Дәріс №11. Тақырыбы: Ғарыш аппаратының екі бекітілген орны мен фокустық параметрі бойынша орбитасы.

Дәрістің мақсаты: ғарыш аппаратының екі бекітілген орны және фокустық параметрі бойынша оның орбитасын анықтаудың теориялық негіздерін түсіндіру. Студенттерге орбитаның полярлық теңдеуін, фокустық параметр мен эксцентриситеттің физикалық және геометриялық мағынасын меңгерту, сондай-ақ берілген екі нүкте арқылы орбитаның негізгі параметрлерін есептеу әдістерін үйрету.

Дәріс жоспары:

1. Кіріспе. Ғарыш аппаратының орбитасын анықтау мәселесі.
2. Ғарыш аппаратының орбитасы туралы жалпы түсінік.
3. Ғарыш аппаратының екі бекітілген орны.
4. Фокустық параметрдің физикалық және геометриялық мағынасы.
5. Орбитаның полярлық теңдеуі.
6. Екі бекітілген нүкте бойынша орбитаны анықтау.
7. Орбитаның негізгі геометриялық параметрлері.
8. Фокустық параметр мен аппараттың қозғалыс жылдамдығының байланысы.
9. Кеплер заңдары және олардың орбитаны анықтаудағы рөлі.
10. Орбиталық периодты анықтау.
11. Екі бекітілген орын бойынша орбитаны есептеу алгоритмі.
12. Нақты есептердегі өлшеу қателері және қосымша факторлар.
13. Қорытынды.

Кіріспе

Ғарыш аппараттарының орбиталарын анықтау — аспан механикасының маңызды есептерінің бірі. Ғарыш аппаратының қозғалысын бақылау барысында оның кеңістіктегі орнын белгілі бір уақыт мезеттерінде өлшеуге болады. Осы бақылаулардың негізінде аппараттың орбитасын анықтау, оның болашақтағы қозғалысын болжау және қажетті траекториялық параметрлерін есептеу жүзеге асырылады.

Орбитаны анықтау үшін әртүрлі бастапқы деректер пайдаланылуы мүмкін. Солардың бірі — аппараттың орбитадағы **екі бекітілген орны** және орбитаның **фокустық параметрі**. Екі белгілі нүкте аппарат траекториясының геометриялық орналасуы туралы ақпарат берсе, фокустық параметр орбитаның өлшемі мен пішінін сипаттайтын маңызды шама болып табылады.

Бұл есептің теориялық негізін Кеплер заңдары мен Ньютонның бүкіләлемдік тартылыс заңы құрайды. Орталық тартылыс өрісінде ғарыш аппаратының траекториясы конустық қималардың бірі — шеңбер, эллипс, парабола немесе гипербола түрінде болады.

1. Ғарыш аппаратының орбитасы туралы жалпы түсінік

Ғарыш аппараты планета немесе басқа аспан денесінің гравитациялық өрісінде қозғалған кезде оның траекториясы сол дененің тартылыс күшіне байланысты анықталады.

Екі дене есебінде орталық дененің массасы аппараттың массасынан әлдеқайда үлкен деп есептеледі. Бұл жағдайда аппараттың қозғалысын келесі теңдеумен сипаттауға болады:

$\ddot{\mathbf{r}} = -\mu \mathbf{r}/r^3$, мұндағы:

- $\mathbf{r}$ — орталық денеден аппаратқа жүргізілген радиус-вектор;
- $\ddot{\mathbf{r}}$ — аппараттың үдеуі;
- $\mu = GM$ — орталық дененің гравитациялық параметрі;
- G — гравитациялық тұрақты;
- M — орталық дененің массасы.

Осы теңдеудің шешімі аппараттың конустық қима бойымен қозғалуын береді.

Орбитаның түрі оның энергиясына және эксцентриситетіне байланысты анықталады:

- $e = 0$ — шеңбер;
- $0 < e < 1$ — эллипс;
- $e = 1$ — парабола;
- $e > 1$ — гипербола.

Ғарыш аппараттарының Жер маңындағы көптеген орбиталары эллипстік орбиталарға жатады.

2. Екі бекітілген орын ұғымы

Ғарыш аппаратын бақылау кезінде оның орбитадағы белгілі екі орны анықталуы мүмкін. Оларды шартты түрде P_1 және P_2 нүктелері деп белгілейік.

Әрбір нүктенің орталық денеге қатысты полярлық координаталары:

(r_1, ν_1) және (r_2, ν_2) түрінде берілуі мүмкін.

