ДӘРІС №7. Тақырыбы: Орбитаның пішіні мен өлшемінің бастапқы жылдамдыққа тәуелділігі.

Дәрістің мақсаты: студенттерге ғарыштық аппараттың бастапқы жылдамдығының орбитаның пішініне, өлшеміне және негізгі параметрлеріне әсерін түсіндіру. Бастапқы жылдамдық пен орбиталық энергия арасындағы байланысты меңгерту, шеңберлік, эллипстік, параболалық және гиперболалық траекториялардың қалыптасу шарттарын анықтауға үйрету.
Дәріс жоспары:

1. Бастапқы жылдамдық және орбиталық қозғалыс.
2. Бастапқы жылдамдық және механикалық энергия.
3. Бастапқы жылдамдық және орбитаның түрі.
4. Шеңберлік орбиталық жылдамдық.
5. Бастапқы жылдамдықтың шеңберлік жылдамдықтан төмен болуы.
6. Бастапқы жылдамдықтың шеңберлік жылдамдықтан жоғары болуы.
7. Қашу жылдамдығы.
8. Бастапқы жылдамдықтың орбита өлшеміне әсері.
9. Бастапқы жылдамдық бағытының әсері.
10. Бастапқы жылдамдық және эксцентриситет.
11. Перицентр мен апоцентрдің бастапқы жылдамдыққа тәуелділігі.
12. Бастапқы жылдамдықты өзгерту және орбиталық маневрлер.
13. Практикалық қолданылуы.
14. Қорытынды.

Кіріспе

Ғарыштық аппаратты белгілі бір орбитаға шығару кезінде оның бастапқы жылдамдығы шешуші рөл атқарады. Аппаратқа берілетін жылдамдықтың шамасы мен бағыты оның кейінгі траекториясын, орбитаның пішінін, өлшемін және негізгі тартушы денеге қатысты орналасуын анықтайды. Мысалы, Жер маңында белгілі бір биіктікте орналасқан аппаратқа әртүрлі бастапқы жылдамдық берсек, ол шеңберлік орбитаға, эллипстік орбитаға, параболалық қашу траекториясына немесе гиперболалық траекторияға түсуі мүмкін. Сондықтан ғарыштық баллистикада бастапқы жылдамдық пен орбита параметрлерінің өзара байланысын білу өте маңызды. Бұл байланыс негізінен энергияның сақталу заңы, бұрыштық импульс моментінің сақталу заңы және Кеплер заңдары арқылы анықталады.

1. Бастапқы жылдамдық және орбиталық қозғалыс

Ұйытқымаған қозғалыс жағдайында ғарыш аппаратының қозғалысы негізгі тартушы дененің гравитациялық өрісімен анықталады.
Аппараттың бастапқы күйі екі негізгі вектормен сипатталады:

- бастапқы радиус-вектор $\mathbf{r_0}$;
- бастапқы жылдамдық векторы $\mathbf{v_0}$.

Осы екі шаманың мәні белгілі болған жағдайда аппараттың кейінгі орбитасын анықтауға болады.

Ғарыш аппаратының меншікті механикалық энергиясы:
$\varepsilon = v_0^2/2 - \mu/r_0$. Мұндағы:

- v_0 — бастапқы жылдамдық;
- r_0 — негізгі тартушы дененің центрінен бастапқы қашықтық;
- μ — гравитациялық параметр.

Бұл теңдеу бастапқы жылдамдықтың орбитаның энергиясына тікелей әсер ететінін көрсетеді.
Бастапқы жылдамдық артқан сайын аппараттың меншікті механикалық энергиясы да артады.

2. Орбитаның пішінін анықтайтын негізгі шарт

Орбитаның түрін анықтауда меншікті механикалық энергияның таңбасы маңызды.

2.1. Теріс энергия

Егер: **$\varepsilon < 0$,** онда аппараттың қозғалысы тұйық орбита бойынша өтеді. Орбита эллипстік болады. Эллипстің жеке жағдайы — шеңбер. Бұл жағдайдағы аппарат Жердің немесе басқа негізгі дененің тартылыс өрісінде байланысқан күйде болады.

2.2. Нөлдік энергия

Егер: **$\varepsilon = 0$,** онда аппараттың траекториясы парабола болады.
Бұл — негізгі тартушы денеден қашудың шекаралық жағдайы.

2.3. Оң энергия

Егер: **$\varepsilon > 0$,** онда аппараттың траекториясы гипербола болады.
Бұл жағдайда аппарат негізгі тартушы дененің гравитациялық өрісінен шығып кетуге жеткілікті энергияға ие. Осыдан бастапқы жылдамдықты өзгерту арқылы орбитаның пішінін өзгертуге болатыны көрінеді.

