MCH5022 Механика материалов

Лектор: к.т.н.,доцент Исаметова Мадина Есдаулетовна

Лекция 2. Метод сечения. Напряжение

Метод сечений
Внутренние силовые факторы
Понятие напряжений
Тензор напряжений и деформаций
Вида напряженно деформированного состояния

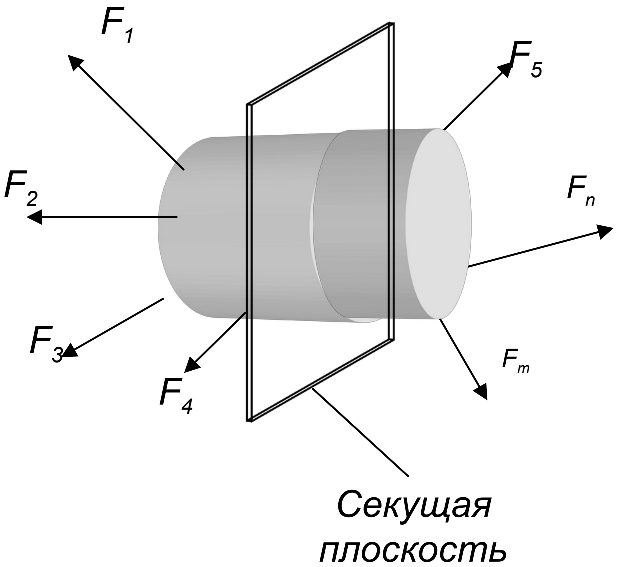
Лекция 2. Метод сечения. Напряжение

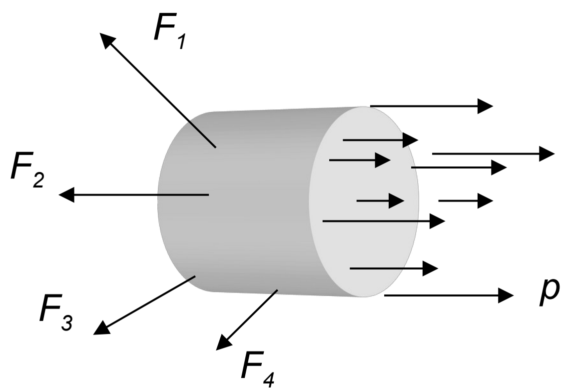
Метод сечений используется для определения внутренних сил

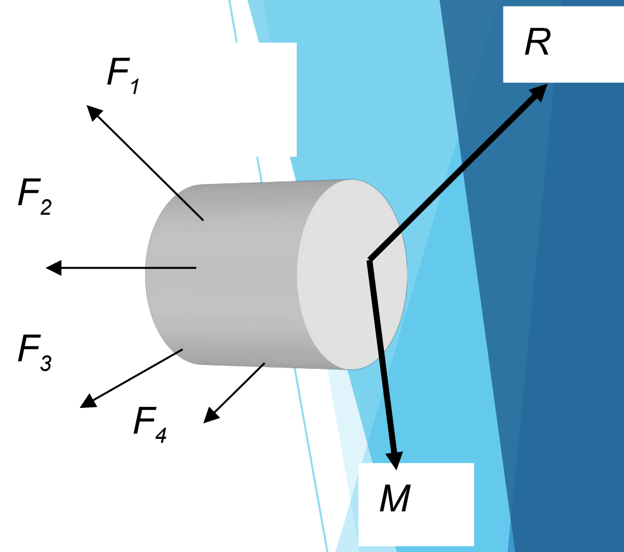
Под ***внутренними силами***, в сопротивлении материалов, понимают силы взаимодействия между отдельными элементами конструкции или между частями элемента, возникающие под действием внешних сил.

