СӘТБАЕВ УНИВЕРСИТЕТІ SATBAYEV UNIVERSITY

«Инженерная графика для архитекторов»

Каражанова Дарига Дюсеновна

Кандидат педагогических наук

ассоциированный профессор Satbayev University

СӘТБАЕВ УНИВЕРСИТЕТІ SATBAYEV UNIVERSITY

Позиционные задачи. Определение видимости на эпюре. Многогранники.

Сечение многогранников. Задачи на пересечение многогранников

К.п.н., ассоциированный профессор

Каражанова Дарига Дюсеновна

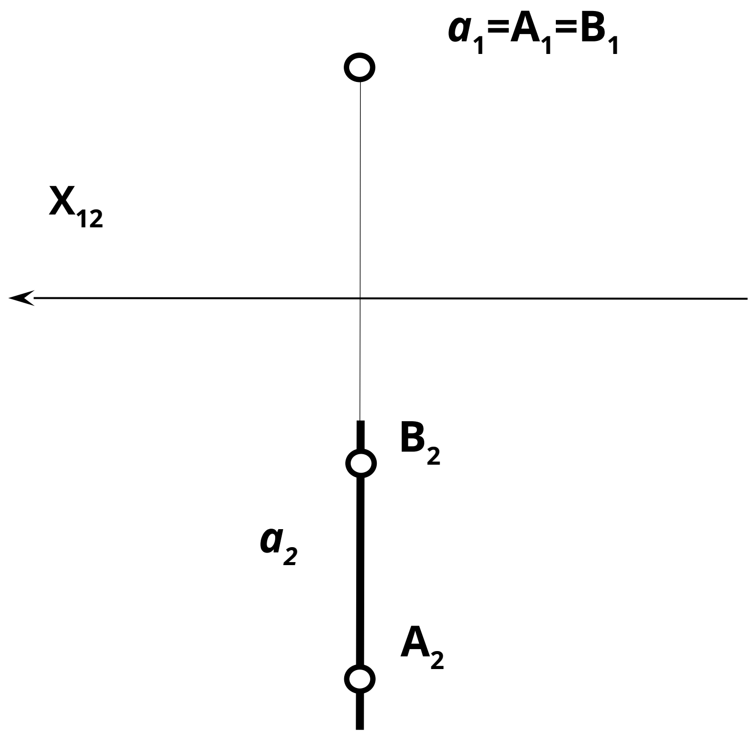
Основные позиционные задачи

Задачи, в которых определяется взаимное расположение точек, прямых и плоскостей, называются **позиционными**.

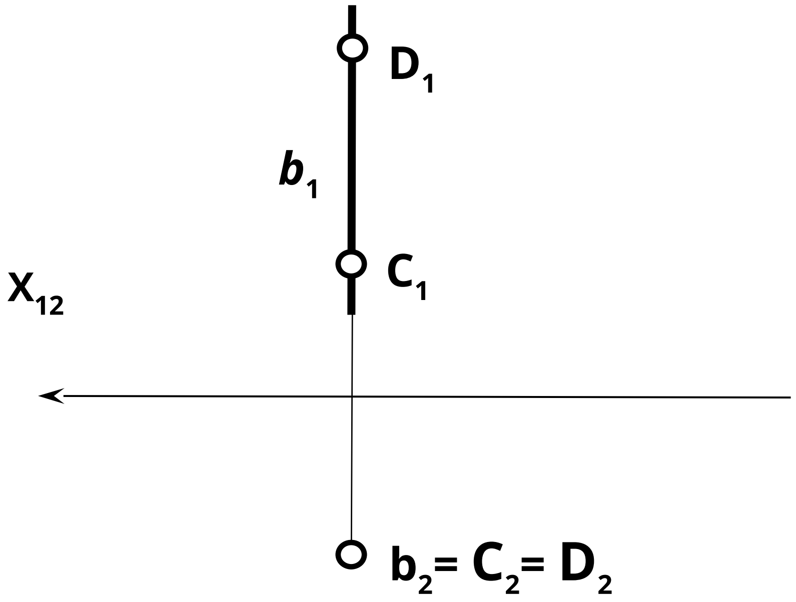
Всего определяют шесть позиционных задач:

1. Взаимное расположение точек;
2. Взаимное расположение точек и прямой;
3. Взаимное расположение двух прямых;
4. Взаимное расположение точек и плоскости;
5. Взаимное расположение прямой и плоскости;
6. Взаимное расположение плоскостей.

1. Взаимное расположение точек.



а) фронтально конкурирующие точки А и В



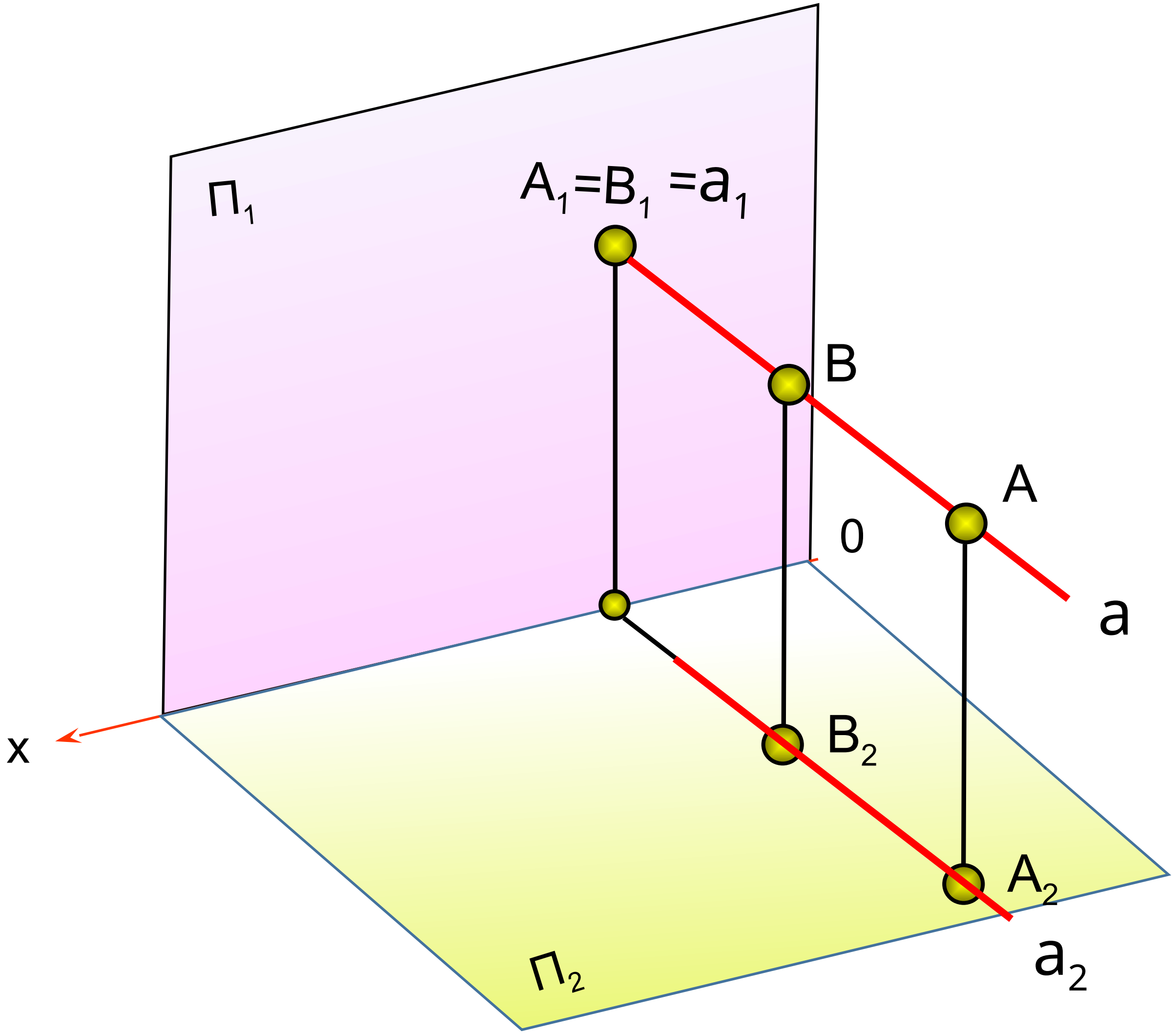
б) горизонтально конкурирующие точки C и D

В начертательной геометрии интерес представляют точки, расположенные на проецирующих прямых, так называемые **конкурирующие** точки.

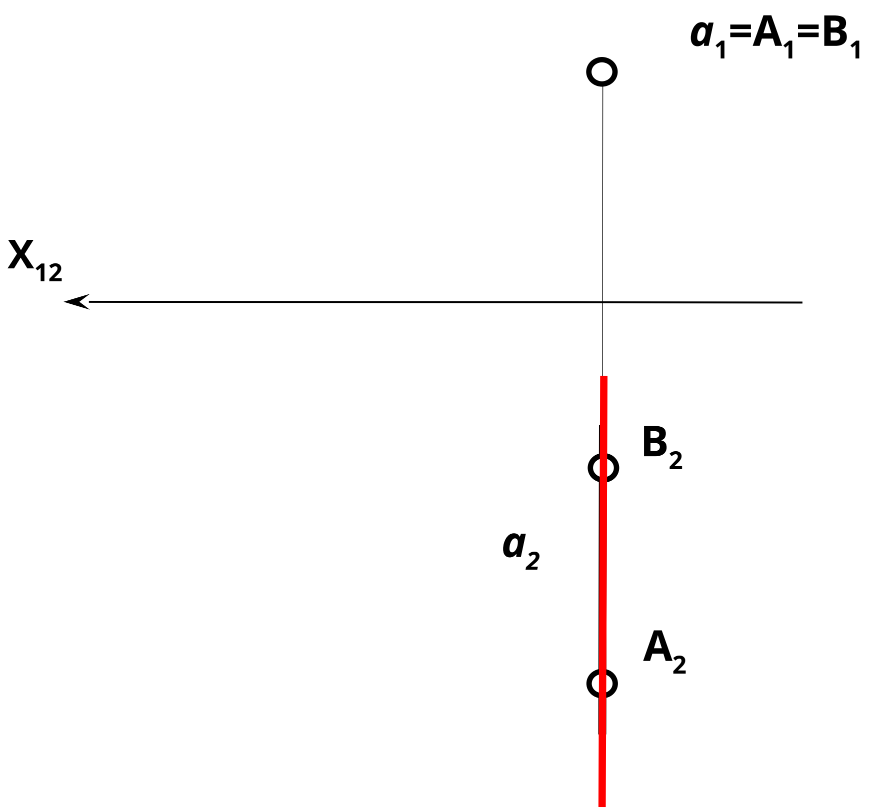
На рисунке а) показаны фронтально конкурирующие точки А и В; фронтальные проекции точек совпадают, прямая a является фронтально проецирующей (фронтальная проекция прямой вырождается в точку).

На рисунке б) показаны горизонтально конкурирующие точки C и D; горизонтальные проекции точек совпадают, прямая b является горизонтально проецирующей (горизонтальная проекция прямой вырождается в точку).

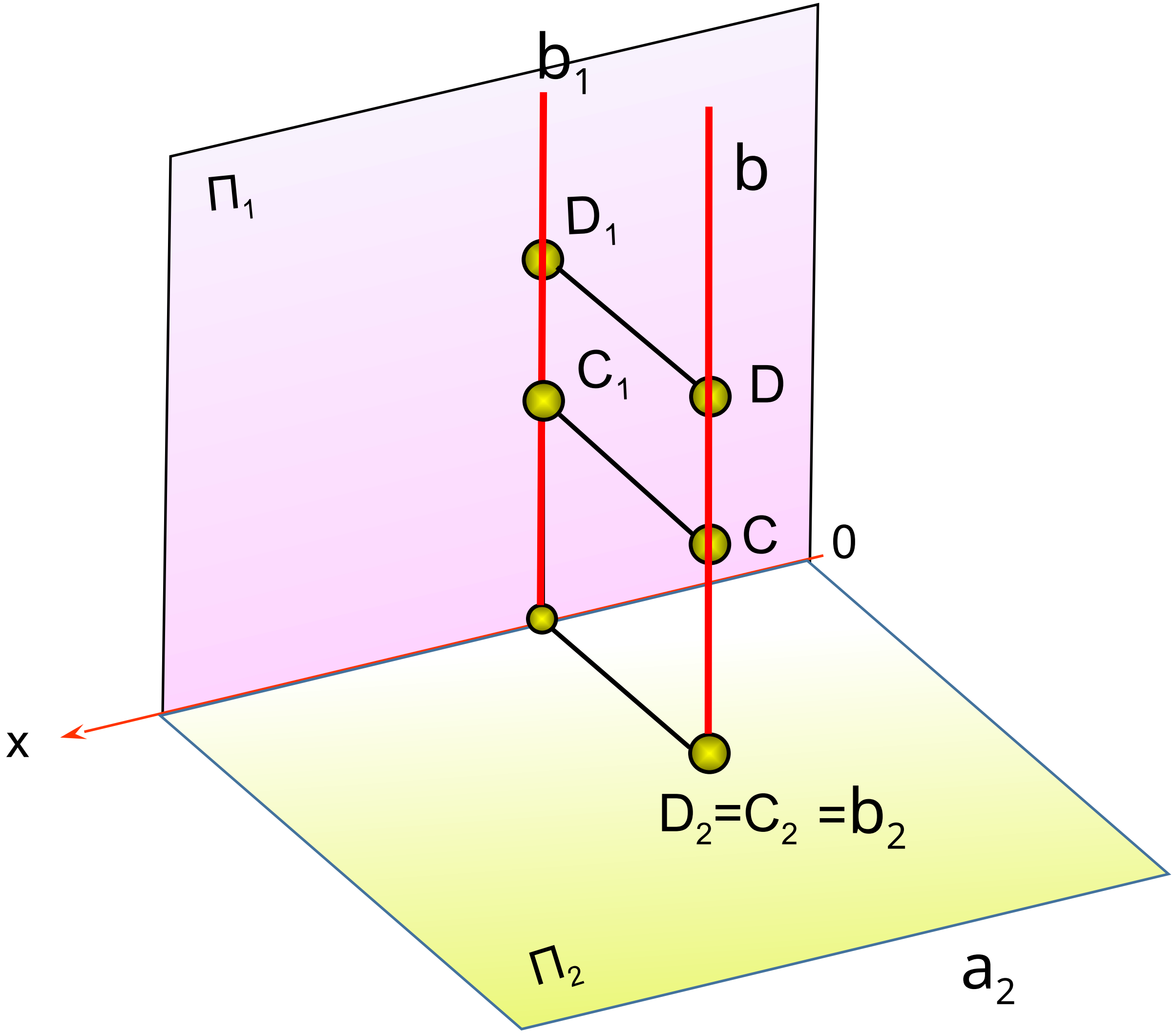
Конкурирующие точки применяют **при определении видимости** геометрических элементов на эпюре (Способ конкурирующих точек).