3. Бірінші ғарыштық жылдамдық және шеңберлік орбита

Белгілі бір радиуста аппаратты шеңберлік орбитаға шығару үшін қажетті жылдамдық **шеңберлік орбиталық жылдамдық** деп аталады.
Ол: **$v_c = \sqrt{\mu/r}$** формуласы бойынша анықталады. Мұндағы:

- v_c — шеңберлік орбиталық жылдамдық;
- μ — гравитациялық параметр;
- r — негізгі дененің центрінен аппаратқа дейінгі қашықтық.

Егер аппараттың бастапқы жылдамдығы осы мәнге тең болып, жылдамдық векторы радиус-векторға перпендикуляр бағытталса, аппарат шеңберлік орбитаға түседі. Шеңберлік орбитада: **$r = \text{const}$,** ал жылдамдықтың шамасы да тұрақты:
$v = v_c$. Жер бетіне жақын шеңберлік орбита үшін бұл жылдамдық бірінші ғарыштық жылдамдық ұғымымен байланысты.

4. Бастапқы жылдамдық шеңберлік жылдамдықтан аз болған жағдай

Егер белгілі бір радиуста: **$v_0 < v_c$**
болса және жылдамдық радиал бағытқа перпендикуляр берілсе, аппараттың бастапқы нүктесі эллипстік орбитаның апоцентріне айналады.

Бұл жағдайда аппарат Жерге жақынырақ орбитада қозғалып, бастапқы нүктеден кейін Жерге қарай жақындайды.
Бастапқы жылдамдық азайған сайын эллипстік орбитаның өлшемі кішірейеді. Алайда аппараттың жылдамдығы тым аз болса, оның траекториясы Жер бетімен қиылысуы мүмкін. Сондықтан нақты ғарыштық ұшуда орбитаның перицентр биіктігі қауіпсіз болуы қажет.

5. Бастапқы жылдамдық шеңберлік жылдамдықтан жоғары болған жағдай
Егер: $v_0 > v_c$, бірақ жылдамдық қашу жылдамдығынан төмен болса, аппарат эллипстік орбитаға түседі. Бұл жағдайда бастапқы нүкте эллипстің перицентрі болады. Аппарат бастапқы нүктеден алыстаған сайын оның жылдамдығы азаяды. Эллипстік орбитаның үлкен жарты осі бастапқы жылдамдыққа тәуелді: $a = -\mu/(2\varepsilon)$.
Энергия интегралын пайдалансақ: $a = 1/(2/r_0 - v_0^2/\mu)$.
Бұл формула бастапқы жылдамдық пен орбитаның өлшемі арасындағы тікелей байланысты көрсетеді. Бастапқы жылдамдық шеңберлік жылдамдықтан артқан сайын, бірақ қашу жылдамдығына жетпеген кезде, эллипстің үлкен жарты осі ұлғаяды.

6. Қашу жылдамдығы
Ғарыш аппаратының негізгі тартушы дененің гравитациялық өрісінен қашып шығуы үшін қажетті ең аз жылдамдық **қашу жылдамдығы** деп аталады.
Ол: $v_esc = \sqrt{(2\mu/r)}$ формуласы бойынша анықталады. Шеңберлік жылдамдықпен салыстырғанда: $v_esc = \sqrt{2} \cdot v_c$.
Демек, бірдей радиуста қашу жылдамдығы шеңберлік орбиталық жылдамдықтан $\sqrt{2}$ есе жоғары.
Егер: $v_0 = v_esc$, онда аппараттың механикалық энергиясы нөлге тең болады және оның траекториясы параболалық болады.
Егер: $v_0 > v_esc$, онда аппарат гиперболалық траекторияға өтеді.

7. Бастапқы жылдамдық пен орбитаның өлшемі
Бастапқы жылдамдықтың орбита өлшеміне әсерін энергия теңдеуі арқылы түсіндіруге болады: $\varepsilon = -\mu/(2a)$. Ал бастапқы жағдай үшін: $\varepsilon = v_0^2/2 - \mu/r_0$.
Сондықтан: $a = 1/(2/r_0 - v_0^2/\mu)$. Бұл теңдеуге сәйкес:

- v_0 азайса, орбитаның үлкен жарты осі өзгереді;
- $v_0 = v_c$ кезінде $a = r_0$ және шеңберлік орбита пайда болады;
- v_0 шеңберлік жылдамдықтан жоғары болғанда, эллипстік орбитаның өлшемі артады;
- v_0 қашу жылдамдығына жақындағанда, a шексіздікке ұмтылады.

Бұл орбитаның өлшемі мен бастапқы жылдамдық арасындағы негізгі байланысты көрсетеді.