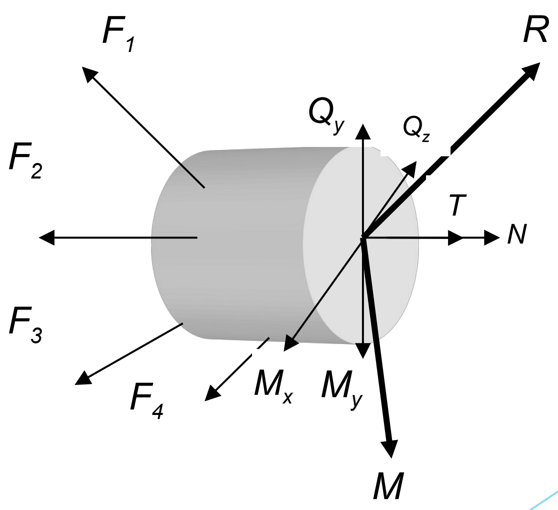
- Через сечение, в котором необходимо определить внутренние силы, проводят секущую плоскость.
- Одну из частей тела (обычно правую часть) отбрасывают, заменяя ее действие, на оставшуюся часть внутренними распределенными силами.
- Систему распределенных сил приводят к главному вектору *R* и главному моменты *M*.
- Определяют главный вектор и главный момент внутренних сил, которые соответственно равны главному вектору и главному моменту внешних сил приложенных левее (или правее) секущей плоскости.
- Если необходимо разлагают главный вектор R на продольную силу N и поперечные силы Q_X и Q_Y а главный момент M на крутящий момент T и изгибающие моменты M_X и M_Y

Метод сечений.









Алгоритм метода сечений

1. Пусть брус под действием сил F_1, F_2, … находится в равновесии. Для рассматриваемого объекта удовлетворяются уравнения равновесия:

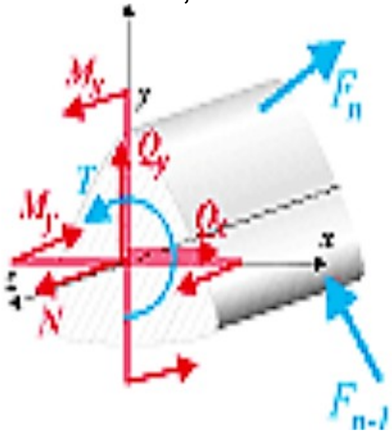
2. Проведем сечение плоскостью, совпадающей с поперечным сечением бруса, в котором отыскиваются внутренние силы.

4. Полученную систему внутренних сил можно упростить приведением к главному вектору и главному моменту, выбрав в качестве центра приведения центр тяжести поперечного сечения.

5. Разложим главный вектор и главный момент на составляющие по осям x, y, z: *Rx*, *Ry*, *Rz* и *Mx*, *My*, *Mz*.

6. Полученные компоненты имеют в сопротивлении материалов специальные названия, соответствующие видам деформации: *Rz* = ***N*** **– нормальная сила**, *Rx* = ***Qx***, *Ry* = ***Qy*** **– поперечные силы** и $\boldsymbol{M_к}$ **=** ***Mz*** **– крутящий момент**, ***Mx***, ***My*** **– изгибающие моменты**.

7. Поскольку оставленная часть бруса должна остаться в равновесии, полученные внутренние силовые факторы могут быть определены: из уравнений равновесия, составленных для этой части:



$$\sum X_i = 0; \quad \sum M_{xi} = 0;$$
$$\sum Y_i = 0; \quad \sum M_{yi} = 0;$$
$$\sum Z_i = 0; \quad \sum M_{zi} = 0.$$

Таким образом, мы будем говорить, что при действии на брус внешних сил, в поперечном сечении бруса будет возникать шесть силовых факторов, которые являются алгебраическими суммами сил и моментов, возникающих в поперечном сечении бруса, приведенных к центру тяжести поперечного сечения:

-**две поперечные силы – Q_x , Q_y** (сдвигают поперечное сечение вдоль осей X и Y);

-**- нормальная сила – N** (стремится оторвать одно сечение бруса от другого);

-**- два изгибающих момента – M_x , M_y (**изгибают брус в вертикальной XOZ плоскости и горизонтальной плоскости YOZ);

-**- крутящий момент - T или $M_к$** (закручивает одно сечение бруса относительно другого).

