 1,** онда орбита парабола түрінде болады. Бұл жағдайда ғарыш аппараты негізгі дененің тартылыс өрісінен шекті қашу траекториясымен қозғалады.
Гиперболалық траектория Егер: **e > 1,** онда траектория гипербола болады. Мұндай қозғалыста аппарат негізгі тартушы дененің маңынан ұшып өтіп, кейін одан алыстайды.

3. Орбита элементтері

Ғарыш аппаратының орбитасын толық сипаттау үшін **алты классикалық орбита элементі** қолданылады. Олар:

1. **Үлкен жарты ось — a.**
2. **Эксцентриситет — e.**
3. **Орбитаның көлбеулік бұрышы — i.**
4. **Өрлемелі түйіннің тік шарықтау бұрышы — Ω.**
5. **Перицентр аргументі — ω.**
6. **Шын аномалия — ν.**

Бұл элементтер орбитаның өлшемін, пішінін, кеңістіктегі орналасуын және аппараттың орбитадағы орнын анықтайды.

3.1. Үлкен жарты ось

a — эллипстік орбитаның үлкен жарты осі.
Ол орбитаның өлшемін сипаттайды.
Орбитаның меншікті механикалық энергиясы:
ε = -μ/(2a).
Ал орбиталық период:
T = 2π√(a³/μ).
Демек, үлкен жарты ось артқан сайын орбиталық период та артады.

3.2. Эксцентриситет

e орбитаның пішінін сипаттайды.

- *e = 0* — шеңбер;
- *0 < e < 1* — эллипс;
- *e = 1* — парабола;
- *e > 1* — гипербола.

Эксцентриситеттің аз мәндері орбитаның шеңберге жақын екенін көрсетеді.

3.3. Орбитаның көлбеулік бұрышы

i — орбиталық жазықтық пен негізгі анықтамалық жазықтық арасындағы бұрыш. Жер серіктері үшін анықтамалық жазықтық ретінде көбінесе Жер экваторының жазықтығы алынады.

Көлбеулік:

- *i = 0°* — экваторлық орбита;
- *i = 90°* — полярлық орбита;
- *i > 90°* — ретроградтық орбита.

3.4. Өрлемелі түйіннің тік шарықтау бұрышы

Ω орбитаның кеңістіктегі бұрылысын сипаттайды.

Өрлемелі түйін — ғарыш аппаратының анықтамалық жазықтықты оңтүстік бағыттан солтүстік бағытқа кесіп өтетін нүктесі.

Ω бұрышы осы түйіннің кеңістіктегі орналасуын анықтайды.

3.5. Перицентр аргументі

ω — орбиталық жазықтықтағы өрлемелі түйін бағыты мен перицентр бағыты арасындағы бұрыш. Бұл параметр орбитаның негізгі тартушы денеге қатысты бағдарын анықтайды.

3.6. Шын аномалия ν — перицентр бағыты мен ғарыш аппаратының ағымдағы радиус-векторы арасындағы бұрыш.

Шын аномалия аппараттың дәл сол уақыттағы орбитадағы орнын сипаттайды. Перицентрде: **ν = 0°** ал апоцентрде: **ν = 180°.**

4. Перицентр және апоцентр

Эллипстік орбитада негізгі тартушы денеге ең жақын нүкте **перицентр**, ал ең алыс нүкте **апоцентр** деп аталады. Перицентр қашықтығы: $\mathbf{r_p = a(1 - e).}$

Апоцентр қашықтығы: $\mathbf{r_a = a(1 + e).}$ Осы екі теңдеуден орбитаның өлшемі мен пішінін анықтауға болады. Мысалы, эксцентриситет артқан сайын перицентр мен апоцентр арасындағы айырмашылық артады, яғни орбита созылыңқы болады.

5. Ғарыштық аппараттың жылдамдығы

Ғарыш аппаратының орбитадағы жылдамдығы оның қозғалыс күйін сипаттайтын негізгі шамалардың бірі.

Ұйытқымаған қозғалыста аппараттың жылдамдығының шамасы **вис-вива теңдеуімен** анықталады:

$$\mathbf{v^2 = \mu(2/r - 1/a).}$$

Осыдан:

$$\mathbf{v = \sqrt{[\mu(2/r - 1/a)]}.}$$

Мұнда:

- v — аппараттың орбиталық жылдамдығы;
- r — негізгі денеден қашықтық;
- a — орбитаның үлкен жарты осі;
- μ — гравитациялық параметр.