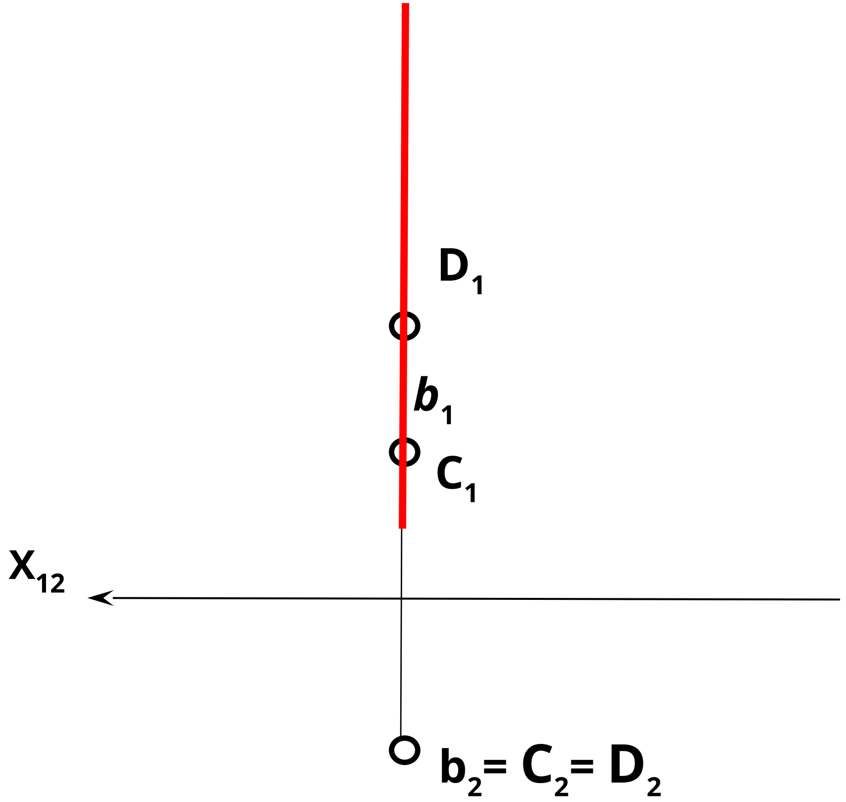
П1
A1=B1 =a1
B
A
0
a
x
B2
A2
a2
П2



a1=A1=B1
X12
B2
a2
A2

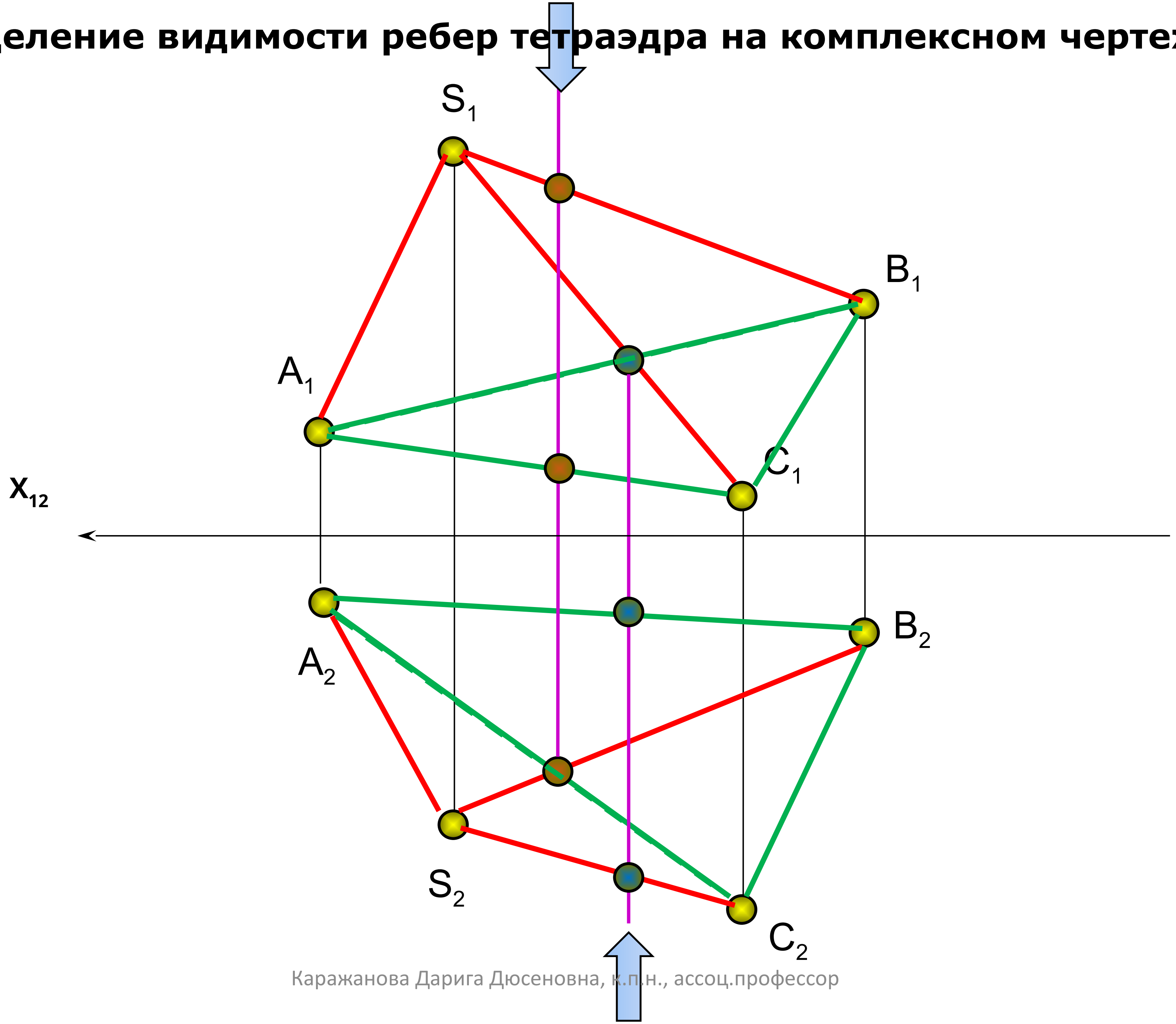


b1
b
П1
D1
C1
D
C
0
x
D2=C2 =b2
П2
a2



D1
b1
C1
X12
b2= C2= D2

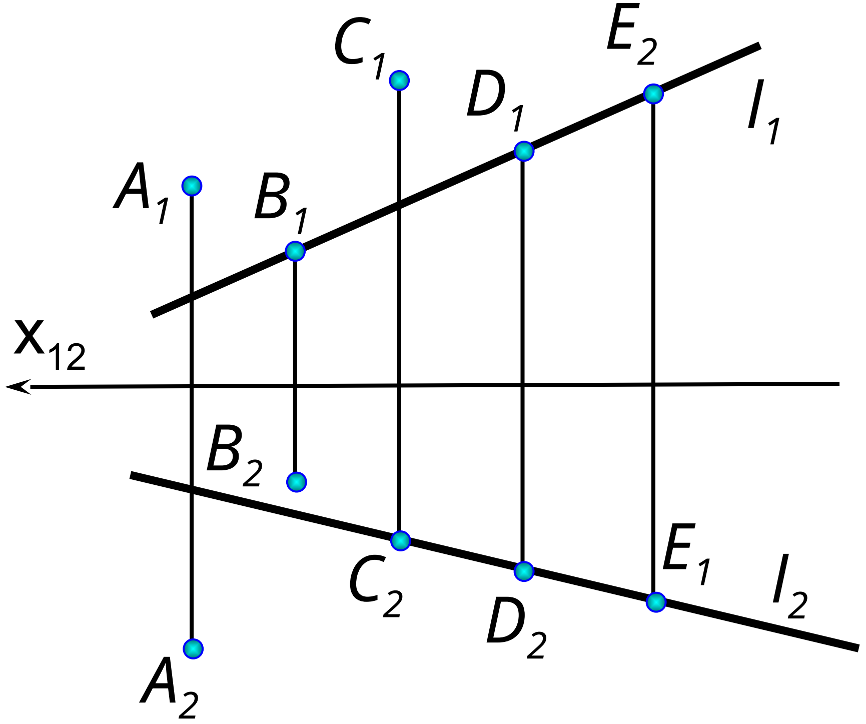
Определение видимости ребер тетраэдра на комплексном чертеже



Каражанова Дарига Дюсеновна, к.п.н., ассоц.профессор

2. Взаимное расположение точек и прямой.

Точка может принадлежать прямой, а также находиться вне ее. На рисунке показан пример взаимного положения точек А, В, С и прямой l. Точка В принадлежит прямой (т.к. обе проекции точки принадлежат проекциям прямой), Точки А и С не принадлежат прямой (т.к. одна из проекций точек не принадлежит проекции прямой):



$$D_1 \in l_1, D_2 \in l_2 \Rightarrow D \in l.$$

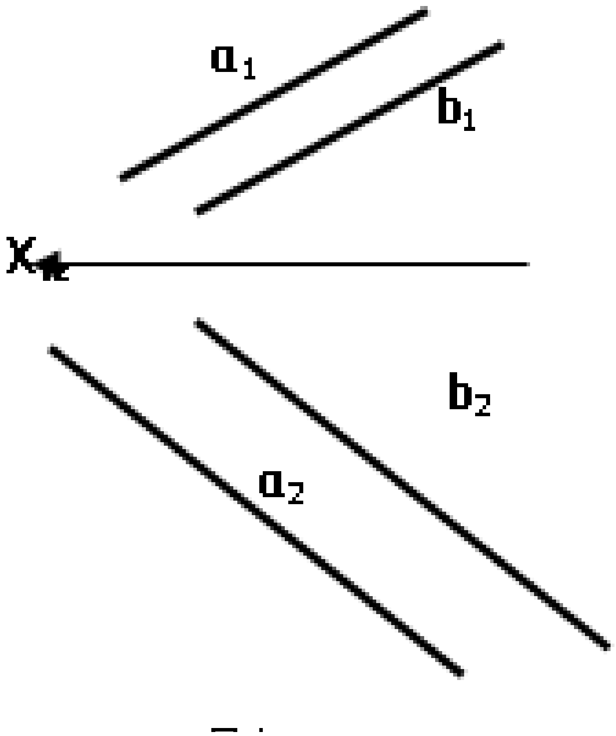
3. Взаимное расположение двух прямых.

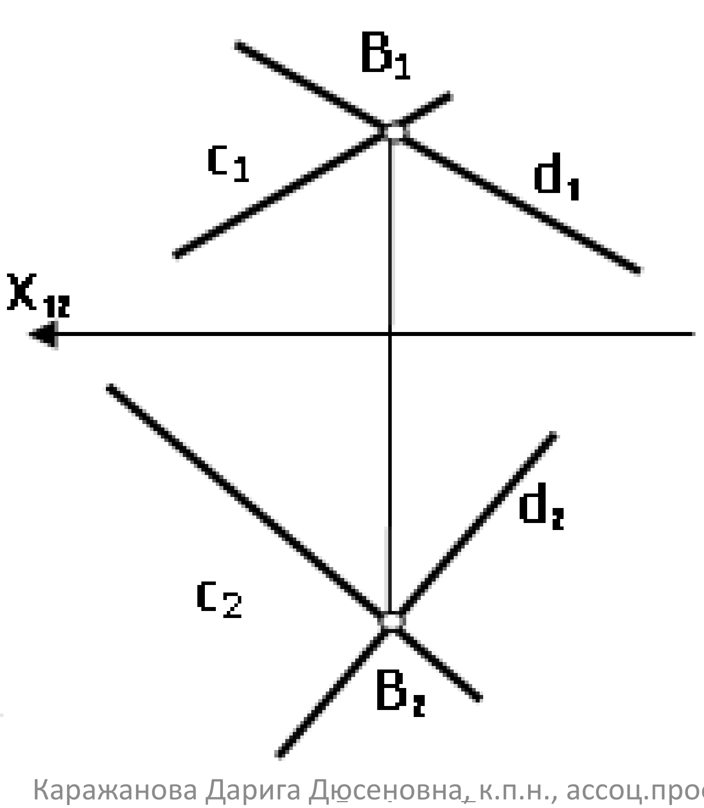
а) Параллельные прямые. Если прямые a и b параллельны, то одноименные проекции этих прямых взаимно параллельны $a \parallel b \quad a_1 \parallel b_1$, $a_2 \parallel b_2$;

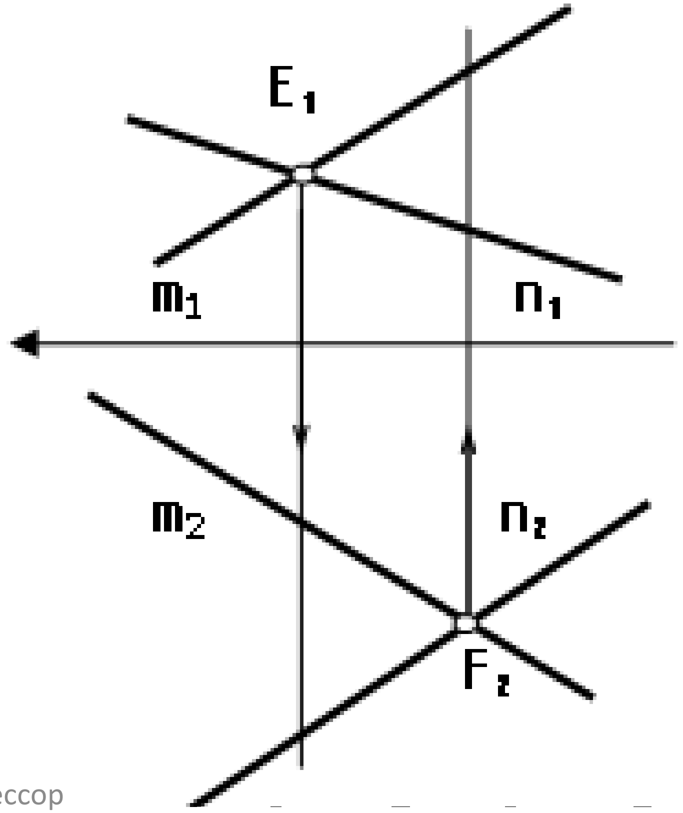
б) Пересекающиеся прямые. Если прямые c и d пересекаются, то на эпюре точки пересечения B_1 и B_2 одноименных проекци прямых должны располагаться на одной и той же вертикальной линии проекционной связи $c \cap d = B$;

в) Скрещивающиеся прямые. Если прямые m и n скрещивающиеся, то точки пересечения одноименных проекций прямых лежат на разных линиях проекционной связи