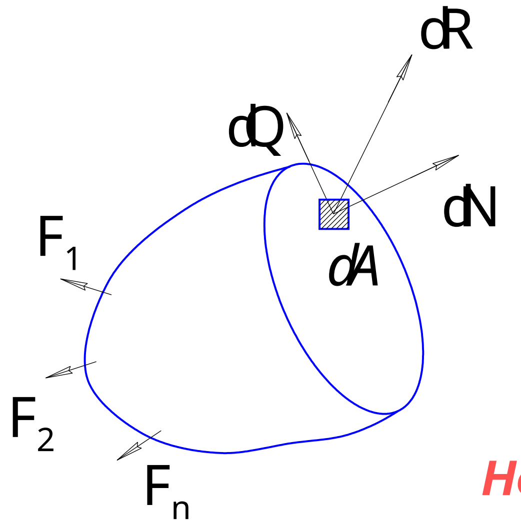
-**Эти шесть силовых факторов можно найти из условий равновесия отсеченной или оставленной части бруса.**

-**-При этом алгебраические суммы моментов находятся относительно центра тяжести сечения бруса.**

$$Q_x = \sum X_i^{\text{отброш.части}}; \quad M_x = \sum M_{xi}^{\text{отброш.части}};$$
$$Q_y = \sum Y_i^{\text{отброш.части}}; \quad M_y = \sum M_{yi}^{\text{отброш.части}};$$
$$N = \sum Z_i^{\text{отброш.части}}; \quad M_z = \sum M_{zi}^{\text{отброш.части}}.$$

$$Q_x + \sum X_i^{\text{оставл.части}} = 0; \quad M_x + \sum M_{xi}^{\text{оставл.части}} = 0;$$
$$Q_y + \sum Y_i^{\text{оставл.части}} = 0; \quad M_y + \sum M_{yi}^{\text{оставл.части}} = 0;$$
$$N + \sum Z_i^{\text{оставл.части}} = 0; \quad M_z + \sum M_{zi}^{\text{оставл.части}} = 0.$$

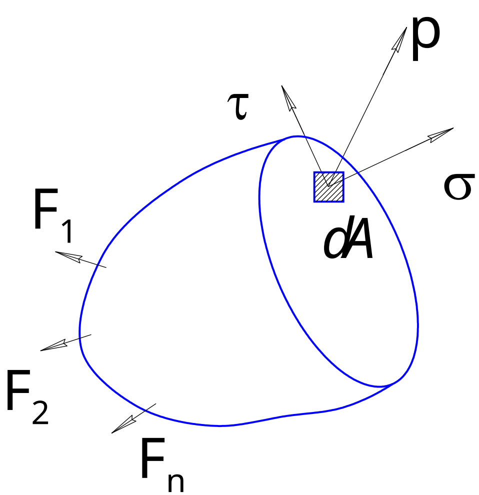
Понятие напряжения



Полным механическим напряжением называют отношение равнодействующей внутренних сил ***dR*** действующей на малый элемент выбранного сечения к площади этого элемента ***dA***.

$$p = \lim_{dA \to 0} \frac{dR}{dA}$$

Нормальным напряжением называется отношение нормальных сил ***dN*** действующих на малый элемент выбранного сечения к площади этого сечения ***dA***:



$$\sigma = \lim_{dA \to 0} \frac{dN}{dA}$$

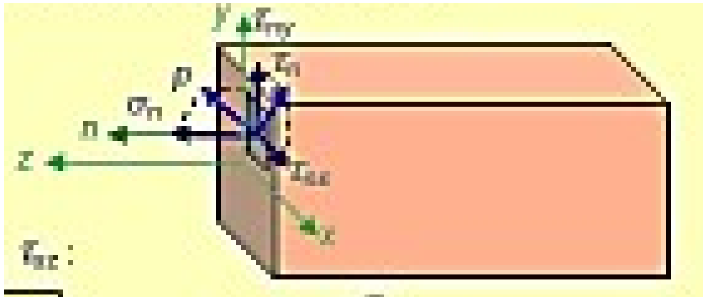
Касательным напряжением называется отношение касательных сил ***dQ*** действующих на малый элемент выбранного сечения к площади ***dA*** этого элемента.