8. Бастапқы жылдамдық бағытының әсері

Орбитаның пішіні тек бастапқы жылдамдықтың шамасына ғана емес, оның бағытына да тәуелді. Егер бастапқы жылдамдық толықтай көлденең бағытта болса: $\mathbf{v_r = 0}$, онда бастапқы нүкте орбитаның апоцентрі немесе перицентрі болуы мүмкін. Ал егер бастапқы жылдамдықтың радиал құраушысы болса: $\mathbf{v_r \neq 0}$, онда бастапқы нүкте орбитаның апоцентрі немесе перицентрі болмауы мүмкін. Жылдамдықтың радиал және көлденең құраушылары:

$\mathbf{v_0^2 = v_{r0}^2 + v_{t0}^2}$. Бұрыштық импульс моменті: $\mathbf{h = r_0 v_{t0}}$.

Демек, бастапқы жылдамдықтың көлденең құраушысы орбитаның бұрыштық импульсіне тікелей әсер етеді.

9. Эксцентриситеттің бастапқы жылдамдыққа тәуелділігі

Орбитаның пішінін сипаттайтын негізгі параметр — эксцентриситет.

Оны энергия мен бұрыштық импульс арқылы: $\mathbf{e^2 = 1 + 2\varepsilon h^2/\mu^2}$

формуласы бойынша анықтауға болады. Мұнда:

- e — эксцентриситет;
- ε — меншікті механикалық энергия;
- h — меншікті бұрыштық импульс моменті.

Бастапқы жылдамдық өзгерген кезде энергия да, ал оның бағыты өзгерген жағдайда бұрыштық импульс моменті де өзгереді. Сондықтан эксцентриситет те өзгереді. Эксцентриситеттің мәні:

- $e = 0$ — шеңбер;
- $0 < e < 1$ — эллипс;
- $e = 1$ — парабола;
- $e > 1$ — гипербола.

Осылайша бастапқы жылдамдықтың шамасы мен бағыты орбитаның геометриялық пішінін анықтайды.

10. Перицентр және апоцентрдің бастапқы жылдамдыққа тәуелділігі

Эллипстік орбитада:

$\mathbf{r_p = a(1 - e)}$,

$\mathbf{r_a = a(1 + e)}$.

Мұндағы r_p — перицентр радиусы, r_a — апоцентр радиусы.

Бастапқы жылдамдықтың өзгеруі a және e параметрлерінің өзгеруіне әкеледі. Сондықтан перицентр мен апоцентрдің орналасуы да өзгереді.

Егер аппаратқа орбиталық жылдамдықтан аздап қосымша жылдамдық берілсе, оның орбитасы созылыңқырап, апоцентр биіктігі артады.

Керісінше, аппараттың жылдамдығын азайтқанда, орбитаның энергиясы кеміп, орбитаның өлшемі өзгереді.

Бұл қағида ғарыш аппараттарының орбиталық маневрлерінің теориялық негіздерінің бірі болып табылады.

11. Орбиталық жылдамдықтың өзгеруі және маневрлер

Ғарыш аппаратын бір орбитадан екіншісіне ауыстыру үшін оның жылдамдығын өзгерту қажет. Мысалы, аппаратқа қозғалыс бағыты бойынша қосымша жылдамдық берілсе, оның орбиталық энергиясы артады. Егер қосымша жылдамдық жеткілікті аз болса, жаңа эллипстік орбита қалыптасады. Жылдамдықты одан әрі арттырғанда аппарат қашу траекториясына жақындайды. Ал жылдамдықты қашу жылдамдығынан асыру аппаратты гиперболалық траекторияға шығарады. Бұл жерде маңызды қағида бар: **жылдамдықты өзгерту тек орбитаның өлшеміне ғана емес, оның пішіні мен кеңістіктегі параметрлеріне де әсер етуі мүмкін.**

12. Бастапқы жылдамдық және орбиталық энергия

Бастапқы жылдамдықтың орбитаның энергиясына әсері: $\varepsilon = v_0^2/2 - \mu/r_0$ формуласы арқылы анық көрінеді. Жылдамдық артқан сайын: $v_0^2/2$ кинетикалық энергия артады. Ал бастапқы радиус тұрақты болған жағдайда: $-\mu/r_0$ өзгермейді. Сондықтан бастапқы жылдамдықты өзгерту арқылы аппараттың толық орбиталық энергиясын өзгертуге болады.

Бұл ғарыштық ұшу аппараттарын орбитаға шығару және олардың траекториясын өзгерту кезінде негізгі физикалық принцип болып табылады.