Мұндағы:

- r_1, r_2 — аппараттың орталық денеден бірінші және екінші нүктелердегі қашықтықтары;
- ν_1, ν_2 — сәйкес нүктелердің нақты аномалиялары.

Екі нүктенің белгілі болуы орбитаның кеңістіктегі орналасуына қойылатын геометриялық шарттарды анықтайды. Алайда тек екі нүктенің өзі кез келген жағдайда бір ғана орбитаны анықтау үшін жеткіліксіз болуы мүмкін. Сондықтан қосымша параметр қажет. Осы жерде **фокустық параметр p** маңызды рөл атқарады.

Егер екі нүкте мен фокустық параметр белгілі болса, орбитаның теңдеуін анықтауға қажетті геометриялық шарттар алынады.

3. Фокустық параметрдің физикалық мағынасы

Орбитаның полярлық теңдеуі:

$r = p / (1 + e \cos \nu)$ түрінде жазылады.

Мұндағы:

- **r** — аппараттың фокусқа дейінгі қашықтығы;
- **p** — фокустық параметр;
- **e** — орбитаның эксцентриситеті;
- **ν** — нақты аномалия.

Фокустық параметр **p** орбитаның маңызды геометриялық сипаттамасы болып табылады.

Эллипстік орбита үшін:

$p = a(1 - e^2)$, мұндағы **a** — үлкен жарты ось.

Параболалық орбита үшін **e = 1**, сондықтан оның фокустық параметрі орбитаның өлшемін тікелей сипаттайтын негізгі параметрлердің бірі болады.

Фокустық параметрді бұрыштық импульс арқылы да өрнектеуге болады:

$p = h^2/\mu$, мұндағы **h** — меншікті бұрыштық импульс.

Бұл теңдеу фокустық параметрдің орбитаның динамикалық қасиеттерімен де тығыз байланысты екенін көрсетеді.

4. Екі нүкте бойынша орбитаны анықтау

Екі бекітілген нүкте үшін орбитаның полярлық теңдеуін жазайық:

$r_1 = p / (1 + e \cos \nu_1)$ және **$r_2 = p / (1 + e \cos \nu_2)$.**

Егер **p**, **r_1**, **r_2**, **ν_1** және **ν_2** арасындағы қажетті шамалар белгілі болса, осы теңдеулер жүйесінен орбитаның эксцентриситетін және оның басқа параметрлерін анықтауға болады.

Бірінші теңдеуді түрлендірсек:

$p/r_1 = 1 + e \cos \nu_1$. Осыдан: **$e \cos \nu_1 = p/r_1 - 1$.**

Сол сияқты екінші нүкте үшін:

$e \cos \nu_2 = p/r_2 - 1$.

Егер бұрыштар белгілі болса, эксцентриситетті есептеу мүмкіндігі пайда болады.

Мысалы: **$e = (p/r_1 - 1)/\cos \nu_1$** немесе **$e = (p/r_2 - 1)/\cos \nu_2$.**

Нақты есепте екі өрнектен алынған нәтижелер өзара сәйкес келуі керек. Егер бақылау мәліметтерінде қателер болса, нәтижелер арасында белгілі бір айырмашылық болуы мүмкін.

5. Орбитаның геометриялық элементтерін анықтау

Эксцентриситет белгілі болғаннан кейін эллипстік орбитаның басқа геометриялық параметрлерін анықтауға болады.

Эллипс үшін фокустық параметр:

$p = a(1 - e^2)$.

Осыдан үлкен жарты ось:

$a = p/(1 - e^2)$.

Үлкен жарты ось орбитаның өлшемін сипаттайды.

Перицентр қашықтығы:

$r_p = a(1 - e)$

немесе фокустық параметр арқылы:

$r_p = p/(1 + e)$.

Апоцентр қашықтығы:
$\mathbf{r_a = a(1 + e).}$
Осы параметрлердің көмегімен аппараттың орталық денеге ең жақын және ең алыс орналасатын нүктелерін анықтауға болады.
Егер орбита Жерді айнала қозғалысты сипаттаса, онда **перигей** — Жерге ең жақын нүкте, ал **апогей** — Жерден ең алыс нүкте болып табылады.