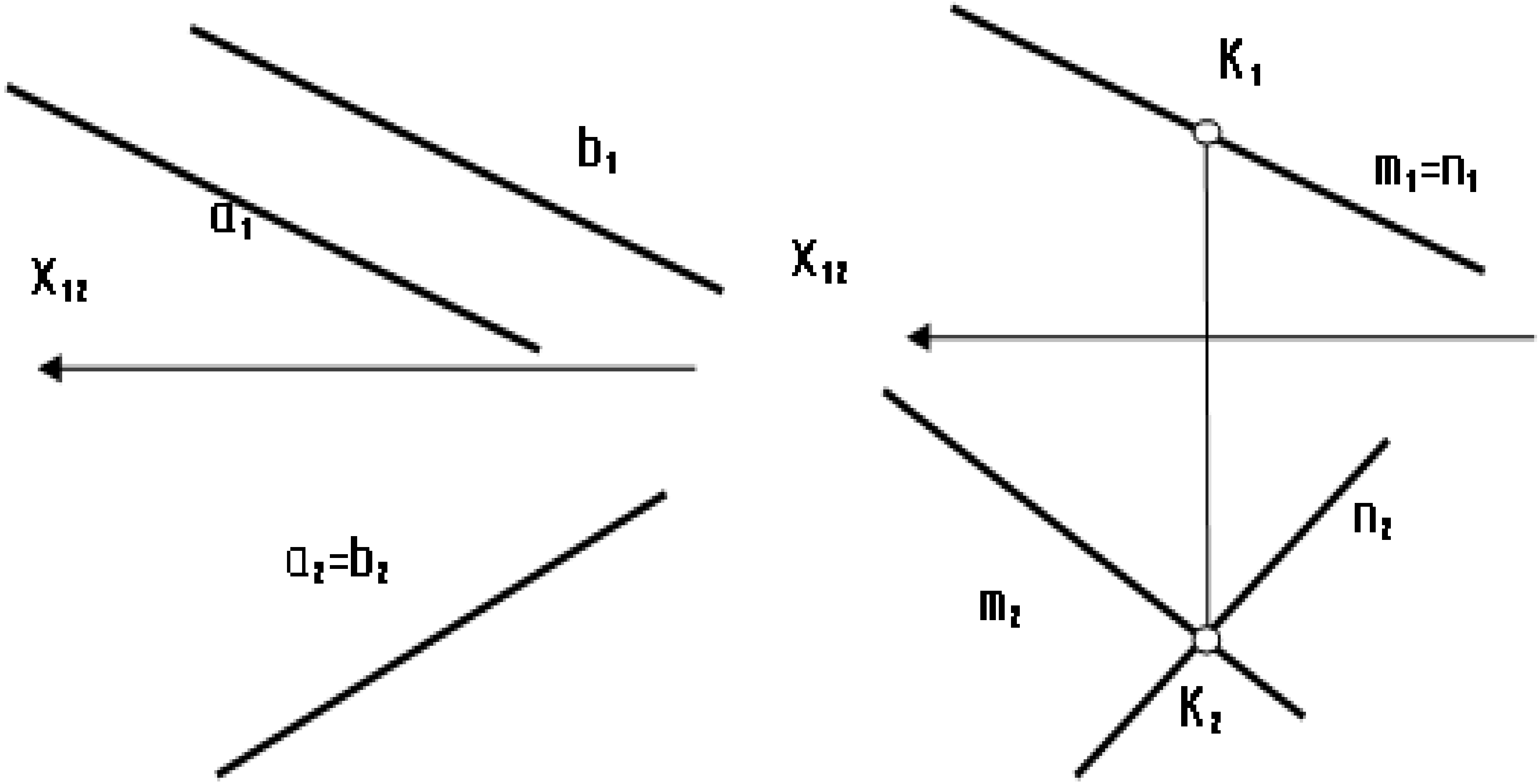
$m_1 \cap n_1 =$ E1, $m_2 \cap n_2 = F_2 \quad m \dot{-} n$;







г) Конкурирующие прямые. Если одна пара проекций двух проекций прямых совпадают, то такие прямые являются конкурирующими.

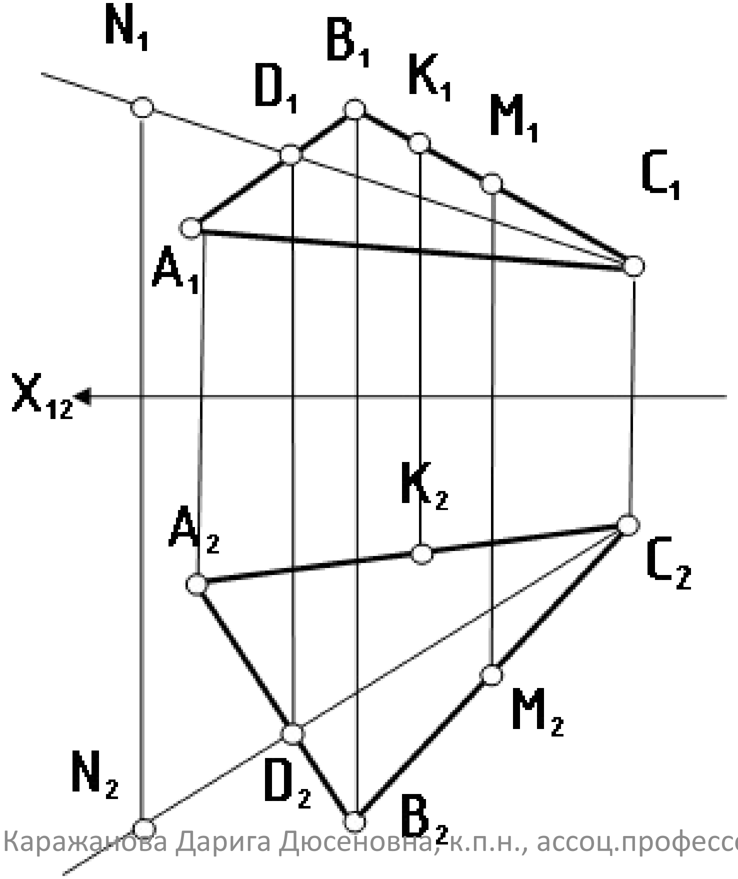


4. Взаимное расположение точек и плоскости. Точка может принадлежать плоскости и располагаться вне ее. Точка принадлежит плоскости, если она принадлежит прямой, лежащей в этой плоскости.

Точка M принадлежит плоскости β(Δ ABC) , так как ее проекции M_1 и M_2 принадлежат одноименным проекциям отрезка BC, точка N также принадлежит плоскости β, проекции этой точки принадлежат проекциям прямой l (DC), лежащей в этой плоскости.

$M, N \in \beta$ (Δ ABC)

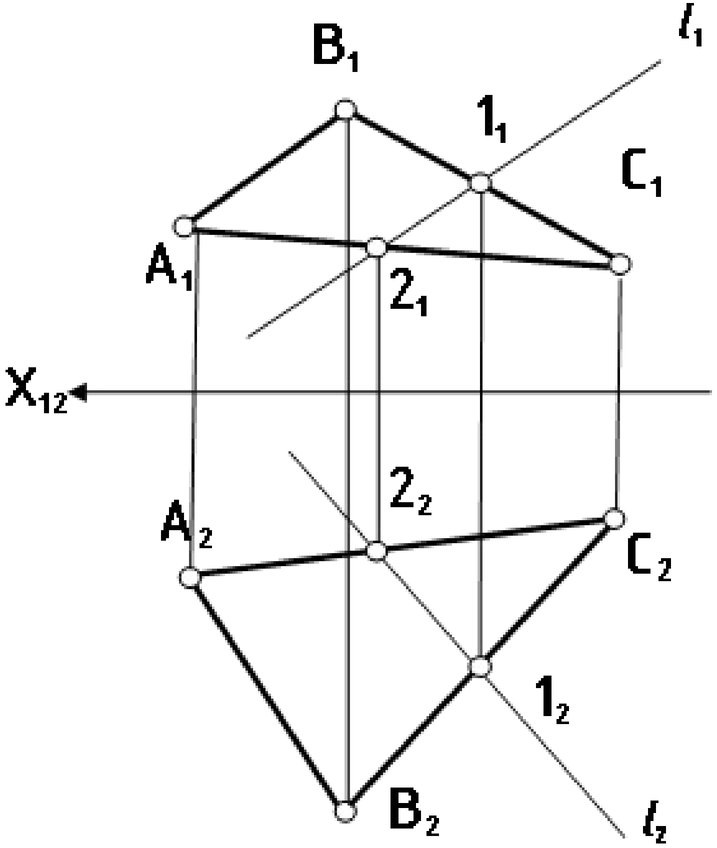
$K \notin \beta$ (Δ ABC)

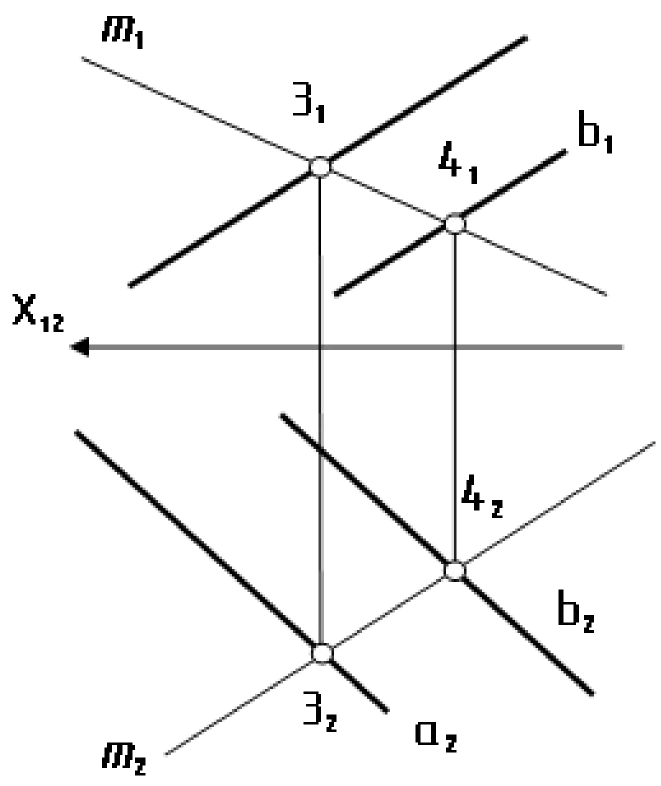


5. Взаимное расположение прямой и плоскости.

Возможны следующие отношения прямой и плоскости: прямая принадлежит плоскости, прямая параллельна плоскости, прямая пересекает плоскость.

а) **Прямая принадлежит плоскости.** Если две точки прямой принадлежат данной плоскости, то и сама прямая лежит в этой плоскости.





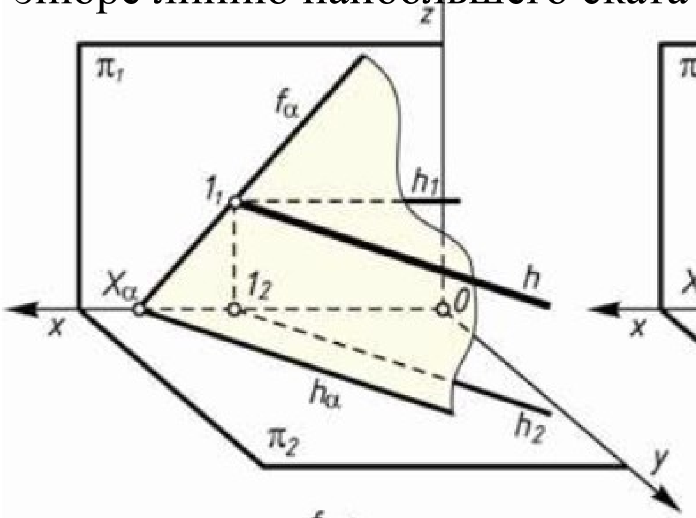
Из числа прямых, лежащих в плоскости, выделяются прямые особого положения:

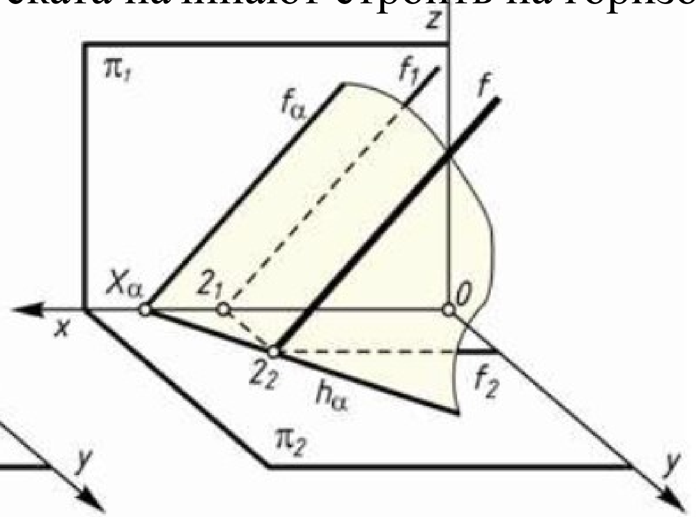
Фронталью плоскости называется прямая ***f***, лежащая в этой плоскости и параллельная фронтальной плоскости проекций π_1.

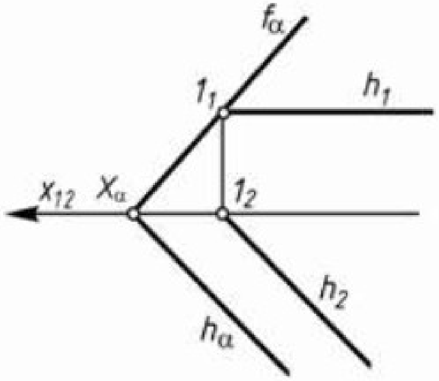
Горизонталью плоскости называется прямая ***h***, лежащая в плоскости и параллельная горизонтальной плоскости проекций π_2.

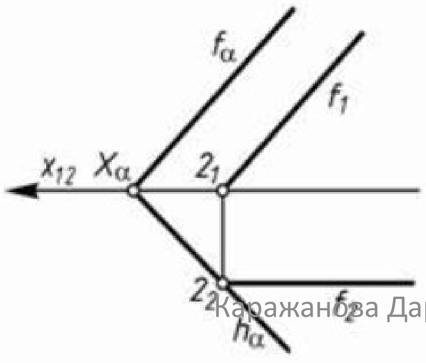
Профильная прямая плоскости – это прямая ***p*** лежащая в плоскости и параллельная профильной плоскости проекций π_3.

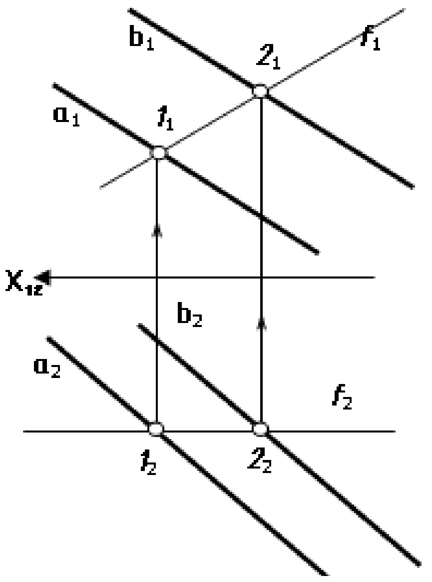
Линия наибольшего ската – это прямая ***v***, лежащая в плоскости и перпендикулярная к горизонталям плоскости. На эпюре линию наибольшего ската начинают строить на горизонтальной проекции плоскости.