$$\tau = \lim_{dA \to 0} \frac{dQ}{dA}$$

Нормальные σ и касательные τ напряжения являются составляющими полного напряжения *p:*

$$p = \sqrt{\sigma^2 + \tau^2}$$

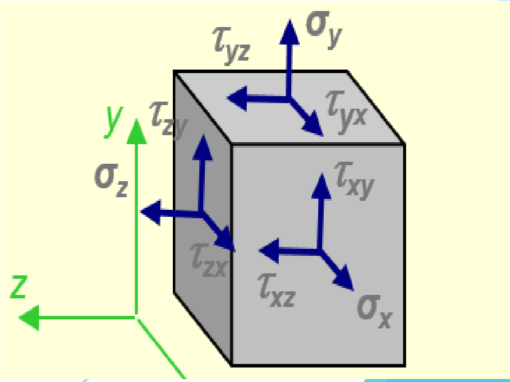
При анализе напряжений в окрестности рассматриваемой точки выделяется бесконечно малый объемный элемент (параллелепипед со сторонами *dx*, *dy*, *dz*), по каждой грани которого действуют, в общем случае, три напряжения, например, для грани, перпендикулярной оси *x* (площадка *x*) – σ_x, τ_{xy}, τ_{xz} :



Компоненты напряжений по трем перпендикулярным граням элемента образуют
систему напряжений, описываемую так называемым тензором напряжений:

$$T_\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{pmatrix}$$

Тензор напряжений



Главные площадки и главные напряжения

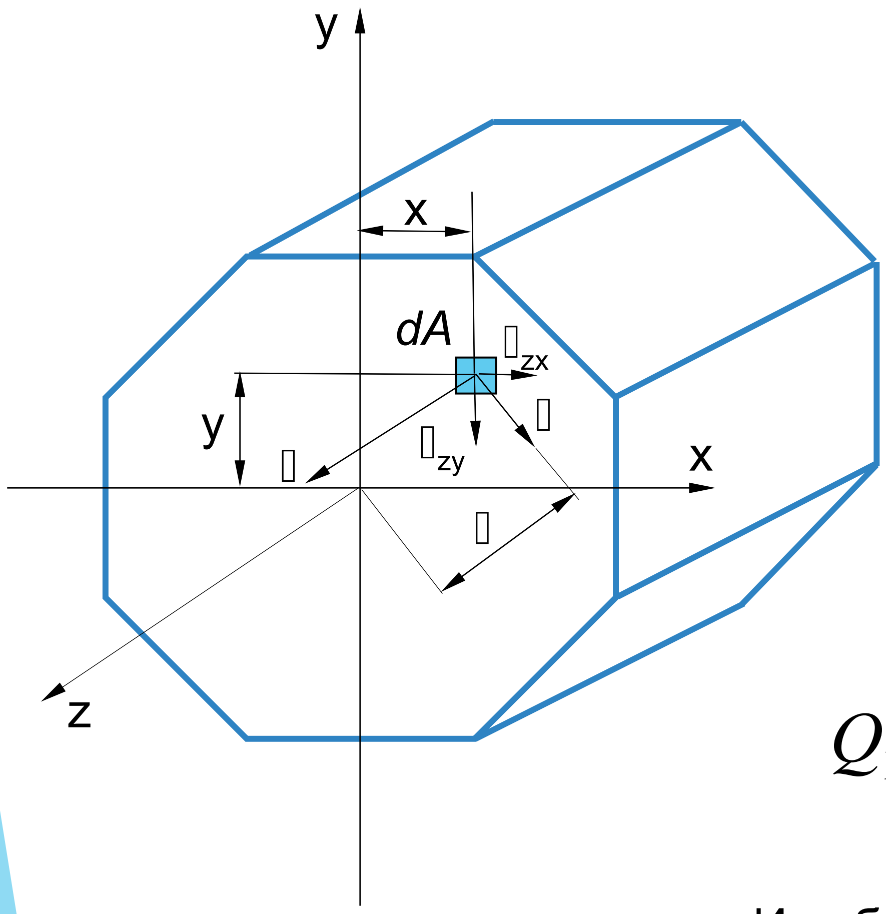
- Главными площадками напряжений называют площадки, на которых отсутствуют касательные напряжения τ
- Главные напряжения - нормальные напряжения σ, действующие на главных площадках.($\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ – с учетом знака).
- В каждой точке напряженного тела существуют три главные взаимно перпендикулярные площадки.