6. Екі нүктенің орбитадағы орналасуын анықтау

Екі бекітілген нүктенің орбитадағы орны олардың нақты аномалиялары арқылы сипатталады.
Нақты аномалия ν — орбитаның перицентр бағыты мен аппараттың ағымдағы радиус-векторы арасындағы бұрыш.
Аппарат перицентрден өткен кезде: $\nu = 0°$ болады.
Апоцентрде: $\nu = 180°$ болады.
Сондықтан екі бекітілген нүктенің нақты аномалияларын білу аппараттың орбитадағы орналасуын анықтауға мүмкіндік береді.
Мысалы, егер екі нүктенің бірі перицентрге жақын, ал екіншісі апоцентрге жақын орналасса, олардың радиустары айтарлықтай өзгеше болады. Бұл айырмашылық орбитаның эксцентриситеті туралы ақпарат береді.

7. Фокустық параметр мен жылдамдық арасындағы байланыс

Фокустық параметр тек геометриялық шама ғана емес, ол аппараттың қозғалыс динамикасымен де байланысты.
Меншікті бұрыштық импульс: $\mathbf{h = r \times v}$ арқылы анықталады.
Оның модулі орбиталық жазықтықтағы қозғалыспен байланысты. Фокустық параметр: $\mathbf{p = h^2/\mu}$ болғандықтан, ол аппараттың жылдамдығы мен радиус-векторының өзара орналасуына тәуелді.
Полярлық координаталарда: $\mathbf{h = r\ v_t}$ деп жазуға болады. Мұндағы $\mathbf{v_t}$ — жылдамдықтың радиус-векторға перпендикуляр құраушысы.
Демек, фокустық параметрді білу арқылы аппараттың орбиталық қозғалысының маңызды динамикалық қасиеттері туралы ақпарат алуға болады.

8. Орбитаны анықтаудың практикалық маңызы

Ғарыш аппараттарының орбитасын екі немесе бірнеше бақылау нүктесі бойынша анықтау ғарыштық навигацияда үлкен маңызға ие.
Бақылау станциялары аппараттың белгілі уақыт мезеттеріндегі координаталарын өлшейді. Бірнеше өлшеудің нәтижесінде оның орбиталық параметрлері нақтыланады.
Орбитаны дұрыс анықтау:

- аппараттың келесі орнын болжауға;
- орбиталық кезеңді есептеуге;
- перигей мен апогейді анықтауға;
- аппараттың басқа объектілермен жақындасуын бағалауға;
- орбитаны түзету қажеттілігін анықтауға мүмкіндік береді.

Нақты ғарыштық есептерде өлшеу қателері болатынын ескеру қажет. Сондықтан екі нүкте бойынша алынған қарапайым геометриялық шешім көбіне бастапқы бағалау ретінде пайдаланылады. Жоғары дәлдіктегі навигацияда бірнеше бақылау нәтижелері бір уақытта өңделіп, орбиталық параметрлер арнайы математикалық әдістер арқылы нақтыланады.

9. Кеплер заңдарымен байланысы

Орбитаны екі нүкте және фокустық параметр арқылы анықтау Кеплер заңдарымен тығыз байланысты.

Кеплердің бірінші заңы бойынша планеталар мен басқа аспан денелері орталық денені эллипстік орбита бойымен айналады, ал орталық дене эллипстің фокустарының бірінде орналасады.

Кеплердің екінші заңы бойынша радиус-вектор тең уақыт аралықтарында тең аудандар сызады. Бұл заң аппараттың орбитадағы жылдамдығының тұрақты емес екенін көрсетеді.

Перицентр маңында аппарат жылдамырақ, ал апоцентр маңында баяуырақ қозғалады.

Кеплердің үшінші заңы орбитаның үлкен жарты осі мен оның айналу периодының арасындағы байланысты береді:

$T^2 \propto a^3$. Нақты түрде: $T = 2\pi\sqrt{(a^3/\mu)}$.

Осы формула арқылы орбитаның үлкен жарты осі анықталғаннан кейін ғарыш аппаратының орбиталық периодын есептеуге болады.

10. Орбитаны есептеу алгоритмі

Екі бекітілген орын және фокустық параметр бойынша орбитаны анықтаудың жалпы алгоритмін бірнеше кезеңге бөлуге болады.

Бірінші кезең: екі бекітілген нүктенің координаталары анықталады.

Екінші кезең: әр нүктенің орталық денеге дейінгі қашықтығы және нақты аномалиясы анықталады.

Үшінші кезең: орбитаның полярлық теңдеуі пайдаланылады:

$r = p/(1 + e \cos \nu)$.

Төртінші кезең: берілген мәліметтер арқылы эксцентриситет **e** есептеледі.

Бесінші кезең: егер орбита эллипстік болса, үлкен жарты ось:

$a = p/(1 - e^2)$

формуласы арқылы табылады.