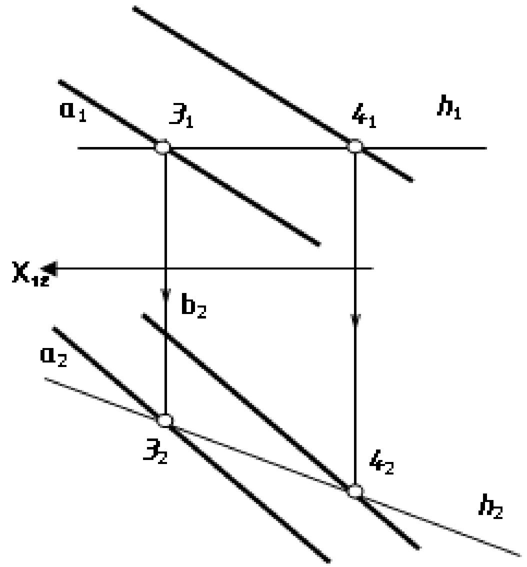






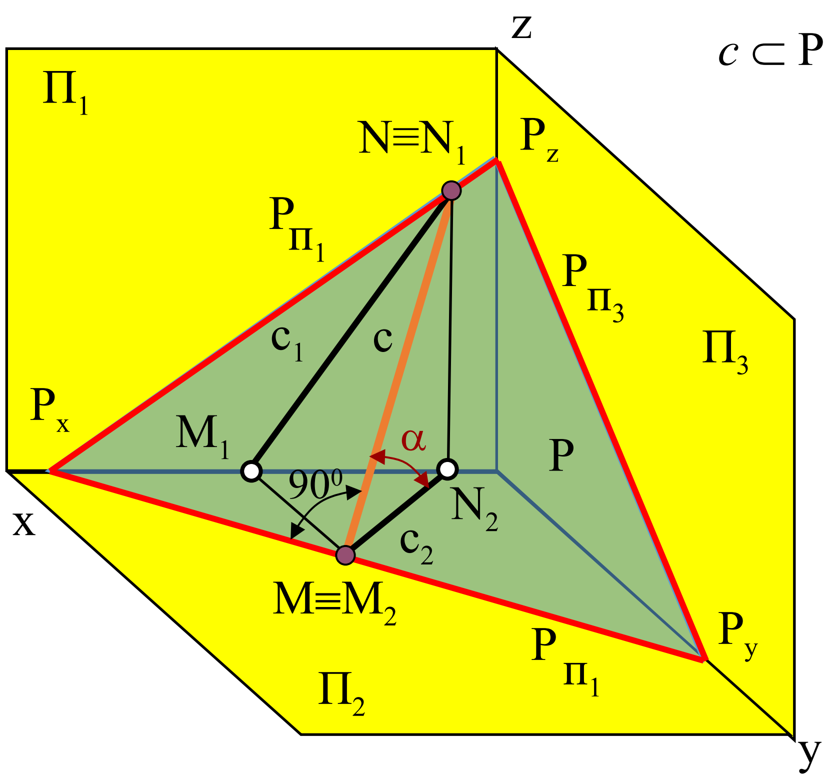




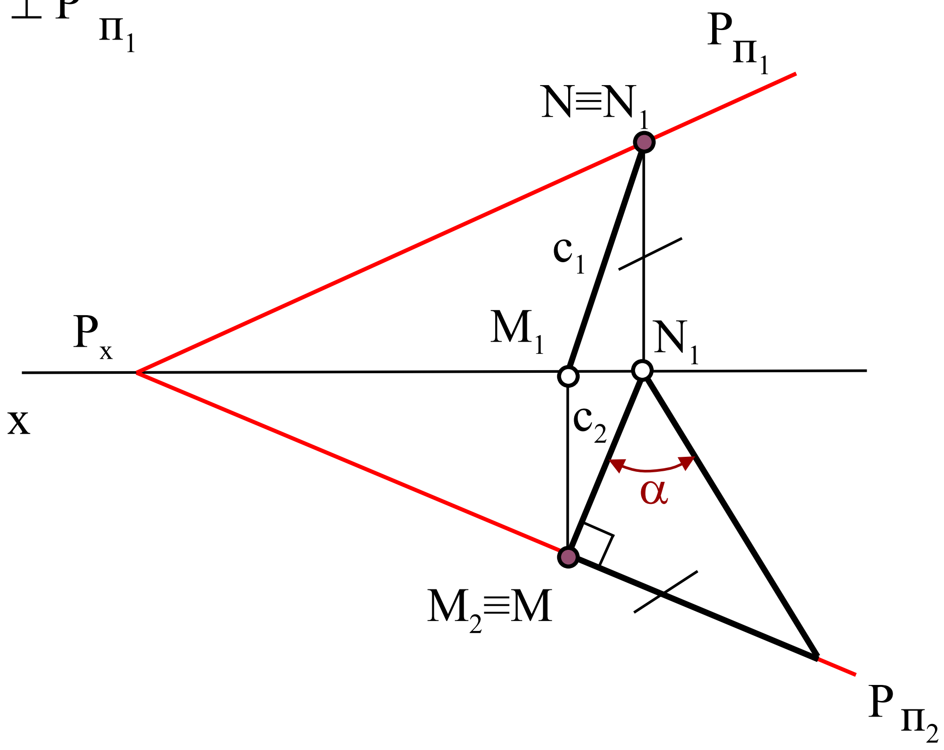


ЛИНИЯ НАИБОЛЬШЕГО СКАТА ПЛОСКОСТИ

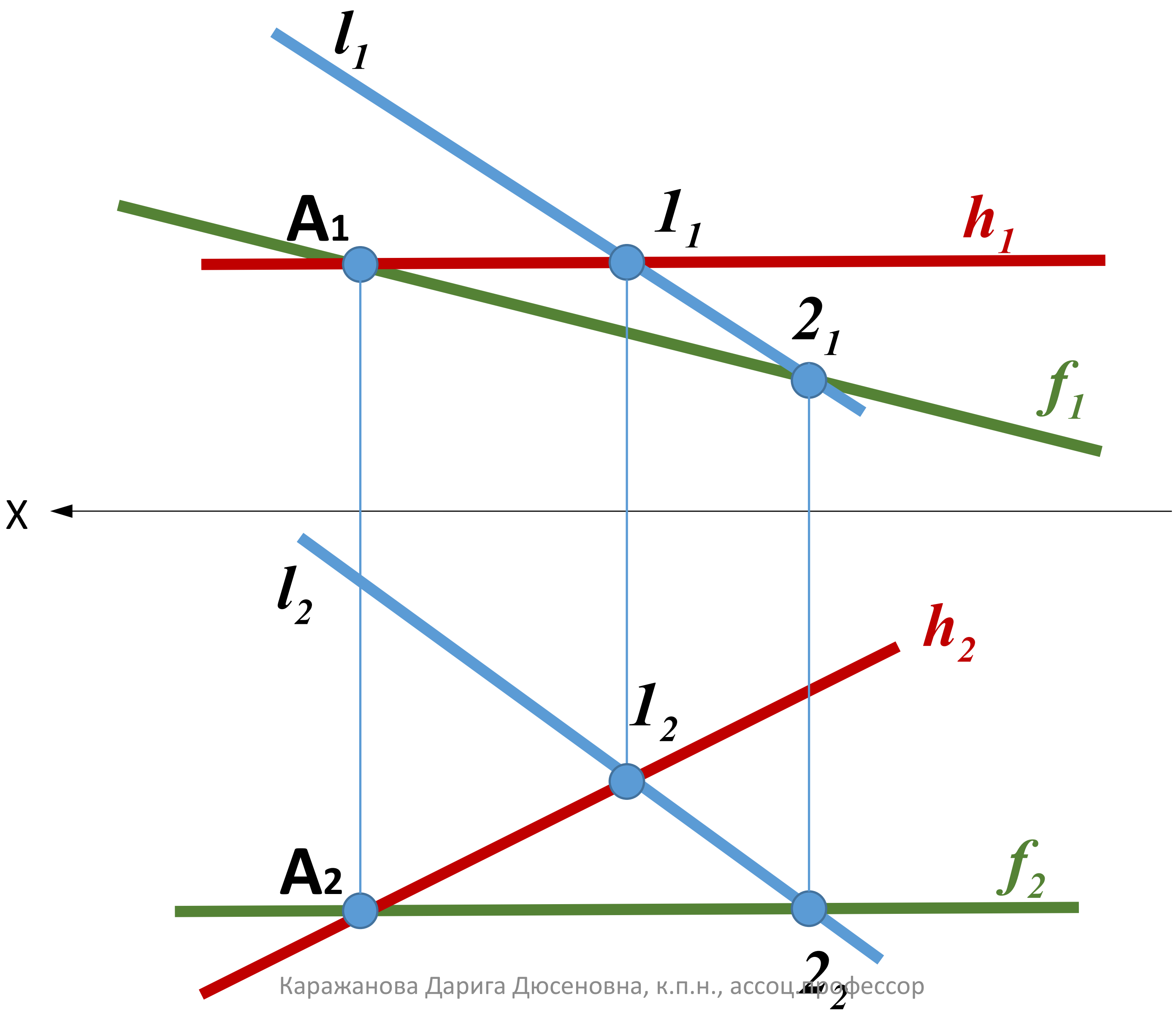
Линией наибольшего ската плоскости называется прямая, лежащая в данной плоскости и перпендикулярная всем горизонталям плоскости, в том числе и горизонтальному следу плоскости (нулевая горизонталь).



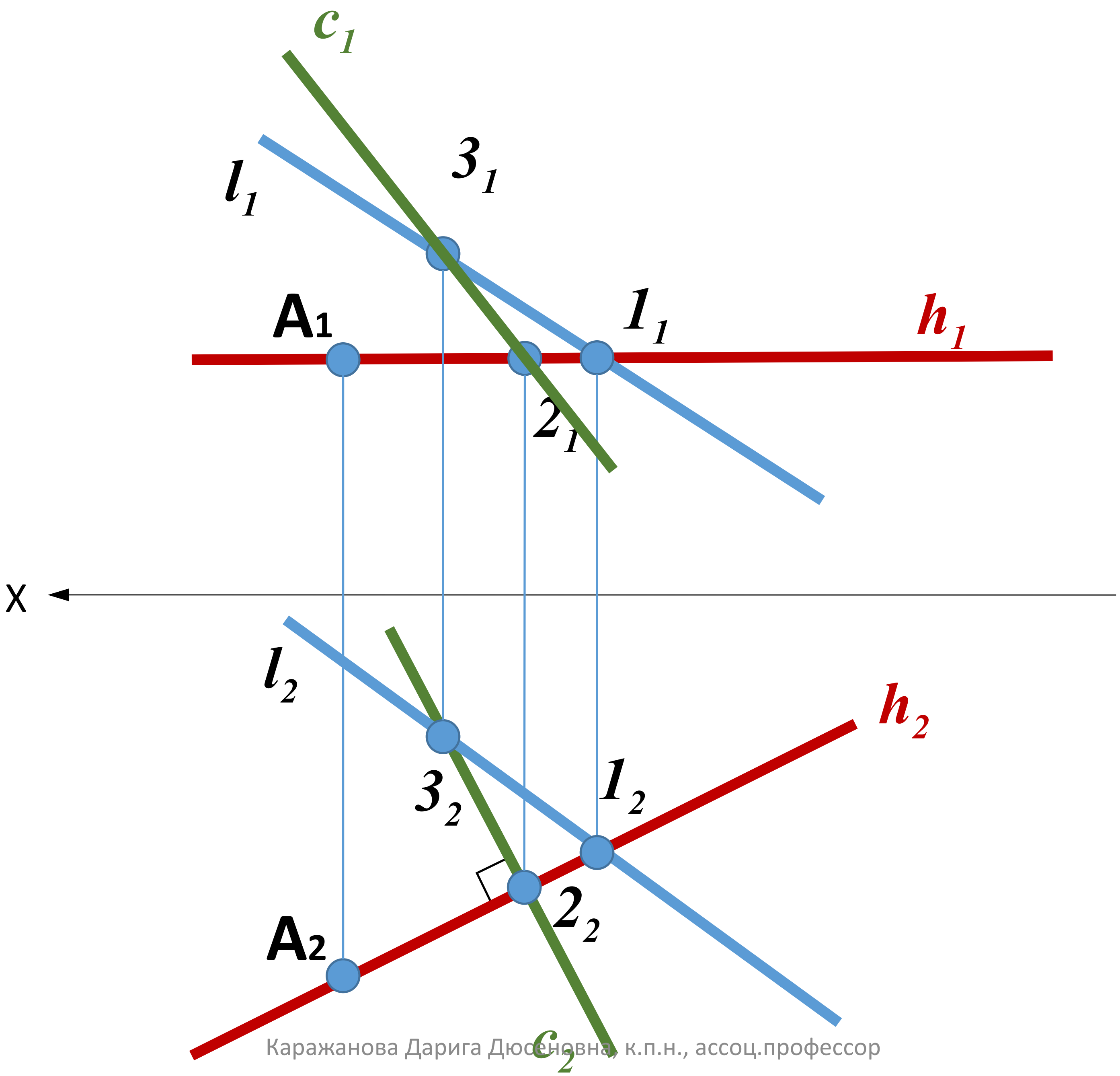
$c \subset P; \ c \perp P_{П_1}$



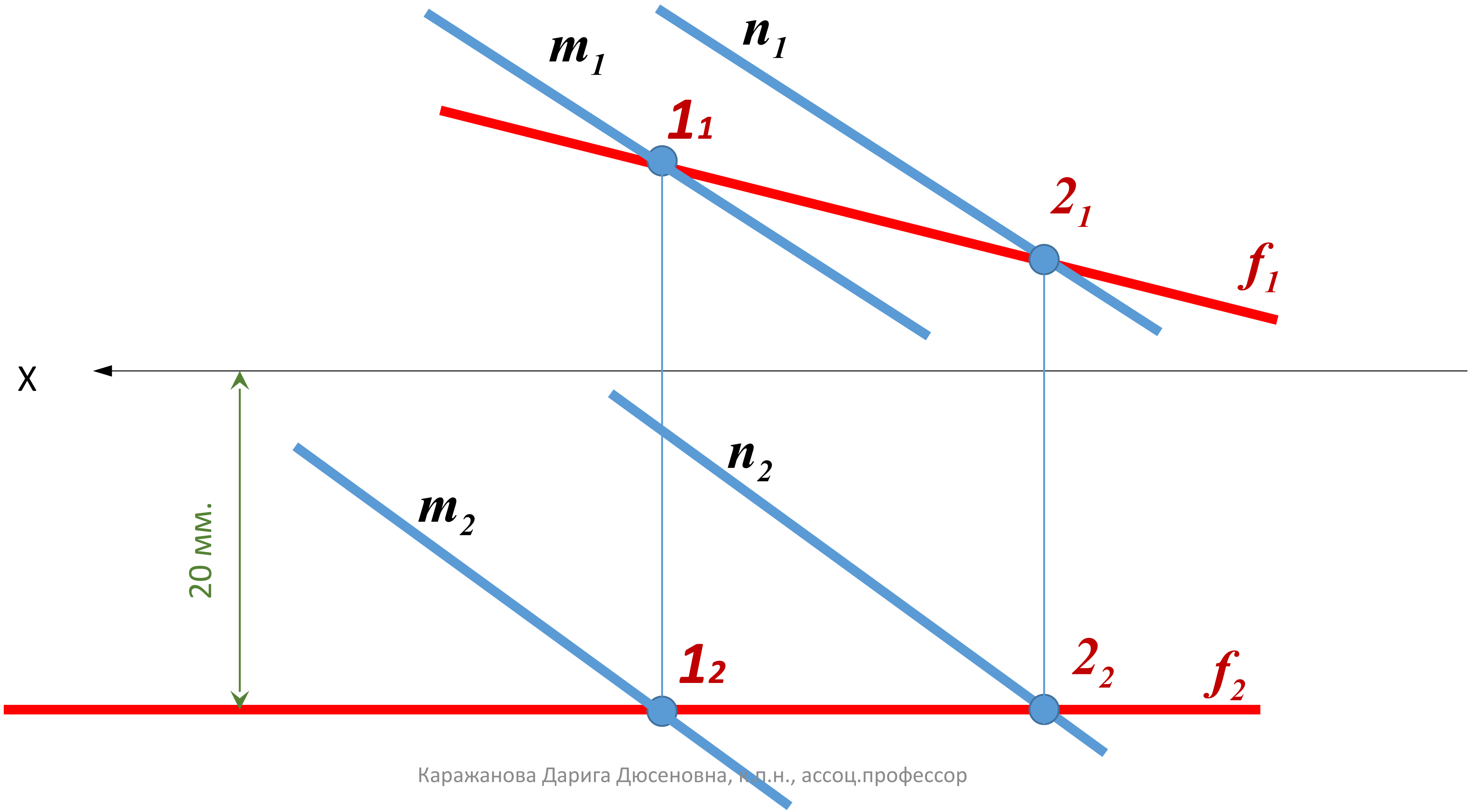
Задача. В плоскости, заданной точкой А и прямой *l*, построить фронталь и горизонталь