Виды напряженного состояния

1. Объемное напряженное состояние: $\sigma 1 \neq 0$ $\sigma 2 \neq 0$ $\sigma 3 \neq 0$.
2. Плоское напряженное состояние: одно из главных напряжений = 0.
3. Линейное напряженное состояние: два главных напряжения = 0.

Условие прочности для простейших случаев: $\boldsymbol{\sigma}max \leq \boldsymbol{[\sigma]}$ $\tau max \leq \boldsymbol{[\tau]}$

Интегральные зависимости между внутренними силами и напряжениями



Продольная сила

$$N = \int_A \sigma dA$$

Крутящий момент

$$T = \int_A \tau \rho dA$$

Поперечные силы

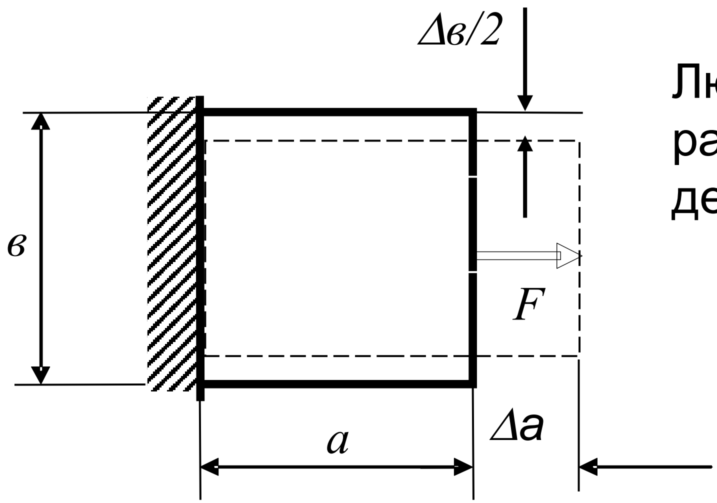
$$Q_Y = \int_A \tau_{ZY} dA \qquad Q_X = \int_A \tau_{ZX} dA$$

Изгибающие моменты

$$M_X = \int_A \sigma y dA \qquad M_Y = \int_A \sigma x dA$$

Деформации и перемещения.

Изменение формы и размеров тела в результате действия внешних нагрузок, называется ***деформацией***.



Любая деформация элементов тела может быть разложена на два вида элементарных деформаций: ***линейные*** и ***угловые***.