Бұл теңдеу эллипстік орбитаның кез келген нүктесінде қолданылуы мүмкін.

6. Жылдамдықтың радиал және көлденең құраушылары

Ғарыш аппаратының жылдамдық векторын екі негізгі құраушыға жіктеуге болады:

- **радиал жылдамдық** — v_r;
- **көлденең немесе трансверсал жылдамдық** — v_t.

Жалпы: $\mathbf{v} = v_r \mathbf{e}_r + v_t \mathbf{e}_t$. Мұндағы $\mathbf{e}_r$ — радиал бағыттағы бірлік вектор, ал $\mathbf{e}_t$ — оған перпендикуляр көлденең бағыттағы бірлік вектор.

Радиал құраушы: $v_r = \dot{r}$. Ол аппараттың негізгі денеден алыстап немесе оған жақындап келе жатқанын көрсетеді. Көлденең құраушы: $v_t = r\dot{v}$. Ол аппараттың орбита бойымен қозғалуын сипаттайды. Бұрыштық импульс моменті: $h = rv_t$. Сондықтан: $v_t = h/r$. Бұл өрнек көлденең жылдамдықтың аппараттың негізгі денеден қашықтығына тәуелді екенін көрсетеді.

7. Радиал жылдамдықтың өрнегі

Орбитаның полярлық теңдеуін: $r = p/(1 + e\cos\nu)$ түрінде аламыз.

Оны уақыт бойынша дифференциалдау арқылы радиал жылдамдықты анықтауға болады: $v_r = (\mu/h)e\sin\nu$. Бұл өрнек өте маңызды.

Перицентрде: $\nu = 0°$, сондықтан: $v_r = 0$. Апоцентрде: $\nu = 180°$, сондықтан: $v_r = 0$. Демек, перицентр мен апоцентрде аппараттың жылдамдығы тек көлденең бағытта болады. Ал орбитаның басқа нүктелерінде радиал жылдамдық нөлден өзгеше болуы мүмкін.

8. Көлденең жылдамдық

Көлденең жылдамдық: $v_t = h/r$. Ал: $h = \sqrt{\mu p}$ болғандықтан: $v_t = \sqrt{\mu p}/r$.

Орбитаның теңдеуін пайдалансақ: $v_t = (\mu/h)(1 + e\cos\nu)$. Осыдан перицентрде $\nu = 0°$ болғандықтан: $v_{t,p} = (\mu/h)(1 + e)$. Апоцентрде $\nu = 180°$:

$v_{t,a} = (\mu/h)(1 - e)$.

Сондықтан эллипстік орбитада аппараттың жылдамдығы перицентрде максимал, ал апоцентрде минимал болады.

9. Жылдамдықтың траекторияға қатысты бағыты

Жылдамдық векторы радиал және көлденең құраушылардан тұрады:

$\mathbf{v} = v_r\mathbf{e}_r + v_t\mathbf{e}_t$. Жылдамдықтың толық шамасы: $v = \sqrt{v_r^2 + v_t^2}$.

Жылдамдық бағытын сипаттау үшін траекторияға жанама мен радиал бағыт арасындағы бұрышты қолдануға болады.

Перицентр мен апоцентрде радиал жылдамдық нөл болғандықтан, жылдамдық векторы орбитаға жанама бағытталады.

Бұл қасиет орбиталық маневрлерді орындау кезінде маңызды.

10. Орбита элементтері мен жылдамдықтың байланысы

Орбита элементтері мен ғарыш аппаратының жылдамдығы бір-бірімен тығыз байланысты.

a және *e* орбитаның өлшемі мен пішінін анықтайды.

i, *Ω* және *ω* орбитаның кеңістіктегі бағдарын анықтайды.

v аппараттың орбитадағы ағымдағы орнын көрсетеді.

Ал *a*, *e* және *v* белгілі болған жағдайда аппараттың негізгі денеден қашықтығын: $\mathbf{r = a(1 - e^2)/(1 + e\ cosv)}$ теңдеуімен анықтауға болады.

Осы *r* мәнін вис-вива теңдеуіне қойып, аппараттың жылдамдығын табуға болады. Демек, орбитаның элементтері ғарыш аппаратының кеңістіктегі орнын және қозғалыс жылдамдығын анықтаудың негізгі құралдарының бірі болып табылады.