Задача. В плоскости, заданной точкой А и прямой *l*, линию наибольшего ската



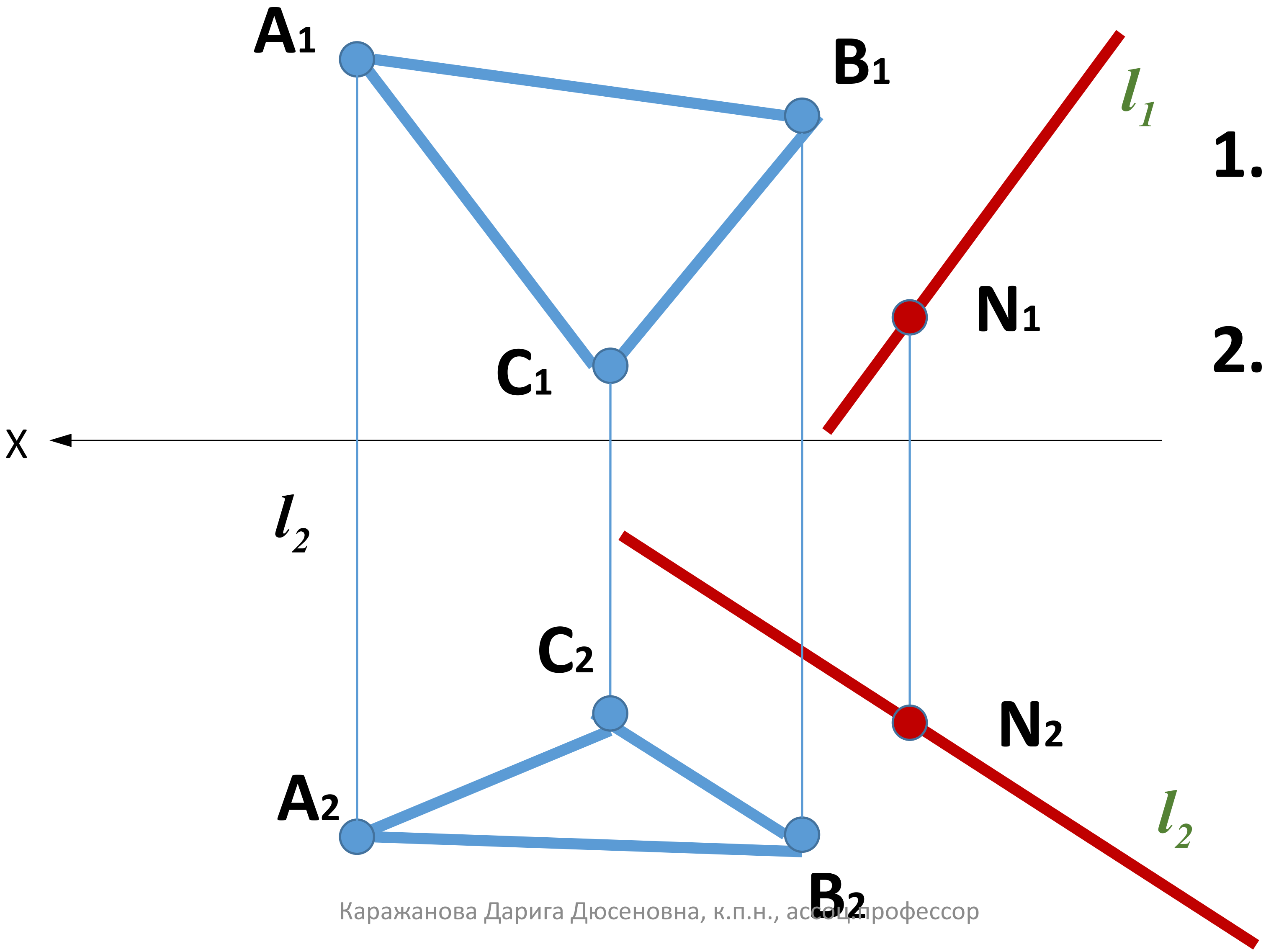
В плоскости, заданной параллельными прямыми *m* и *n* построить фронталь, расположенную на расстоянии 20мм от плоскости π_1.



.

б) **Прямая параллельна плоскости.** Прямая параллельна плоскости, если она параллельна какой-либо прямой, лежащей в этой плоскости.

Задача . Через точку N провести прямую, параллельную плоскости α(△A,B,C)



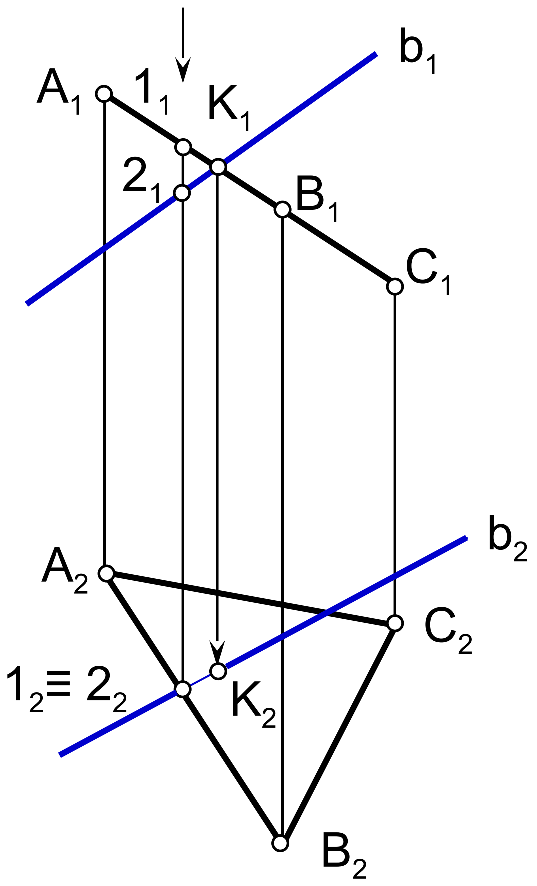
1. $N_1 \in l_1 \parallel (C_1B_1)$

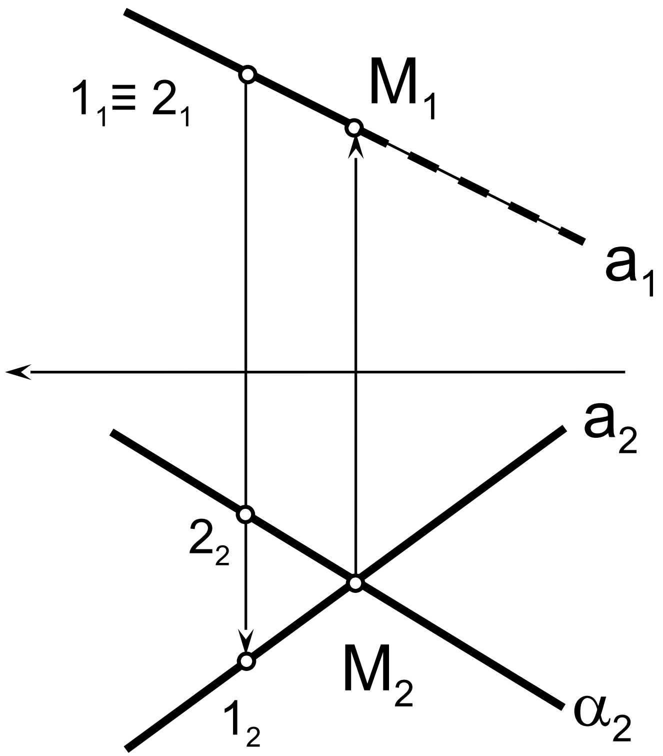
2. $N_2 \in l_2 \parallel (C_2B_2)$

.

в) Прямая пересекает плоскость. Если прямая не параллельна плоскости, то она пересекается с ней.

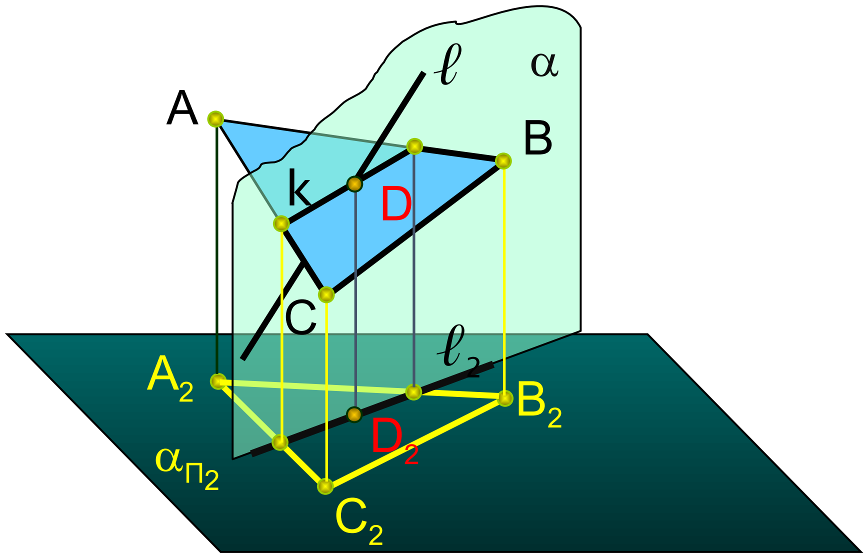
Пересечение прямой общего положения с проецирующей плоскостью





(Плоскость задана следом)

Пересечение прямой *общего положения* с плоскостью *общего положения*



$\alpha_{П_2} \equiv \ell_2$

Алгоритм решения задачи:

1.Прямая заключается во вспомогательную плоскость

$\ell \subset \alpha \perp П_2$

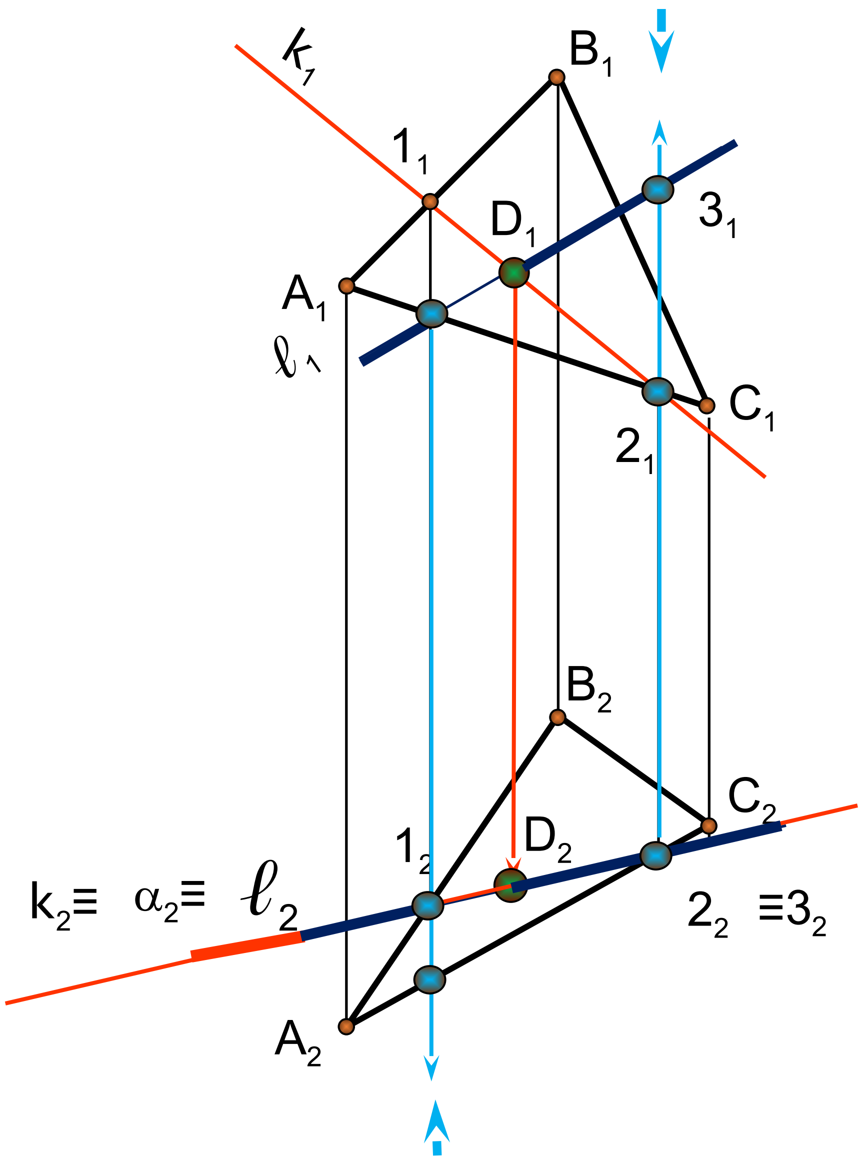
2.Определяется линия пересечения заданной плоскости со вспомогательной

$\alpha \cap \beta = k$

3.Отмечается искомая точка на пересечении данной прямой с линией пересечения плоскостей

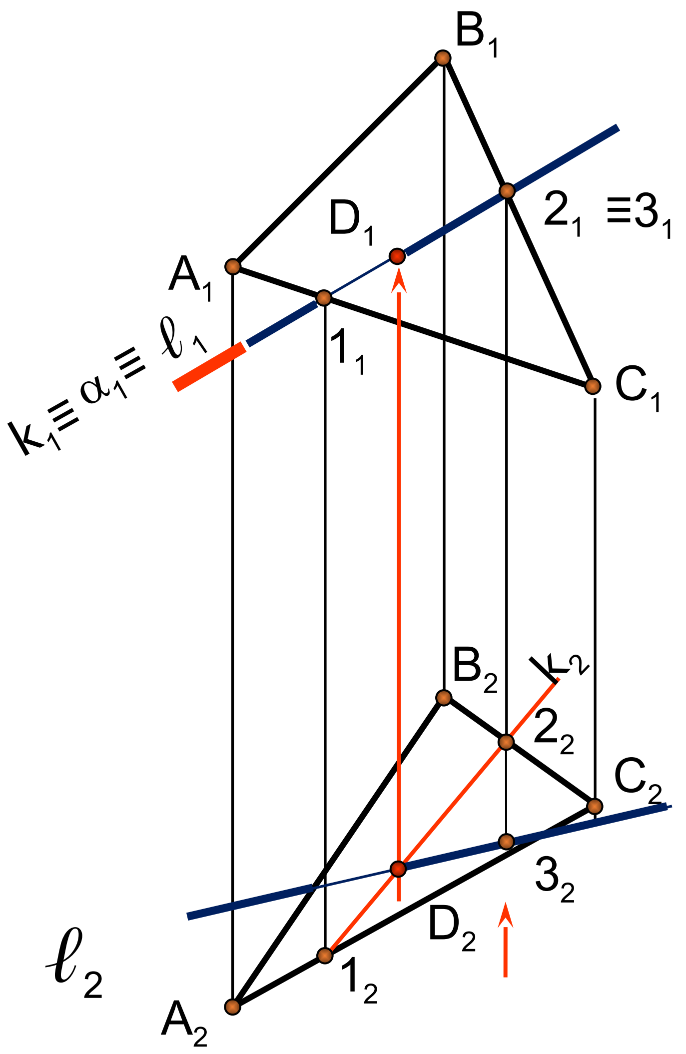
$k \cap \ell = D$

Пересечение прямой *общего положения* с плоскостью *общего положения*



Задача

Найти точку пересечения прямой ℓ с плоскостью (A,B,C)