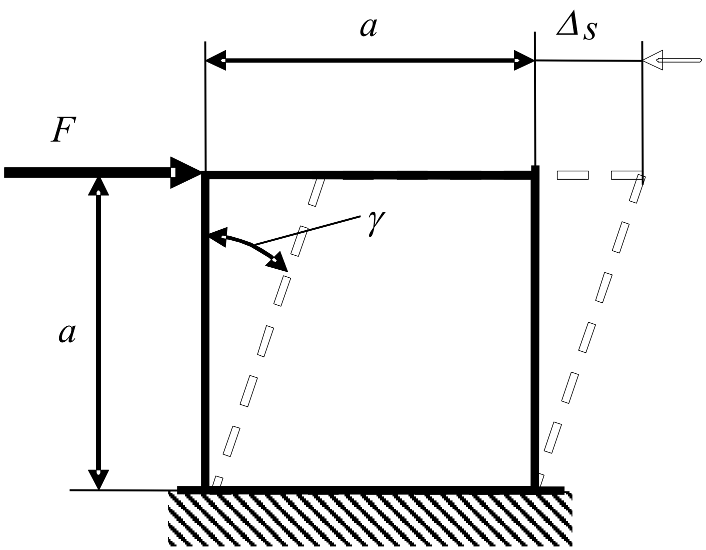
Линейными называются деформации, при которых происходит изменение линейных размеров бруса, а все угловые соотношения остаются неизменными.

Приращение длины ребра бруса после деформации *Δа* (*Δв*) называется ***абсолютным удлинением*** (укорочением).

Мерой линейной продольной деформации является ***относительное удлинение***, ε, которое равно отношению абсолютного удлинения бруса, *Δа* к начальному размеру *а*:

$$\varepsilon = \frac{\Delta a}{a}$$

Деформации и перемещения.



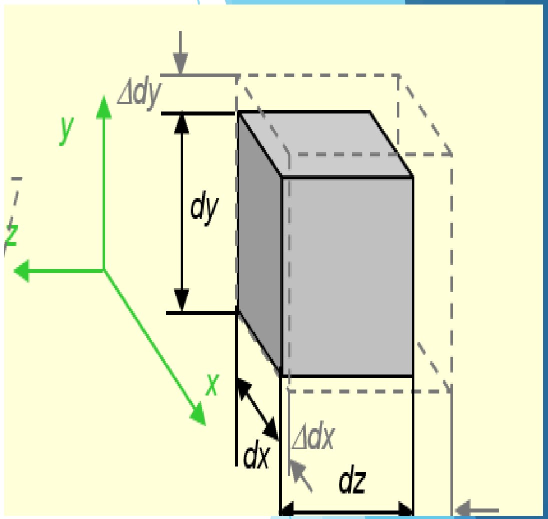
Угловыми называются деформации, при которых изменяются углы между ребрами бруса за счет сдвига одной плоскости элемента относительно другой.

Величина перемещения любой точки в плоскости сдвига Δs, называется ***абсолютным сдвигом***.

Мерой угловой деформации является ***относительный сдвиг,*** γ, который равен отношению абсолютного сдвига Δs к расстоянию между плоскостями сдвига a:

$$\gamma = \frac{\Delta s}{a}$$

Перемещения – переход точек тела в новое положение вследствие изменения формы и размеров тела под действием нагрузки.
Полное перемещение точки в пространстве раскладывается на компоненты u, v и w, параллельные осям x, y и z, соответственно.
Перемещения рассматриваемой точки зависит от деформации всех нагруженных областей тела и включают в себя перемещения как жесткого целого ненагруженных областей. Таким образом, перемещения не могут характеризовать степень деформирования в окрестности рассматриваемой точки.



- $$\varepsilon_x = \frac{\Delta dx}{dx}; \quad \varepsilon_y = \frac{\Delta dy}{dy}; \quad \varepsilon_z = \frac{\Delta dz}{dz}.$$

В зависимости от того, какие из компонент относительных деформаций имеют нулевое значение
в рассматриваемой области или для всего тела различают следующие **простые виды деформаций**:

1. Линейная деформация – $\varepsilon_z \neq 0$, углы сдвига равны нулю, остальными линейными относительными
деформациями пренебрегается (характеризуется абсолютным и относительным удлинением).
2. Плоская деформация – $\varepsilon_z \neq 0$, $\varepsilon_x \neq 0$ или $\varepsilon_y \neq 0$, остальные относительные деформации равны нулю (характеризуется абсолютным и
относительным сужением площади поперечного сечения). Эти виды деформаций обычно реализуются при растяжении-сжатии.
3. Объемная деформация – $\varepsilon_z \neq 0$, $\varepsilon_x \neq 0$, $\varepsilon_y \neq 0$, углы сдвига равны нулю(характеризуется абсолютным и относительным изменением объема).
4. Чистый сдвиг – линейные относительные деформации равны нулю, углы сдвига не равны нулю (характеризуется изменением формы, изменение объема не происходит). Это вид деформации также возникает при кручении.