11. Орбитаны сипаттаудың практикалық маңызы

Орбита элементтері ғарыштық аппараттарды ұшыру және басқару кезінде кеңінен пайдаланылады.

Олардың көмегімен:

- спутниктің орбитасын анықтауға;
- аппараттың ағымдағы орнын есептеуге;
- орбиталық периодты анықтауға;
- перицентр мен апоцентр биіктіктерін есептеуге;
- аппараттың жылдамдығын анықтауға;
- орбиталық маневрлерді жоспарлауға;
- ғарыш аппараттарының қозғалысын бақылауға

болады. Орбита элементтерін дұрыс анықтау спутниктік навигация, байланыс, Жерді қашықтан зондтау және басқа ғарыштық жүйелер үшін өте маңызды.

Қорытынды

Орбита теңдеуі мен орбита элементтері ғарыштық аппараттардың қозғалысын сипаттайтын негізгі ұғымдар болып табылады. Ұйытқымаған қозғалыста аппараттың траекториясы: $\mathbf{r = p/(1 + e\ cosv)}$ теңдеуімен сипатталады. Классикалық орбита алты элемент арқылы беріледі:

a, e, i, Ω, ω, v. Олардың әрқайсысы орбитаның белгілі бір геометриялық немесе динамикалық қасиетін сипаттайды. Ғарыш аппаратының орбитадағы жылдамдығы: $\mathbf{v = \sqrt{[\mu(2/r - 1/a)]}}$ формуласы бойынша анықталады. Жылдамдықтың негізгі құраушылары: $\mathbf{v_r = (\mu/h)e\ sinv}$ және $\mathbf{v_t = h/r}$ болып табылады. Олардың қосындысы аппараттың толық жылдамдық векторын береді. Перицентрде және апоцентрде радиал жылдамдық нөлге тең, ал аппараттың қозғалысы орбитаға жанама бағытта болады.

Осылайша, орбита теңдеуі, орбита элементтері және жылдамдық құраушылары ғарыштық аппараттың орбиталық қозғалысын есептеу мен талдаудың негізгі математикалық құралдарын құрайды.

Бақылау сұрақтары

1. Орбита теңдеуі дегеніміз не?
2. Ұйытқымаған қозғалыста орбита теңдеуі қандай түрде жазылады?
3. Орбитаның полярлық теңдеуіндегі негізгі шамаларды атаңыз.
4. Фокустық параметр дегеніміз не?
5. Орбитаның қандай негізгі түрлері бар?
6. Эксцентриситет орбитаның түрін қалай анықтайды?
7. Шеңберлік орбита қандай жағдайда пайда болады?
8. Эллипстік орбитаның негізгі ерекшеліктері қандай?
9. Параболалық және гиперболалық траекториялардың айырмашылығы қандай?
10. Классикалық алты орбита элементін атаңыз.
11. Үлкен жарты ось a нені сипаттайды?
12. Эксцентриситет e нені сипаттайды?
13. Орбитаның көлбеулік бұрышы i дегеніміз не?
14. Өрлемелі түйіннің тік шарықтау бұрышы Ω нені анықтайды?
15. Перицентр аргументі ω дегеніміз не?
16. Шын аномалия ν нені сипаттайды?
17. Перицентр және апоцентр дегеніміз не?
18. Перицентр қашықтығы қандай формуламен анықталады?
19. Апоцентр қашықтығы қандай формуламен анықталады?
20. Ғарыш аппаратының орбиталық жылдамдығы дегеніміз не?
21. Вис-вива теңдеуін жазыңыз және оның физикалық мағынасын түсіндіріңіз.
22. Ғарыш аппаратының жылдамдығы негізгі денеге дейінгі қашықтыққа қалай тәуелді?
23. Жылдамдық векторы қандай негізгі құраушыларға жіктеледі?
24. Радиал жылдамдық дегеніміз не?
25. Көлденең немесе трансверсал жылдамдық дегеніміз не?
26. Радиал жылдамдық қандай формуламен анықталады?
27. Көлденең жылдамдық қандай формуламен анықталады?
28. Перицентрде радиал жылдамдық неге тең?
29. Апоцентрде радиал жылдамдық неге тең?
30. Неліктен эллипстік орбитада аппараттың жылдамдығы перицентрде жоғары, ал апоцентрде төмен болады?
31. Орбита элементтері мен ғарыш аппаратының жылдамдығы арасында қандай байланыс бар?
32. Орбита элементтері ғарыш аппараттарын басқаруда қандай мақсатта қолданылады?