Через прямую l проводим фронтально-проецирующую плоскость α;

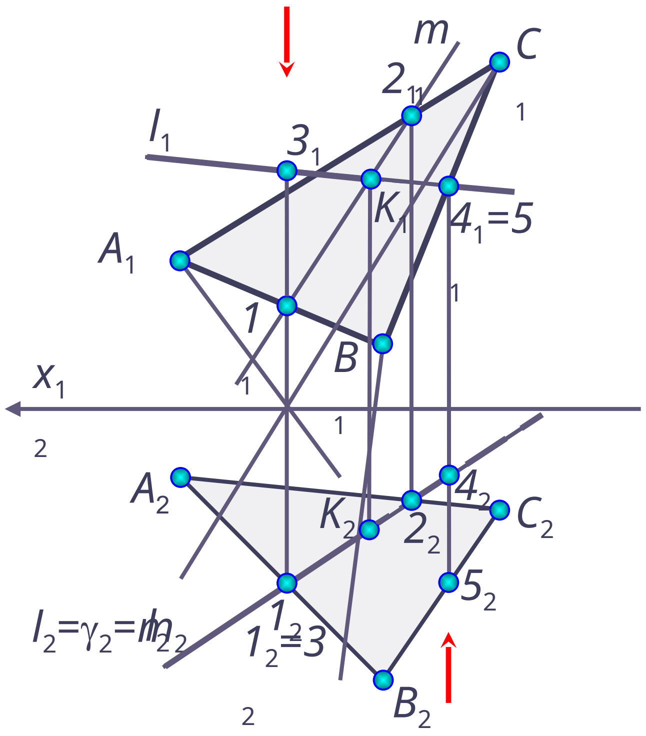
$$\alpha_1 \subset \ell_1;$$

$$\alpha_1 \cap (A_1B_1C_1) = k_1;$$

$$k_2 \cap \ell_2 = D_2;$$

$$\ell \cap (ABC) = D$$

Пересечение прямой общего положения с плоскостью общего положения



1. Через прямую l проводим горизонтально-проецирующую плоскость γ;

2. Определяем линию пересечения вспомогательной плоскости γ с заданной плоскостью α: $m=(\alpha\cap\gamma)$.
Прямые m и l лежат в горизонтально-проецирующей плоскости γ, т.е. Являются горизонально-конкурирующими, поэтому: $l_2=\gamma_2=m_2$.

$m_2\cap(A_2B_2)=1_2$. $m_2\cap(A_2C_2)=2_2$.

$1_2\uparrow 1_1\in(A_1B_1)$. $2_2\uparrow 2_1\in(A_1C_1)$.

$(1_1\wedge 2_1)=m_1$.

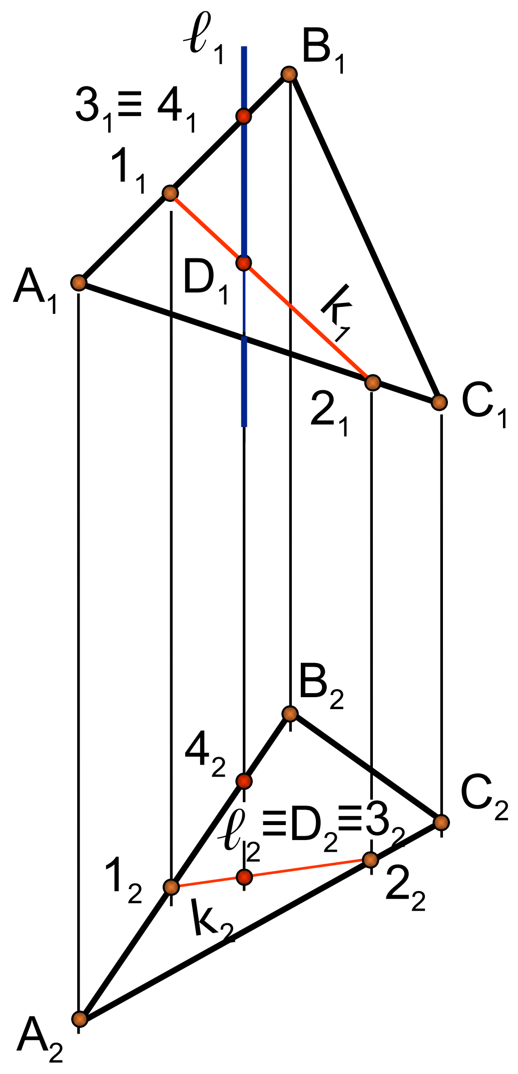
3. а) $m_1=l_1 \Rightarrow l\in\alpha$;
ә) $m_1\,||\,l_1 \Rightarrow l\,||\,\alpha$;
б) $m_1\cap l_1 \Rightarrow l\cap\alpha$.

$(m_1\cap l_1)=K_1$.
$K_1\downarrow K_2\in l_2$.
$K=(l\cap\alpha)$.

$1\in(AB)$, $3\in l$
Точки 1 и 3 – горизонтально-конкурирующие.
Точка 3 расположена выше, поэтому на горизонтальной проекции междк K_2 и 2_2 прямая l будет невидимая

$4\in l$, $5\in(BC)$
Точки 4 и 5 – фронтально-конкурирующие.
Точка 5 расположена ближе, поэтому на фронтальной проекции между K_1 и 4_1 прямая l будет невидимая

Пересечение проецирующей прямой с плоскостью общего положения



$\ell \perp \Pi_2$

$\ell \cap \alpha(ABC) = D$

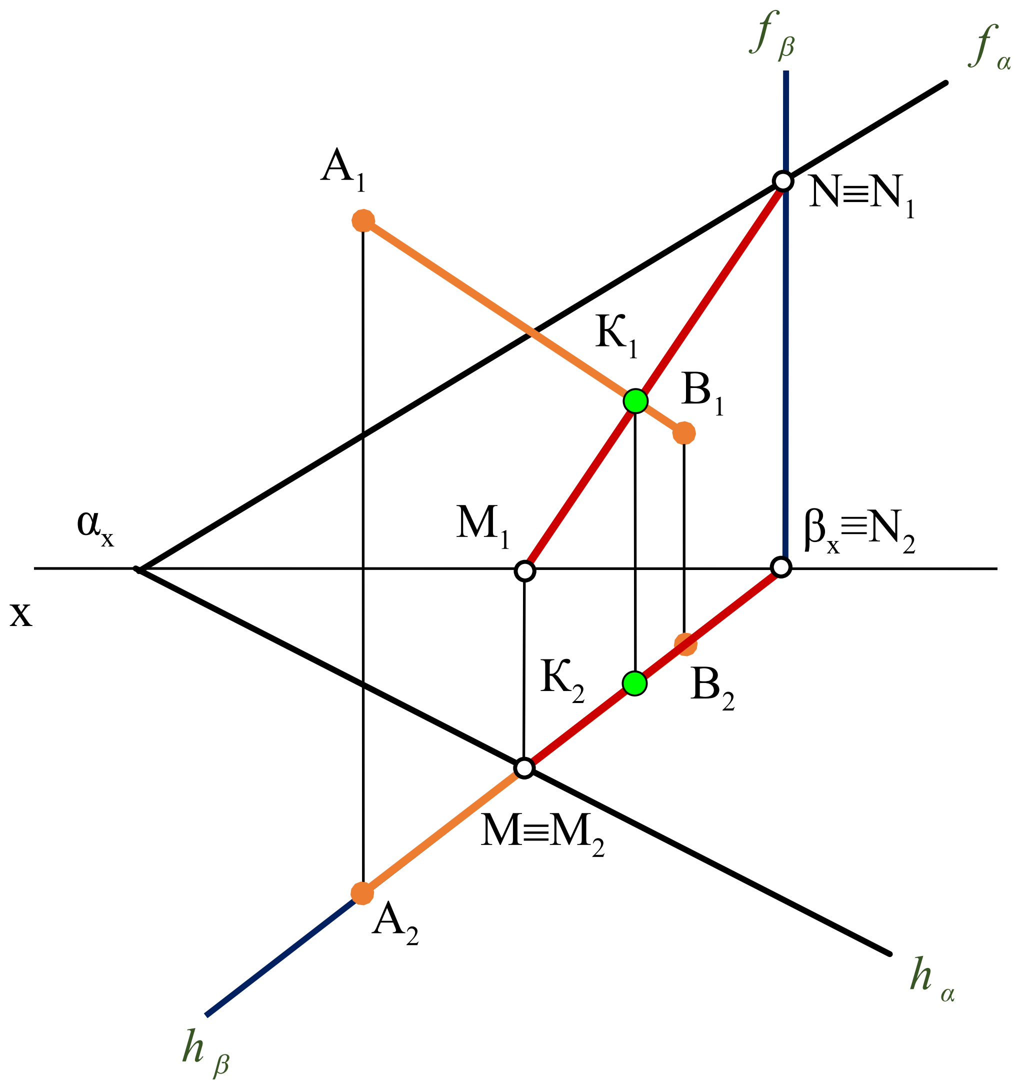
Задача. Построить точку пересечения прямой (AB) с плоскостью P, заданную следами.

1) $[AB] \subset \beta$

2) $\alpha \cap \beta = (MN)$

3) $(MN) \cap (AB) = K$

$K = (AB) \cap \alpha$



6. Взаимное расположение плоскостей.

Две различные плоскости пересекаются по собственной или несобственной прямой. Плоскости, которые пересекаются по несобственной прямой, принято называть параллельными.

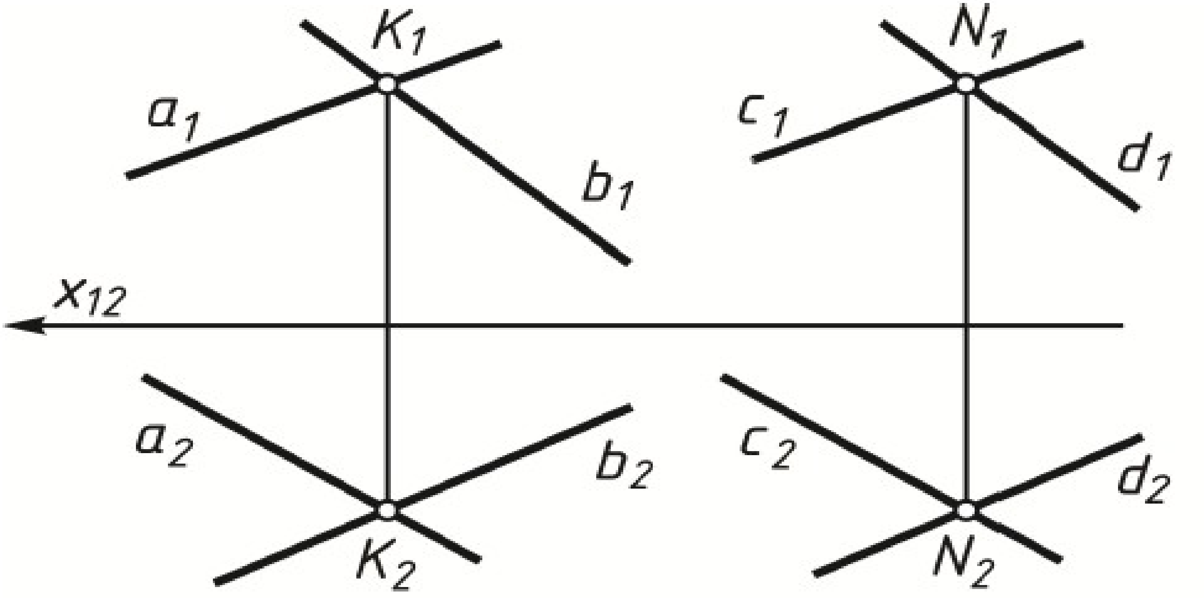
а) **Параллельные плоскости.** Если две пересекающиеся прямые, лежащие в одной плоскости параллельны двум пересекающимся прямым, лежащим в другой плоскости, то такие плоскости параллельны. Также признаком параллельности плоскостей на эпюре является параллельность их соответствующих следов.

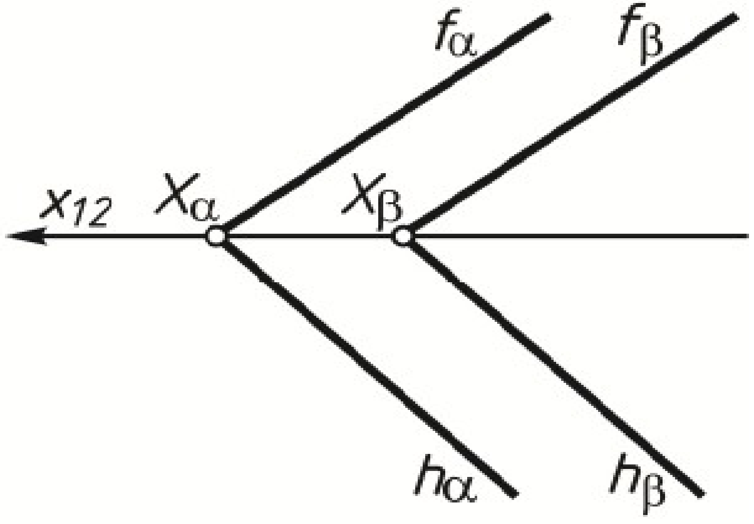
б) **Пересекающиеся плоскости.** Общим элементом двух пересекающихся плоскостей является прямая, поэтому для построения линии пересечения двух плоскостей достаточно найти две их общие точки.

а) **Параллельные плоскости**

Если две пересекающиеся прямые, лежащие в одной плоскости параллельны двум пересекающимся прямым, лежащим в другой плоскости, то такие плоскости параллельны.

Также признаком параллельности плоскостей на эпюре является параллельность их соответствующих следов.