В соответствии с видом деформации вначале последовательно изучают такие простейшие напряженно-деформированные состояния как
растяжение-сжатие, чистый сдвиг и кручение, чистый изгиб. Далее изучаются более сложные – поперечный изгиб, сложное сопротивление,
продольный изгиб.

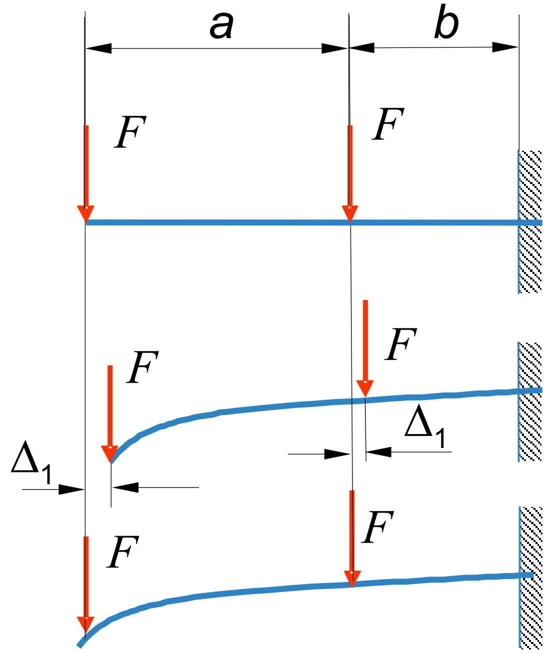
$$T_\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2}\gamma_{yx} & \frac{1}{2}\gamma_{zx} \\ \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \varepsilon_y & \frac{1}{2}\gamma_{zy} \\ \frac{1}{2}\gamma_{xz} & \frac{1}{2}\gamma_{yz} & \varepsilon_z \end{pmatrix}$$

Тензор деформаций

Допущения и принципы сопротивления материалов

Гипотеза малых деформаций

Гипотеза малых деформаций заключается в следующем—деформации конструкции или детали предполагаются настолько малыми, что можно не учитывать их влияние на взаимное расположение нагрузок и на расстояние от нагрузок до любых точек конструкции.



Рекомендуемая литература

1. Дарков А.В., Шпиро Г.С. Сопротивление материалов. - М.: Высшая школа, 1989.-622 с.
2. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов. - М.: изд. МГТУ, 1999. -591с.
4. Степин П.А. Сопротивление материалов - М.: ИНТЕГРАЛ-ПРЕСС, 1997.-320 с.
5. Ицкович Г.М., Минин Л.С., Винокуров А.И Руководство к решению задач по сопротивлению материалов - М.: Высшая школа, 1999. -592 с.
6. Миролюбов И.Н. и др. Пособие к решению задач по сопротивлению материалов -М: Высшая школа, 1985. -399 с.
7. Бондаренко А.Н. Электронный учебник по сопротивлению материалов. Москва. 2007 г.
8. Панков А.Д. Руководство по курсовому проектированию по сопротивлению материалов Расчет валов. г. Саров. 2008 г.
9. Панков А.Д. Вопросы для электронного тестирования по курсу “Сопротивление материалов”. г. Саров. 2009 г.
10. Панков А.Д. Лабораторный практикум по курсу “Сопротивление материалов”. г. Саров. 2010 г.
1. Шелофаст В.В. Основы проектирования машин. Изд –во АПМ., 2007 г.