13. Практикалық маңызы

Бастапқы жылдамдық пен орбита параметрлерінің байланысын білу мынадай есептерді шешуге мүмкіндік береді:

- қажетті орбиталық жылдамдықты анықтау;
- шеңберлік орбитаға шығу;
- эллипстік орбита параметрлерін есептеу;
- апоцентр мен перицентр биіктіктерін анықтау;
- қашу жылдамдығын есептеу;
- ғарыш аппаратын бір орбитадан екіншісіне ауыстыру;
- ғарыштық ұшу траекториясын алдын ала бағалау;
- орбиталық маневрлердің нәтижесін анықтау.

Ғарыштық аппаратты ұшыру кезінде бастапқы жылдамдықтың шамасын ғана емес, оның бағытын да өте дәл анықтау қажет. Аз ғана ауытқудың өзі орбитаның өлшемі мен пішінінің өзгеруіне алып келуі мүмкін.

Қорытынды

Ғарыштық аппараттың бастапқы жылдамдығы оның кейінгі орбитасының негізгі параметрлерін анықтайтын маңызды факторлардың бірі болып табылады. Бастапқы радиус пен жылдамдық арқылы аппараттың меншікті механикалық энергиясы: $\varepsilon = v_0^2/2 - \mu/r_0$ анықталады.

Энергияның таңбасы орбитаның жалпы түрін анықтайды:

- $\varepsilon < 0$ — эллипстік орбита;
- $\varepsilon = 0$ — параболалық траектория;
- $\varepsilon > 0$ — гиперболалық траектория.

Белгілі бір радиуста шеңберлік орбита үшін:

v_c = √(μ/r). Ал қашу жылдамдығы: **v_esc = √(2μ/r).** Бастапқы жылдамдықтың шамасымен қатар оның бағыты да маңызды. Жылдамдықтың көлденең құраушысы бұрыштық импульс моментін, ал толық жылдамдық аппараттың орбиталық энергиясын анықтайды. Осылайша, бастапқы жылдамдықты дұрыс таңдау — қажетті орбитаны қалыптастырудың негізгі шарты. Бұл қағида ғарыш аппараттарын орбитаға шығару, орбиталық маневрлер жүргізу және ғарыштық ұшу траекторияларын есептеу кезінде кеңінен қолданылады.

Бақылау сұрақтары

1. Ғарыш аппаратының бастапқы күйі қандай шамалармен сипатталады?
2. Бастапқы жылдамдық дегеніміз не?
3. Бастапқы жылдамдық орбитаның пішініне қалай әсер етеді?
4. Меншікті механикалық энергия дегеніміз не?
5. Бастапқы жылдамдық пен механикалық энергия арасында қандай байланыс бар?
6. Қандай жағдайда аппарат эллипстік орбитада қозғалады?
7. Қандай жағдайда параболалық траектория пайда болады?
8. Қандай жағдайда гиперболалық траектория пайда болады?
9. Шеңберлік орбиталық жылдамдық дегеніміз не?
10. Шеңберлік орбиталық жылдамдық қандай формуламен анықталады?
11. Қашу жылдамдығы дегеніміз не?
12. Қашу жылдамдығы мен шеңберлік орбиталық жылдамдықтың арасында қандай байланыс бар?
13. Бастапқы жылдамдық шеңберлік жылдамдықтан аз болған жағдайда орбита қалай өзгереді?
14. Бастапқы жылдамдық шеңберлік жылдамдықтан жоғары болған жағдайда қандай орбита қалыптасуы мүмкін?
15. Бастапқы жылдамдық қашу жылдамдығына тең болғанда қандай траектория пайда болады?
16. Бастапқы жылдамдық қашу жылдамдығынан жоғары болғанда қандай траектория пайда болады?
17. Орбитаның үлкен жарты осі дегеніміз не?
18. Үлкен жарты ось бастапқы жылдамдыққа қалай тәуелді?
19. Эксцентриситет дегеніміз не?
20. Бастапқы жылдамдық эксцентриситеттің мәніне қалай әсер етеді?
21. Орбитаның пішіні мен өлшемін анықтауда жылдамдықтың бағыты қандай рөл атқарады?
22. Радиал және көлденең жылдамдық құраушылары дегеніміз не?
23. Бұрыштық импульс моменті бастапқы жылдамдықтың қай құраушысына байланысты?
24. Перицентр дегеніміз не?
25. Апоцентр дегеніміз не?
26. Бастапқы жылдамдықтың өзгеруі перицентр мен апоцентрге қалай әсер етеді?

27. Орбитаның өлшемі мен бастапқы жылдамдық арасында қандай байланыс бар?
28. Ғарыш аппаратына қосымша жылдамдық беру орбитаның энергиясын қалай өзгертеді?
29. Бастапқы жылдамдықты азайту қандай орбиталық өзгерістерге әкелуі мүмкін?
30. Орбиталық маневрлерді орындауда бастапқы жылдамдықты дұрыс таңдаудың маңызы қандай?