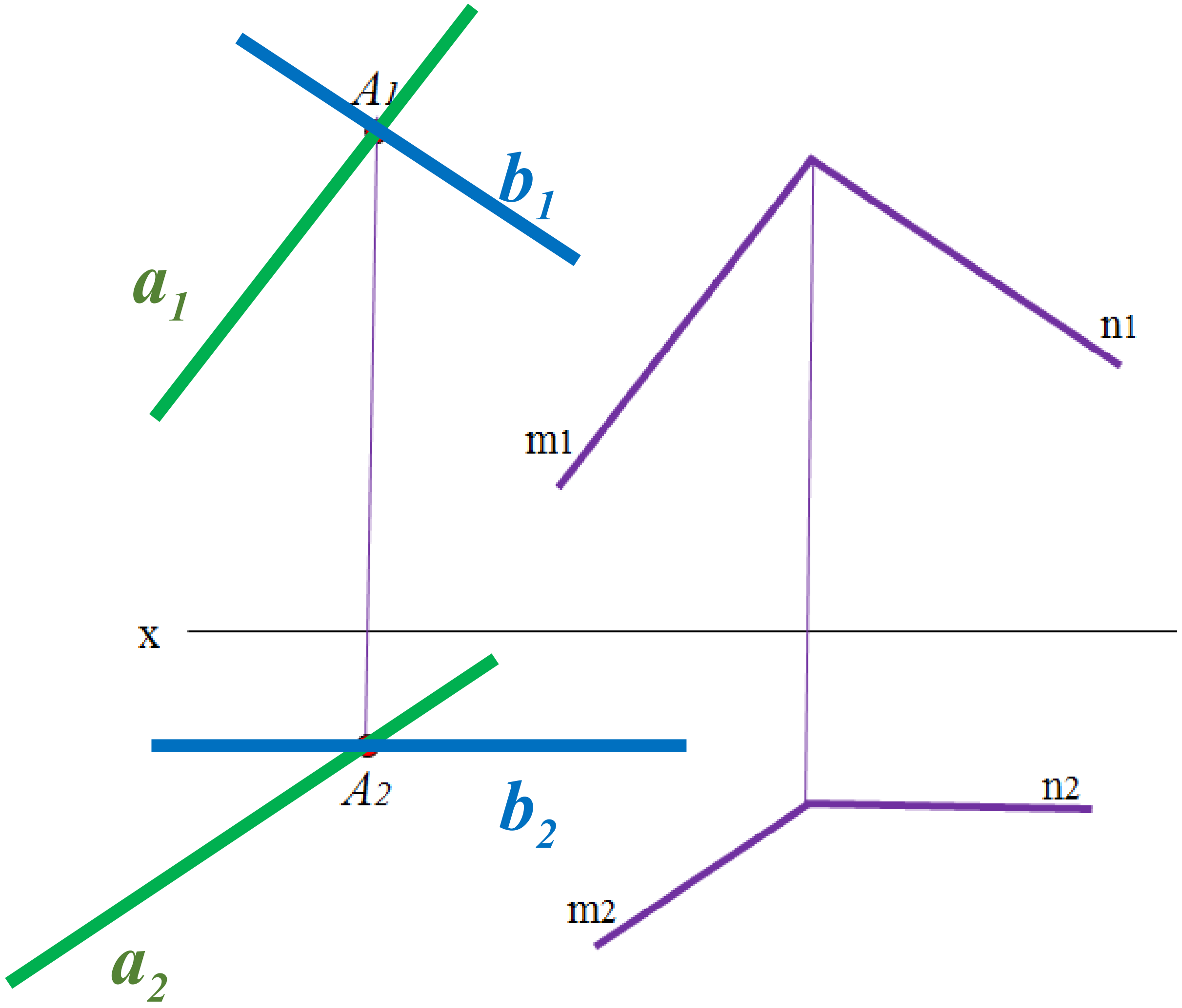
а *б*

$$c \parallel a\ (c_1 \parallel a_1,\ c_2 \parallel a_2),\ \ d \parallel b\ (d_1 \parallel b_1,\ d_2 \parallel b_2)$$

$$\alpha(a \cap b) \parallel \beta(c \cap d)$$

$$f_\alpha \parallel f_\beta,\ h_\alpha \parallel h_\beta \Rightarrow \alpha \parallel \beta$$

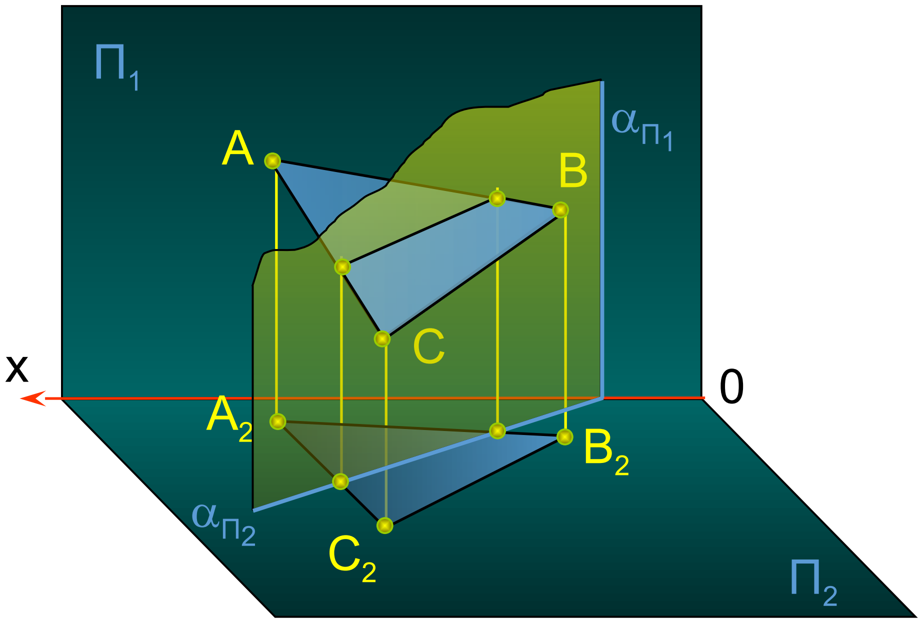
Задача
Через точку А провести плоскость, параллельную плоскости, заданной пересекающимися прямыми *m* и *n*.
.

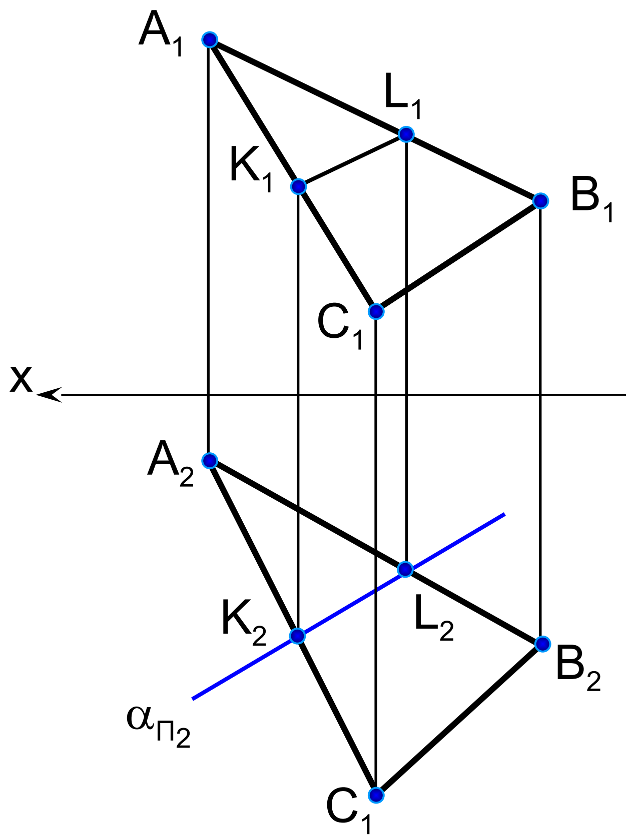


‖m
‖m
‖n
‖n

б) **Пересекающиеся плоскости.**

Пересечение *плоскости общего положения с проецирующей плоскостью*





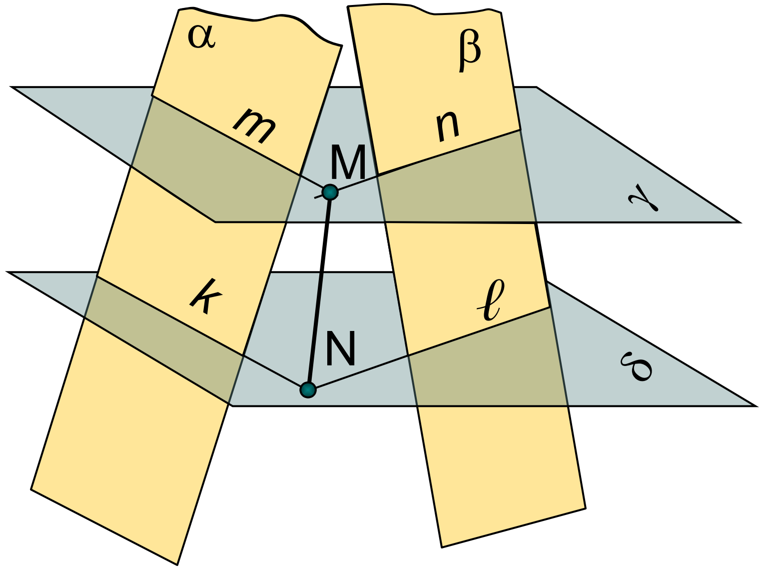
$\alpha_{П1} \cap \beta(|ABC) = KL$

$K_1L_1 \equiv \alpha_1$

Каражанова Дарига Дюсеновна, к.п.н., ассоц.профессор

Пересечение двух плоскостей *общего положения*

Алгоритм:

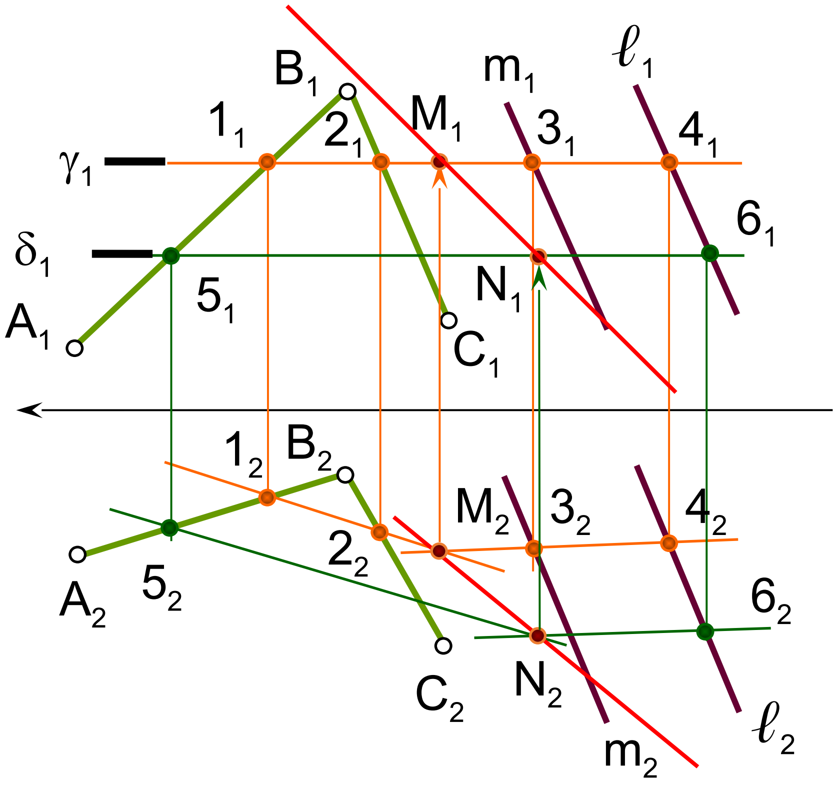


1. Вводится посредник – проецирующая плоскость γ
2. Определяется линия пересечения m плоскости α и посредника γ : $\alpha \cap \gamma = m$
3. Определяется линия n пересечения плоскости β и посредника γ : $\beta \cap \gamma = n$
4. Отмечается точка пересечения линий m и n: $m \cap n = M$
5. Вводится второй посредник δ

6. $\alpha \cap \delta = k$ 7. $\beta \cap \delta = \ell$ 8. $k \cap \ell = N$ 9. $\alpha \cap \beta = MN$