Алтыншы кезең: перицентр, апоцентр және орбиталық период анықталады.

Жетінші кезең: алынған параметрлер бойынша аппараттың орбитасы және оның болашақтағы қозғалысы есептеледі.

Бұл алгоритм теориялық екі дене моделіне негізделген. Нақты есептерде Жердің гравитациялық өрісінің біркелкі еместігі, атмосфералық кедергі, Ай мен Күннің тартылысы және басқа да факторлар ескеріледі.

Қорытынды

Ғарыш аппаратының екі бекітілген орны мен фокустық параметрі бойынша орбитасын анықтау — оның траекториясының геометриялық және динамикалық қасиеттерін зерттеуге мүмкіндік беретін маңызды есеп.

Орбитаның негізгі полярлық теңдеуі: **r = p/(1 + e cos ν)** түрінде жазылады. Мұндағы фокустық параметр **p**, эксцентриситет **e** және нақты аномалия **ν** орбитаның геометриялық пішінін анықтайды. Екі белгілі нүкте үшін алынған радиустар мен бұрыштар орбитаның параметрлерін есептеуге қажетті ақпарат береді. Ал фокустық параметр орбитаның өлшемін және бұрыштық импульспен байланысты динамикалық қасиетін сипаттайды.

Эксцентриситет анықталғаннан кейін орбитаның түрін ажыратуға болады: шеңбер, эллипс, парабола немесе гипербола. Эллипстік орбита үшін үлкен жарты ось, перицентр және апоцентр қашықтықтары, сондай-ақ орбиталық период есептеледі.

Осылайша екі бекітілген орын мен фокустық параметрді пайдалану ғарыш аппаратының орбитасын анықтаудың теориялық негізін құрайды. Бұл әдістер ғарыштық навигацияда, орбиталарды бақылауда және ғарыш аппараттарының қозғалысын болжауда маңызды орын алады.

Бақылау сұрақтары

1. Ғарыш аппаратының орбитасы дегеніміз не?
2. Екі дене есебі қандай физикалық модельге негізделеді?
3. Ғарыш аппаратының орбитасын анықтау үшін қандай бастапқы мәліметтер қажет?
4. Екі бекітілген орын дегеніміз не?
5. Радиус-вектордың физикалық мағынасы қандай?
6. Нақты аномалия дегеніміз не?
7. Фокустық параметр дегеніміз не?
8. Фокустық параметр қандай физикалық және геометриялық шамалармен байланысты?
9. Орбитаның полярлық теңдеуін жазыңыз.
10. Полярлық теңдеудегі pp, ee және ν\nu шамалары нені білдіреді?
11. Орбитаның эксцентриситеті дегеніміз не?
12. Эксцентриситеттің мәні орбитаның түрін қалай анықтайды?
13. Екі бекітілген нүкте арқылы эксцентриситетті қалай анықтауға болады?
14. Эллипстік орбита үшін фокустық параметр мен үлкен жарты ось арасында қандай байланыс бар?
15. Үлкен жарты ось дегеніміз не?
16. Перицентр және апоцентр дегеніміз не?
17. Перицентр мен апоцентр қашықтықтары қандай формулалармен анықталады?
18. Фокустық параметр мен бұрыштық импульс арасында қандай байланыс бар?
19. Меншікті бұрыштық импульс дегеніміз не?
20. Кеплердің бірінші заңы орбитаның пішіні туралы не айтады?

21. Кеплердің екінші заңы ғарыш аппаратының орбиталық жылдамдығы туралы нені көрсетеді?
22. Кеплердің үшінші заңы қандай шамалардың арасындағы байланысты сипаттайды?
23. Орбиталық период дегеніміз не және оны қалай анықтауға болады?
24. Екі бекітілген орын бойынша орбитаны анықтаудың негізгі кезеңдерін атаңыз.
25. Нақты ғарыштық есептерде екі нүкте бойынша анықталған орбитаны не себепті қосымша бақылаулар арқылы нақтылау қажет?
26. Орбитаны анықтау кезінде өлшеу қателері қандай әсер етуі мүмкін?
27. Нақты ғарыш аппараттарының қозғалысына қандай қосымша факторлар әсер етеді?
28. Фокустық параметрдің орбитаны сипаттаудағы маңызы неде?
29. Екі белгілі нүкте мен фокустық параметр арқылы орбитаның қандай негізгі сипаттамаларын анықтауға болады?
30. Ғарыш аппараттарының орбитасын анықтаудың практикалық маңызы қандай?