Задача

Построить линию пересечения плоскостей α и β



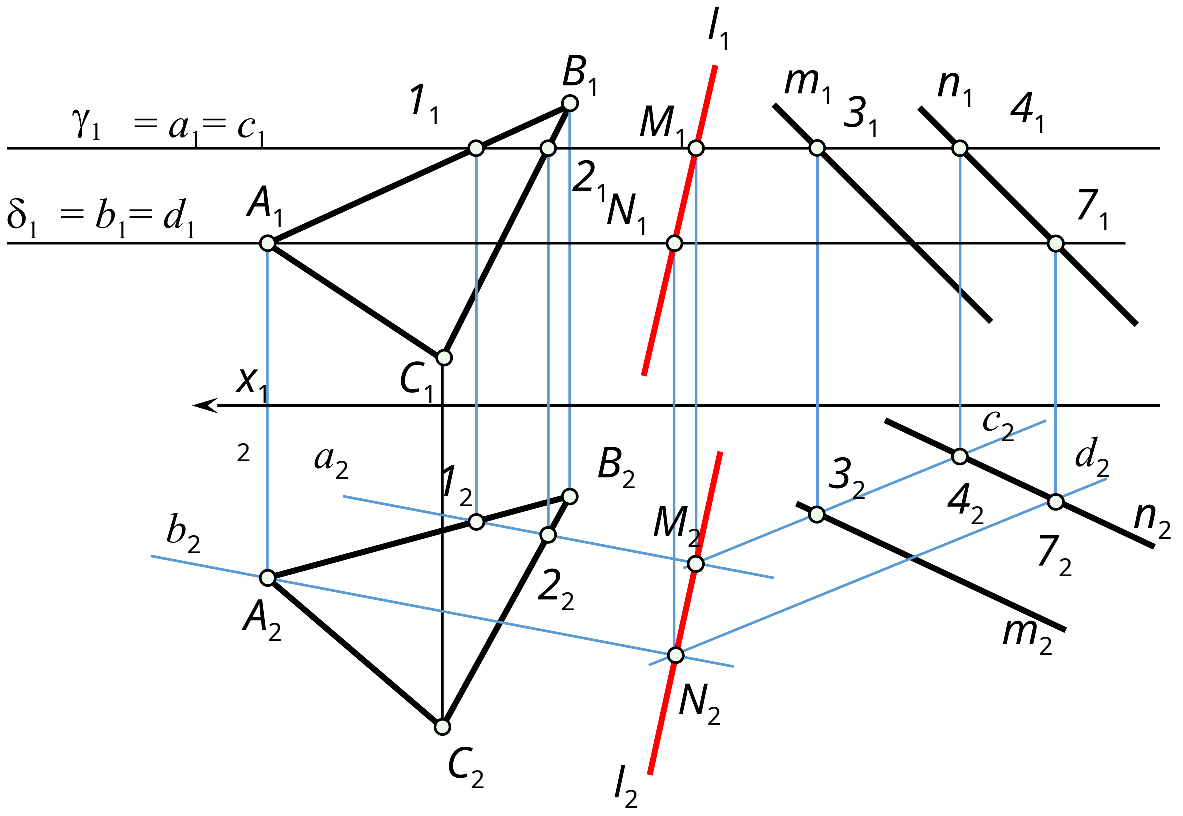
$\alpha(AB \cap BC)$

$\beta\ (m \parallel \ell)$

$\gamma_{\Pi_1} \cap a = 12; \quad \gamma_{\Pi_1} \cap a = 34;$

$12 \cap 34 = M;$

$a \cap \beta = MN$



$\alpha(ABC)$

$\beta(m\|n)$

$\gamma\perp\pi_1$

$\gamma\cap\alpha=a$

$\gamma\cap\beta=c$

$a\cap c=M$

$\delta\perp\pi_1$

$\delta\cap\alpha=b$

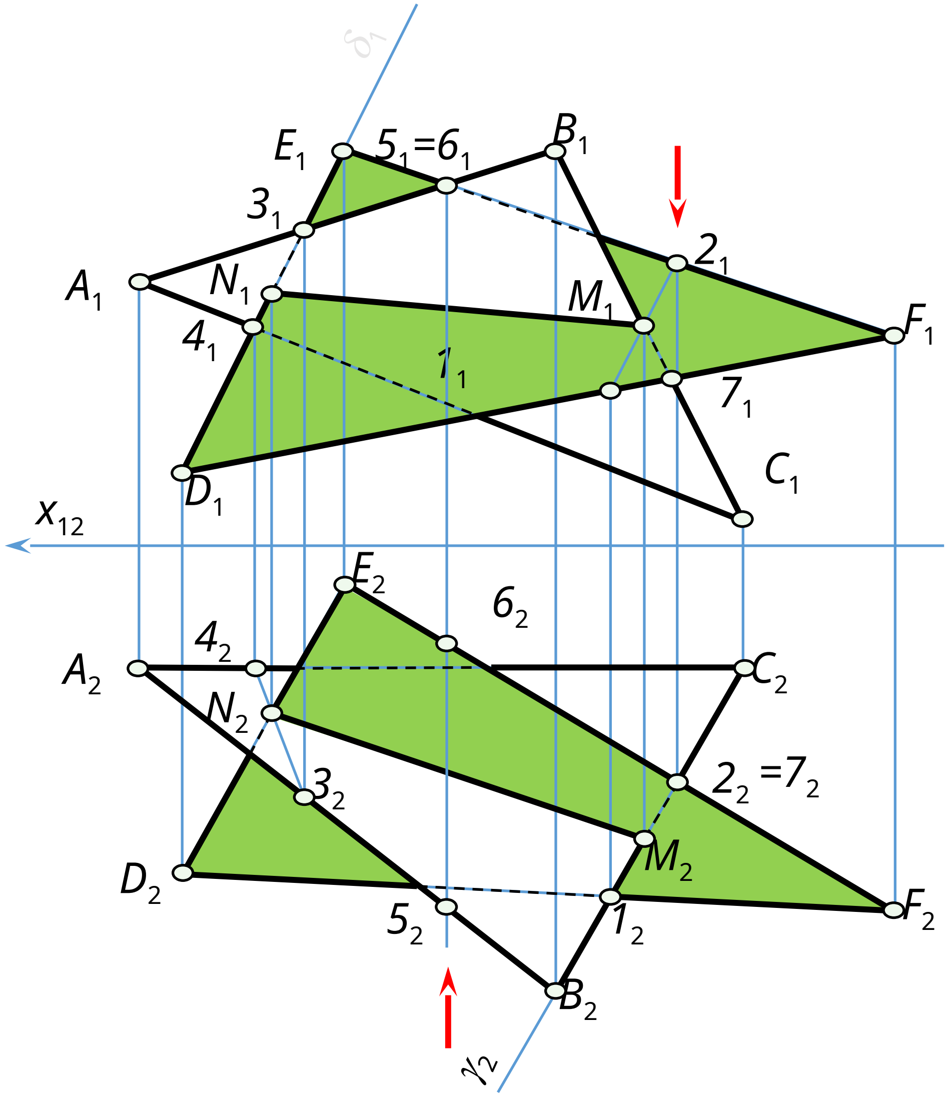
$\delta\cap\alpha=d$

$b\cap d=N$

$M_2\wedge N_2=l_2$

$M_1\wedge N_1=l_1$

Построение линии пересечения двух плоскостей



$\alpha(ABC)$ $\beta(DEF)$

$\alpha(ABC)\cap\beta(DEF)=(MN)$

$(BC)\in\gamma$, $\gamma\perp\pi_2$

$\gamma\cap\beta(DEF)=(12)$

$(12)\cap(BC)=M$

$(DE)\in\delta$, $\delta\perp\pi_1$

$\delta\cap\alpha(ABC)=(34)$

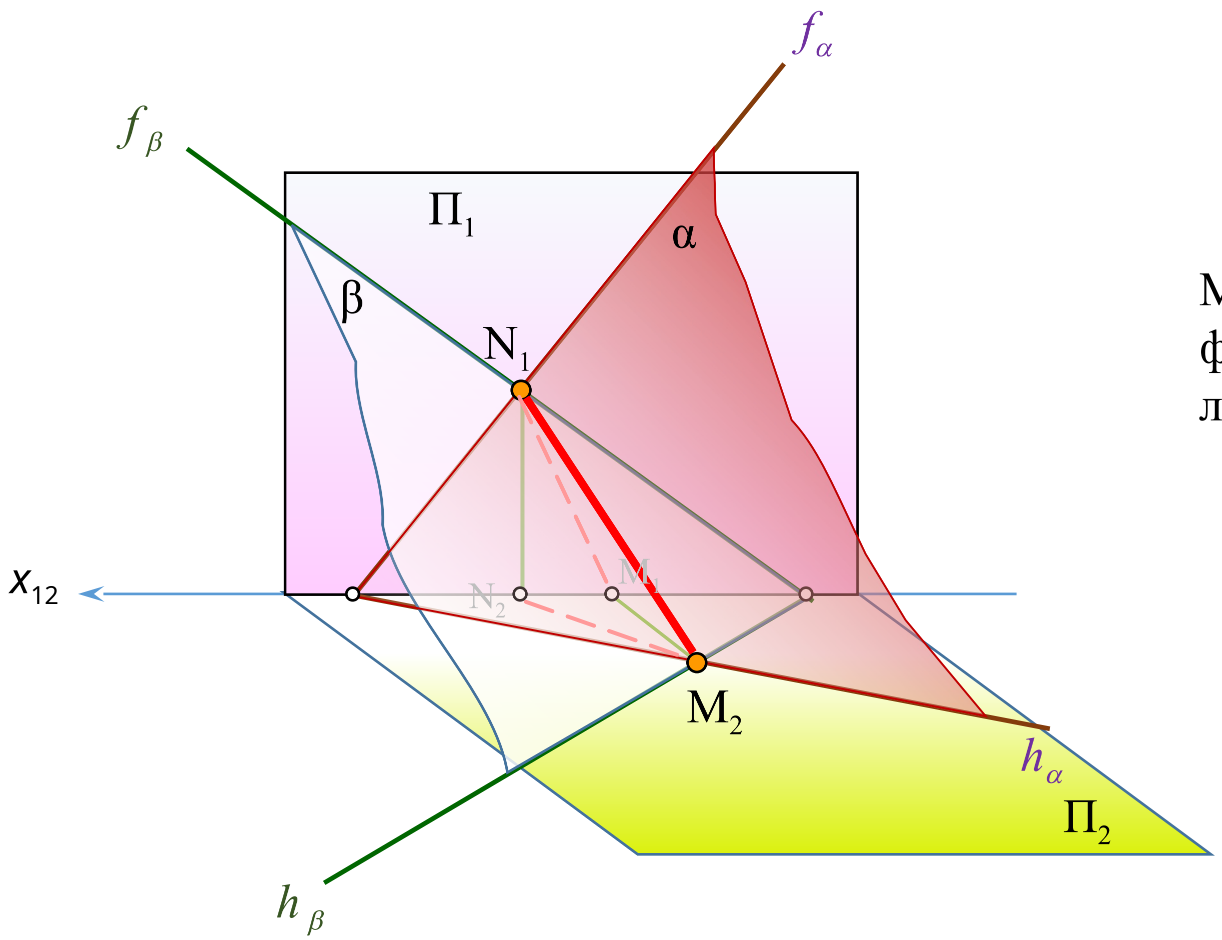
$(34)\cap(DE)=N$

$M_1\wedge N_1$

$M_2\wedge N_2$

Каражанова Дарига Дюсеновна, к.п.н., ассоц.профессор

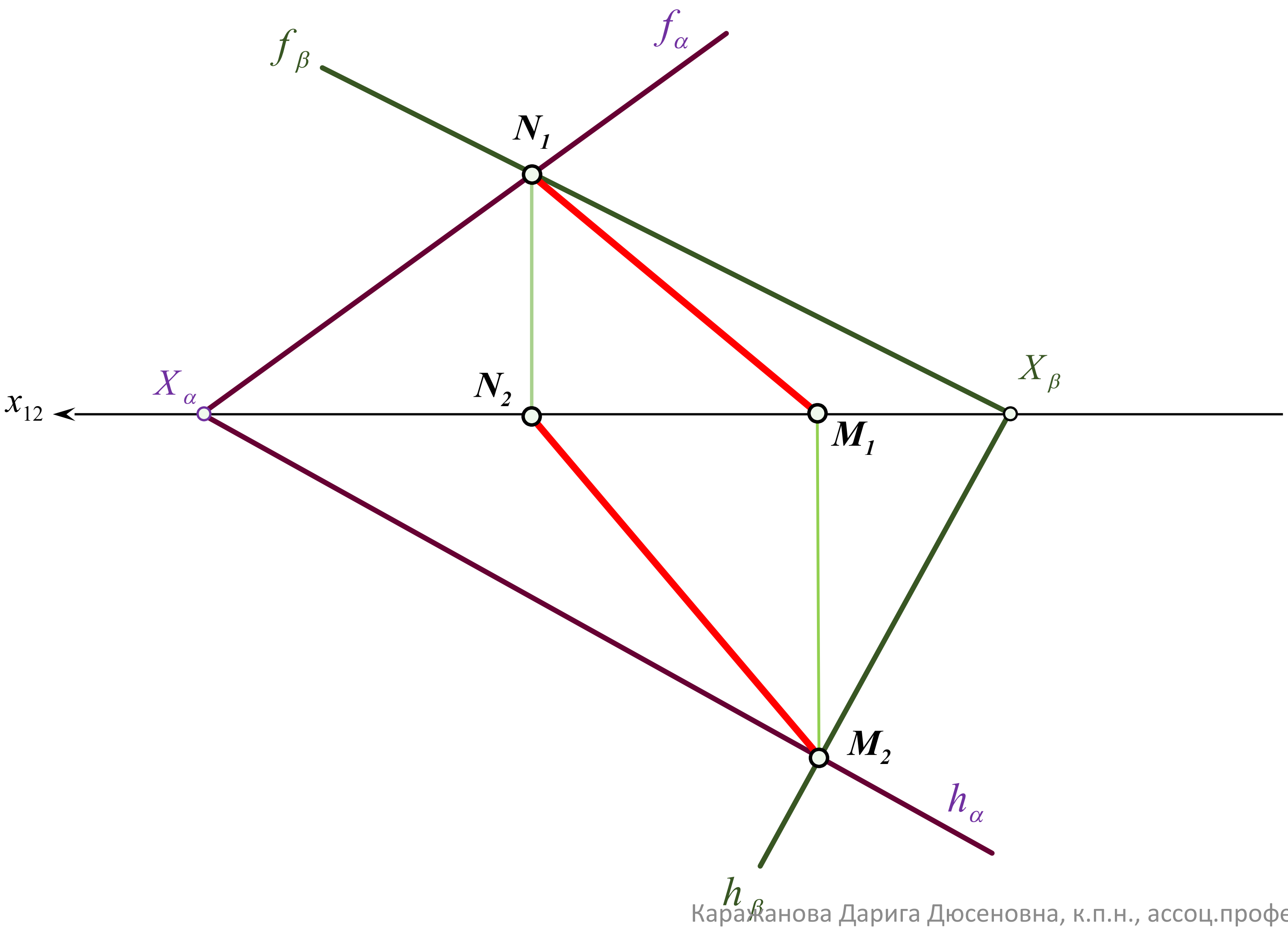
Построение линии пересечения двух плоскостей, заданных следами



[MN]=α∩β

M,N–горизонтальный и фронтальный следы линии пересечения

Построение линии пересечения двух плоскостей, заданных следами



$\alpha(f_\alpha , h_\alpha)$

$\beta(f_\beta , h_\beta)$

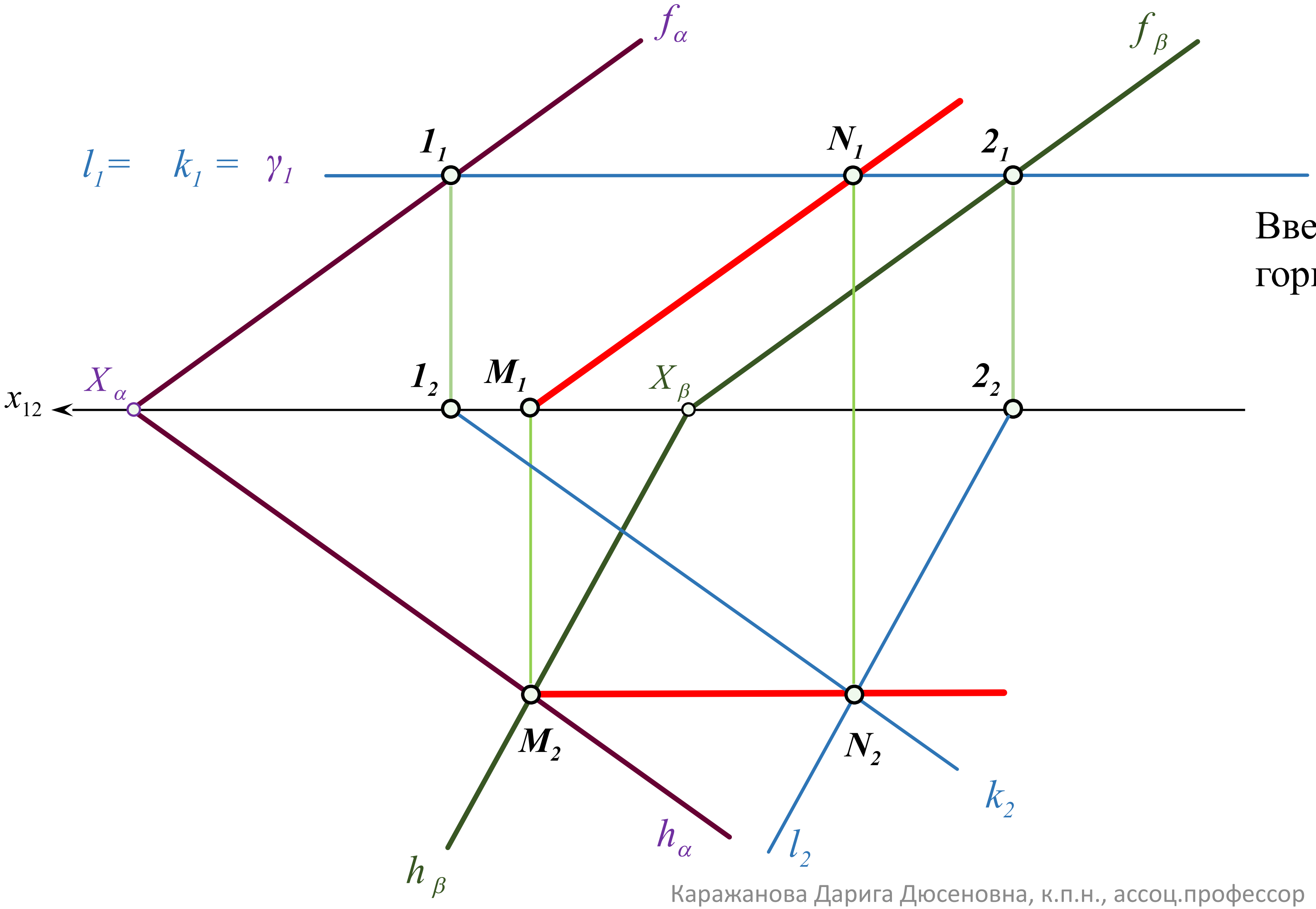
$h_\alpha \cap h_\beta = M$

$f_\alpha \cap f_\beta = N$

$\alpha(f_\alpha , h_\alpha) \cap \beta(f_\beta , h_\beta) = (MN)$

M – Горизонтальный след линии пересечения плоскостей α и β
N – Фронтальный след линии пересечения двух плоскостей α и β

Построение линии пересечения двух плоскостей, заданных следами



$\alpha(f_\alpha\,,\,h_\alpha)$

$\beta(f_\beta\,,\,h_\beta)$

причём, $f_\beta \parallel f_\alpha$

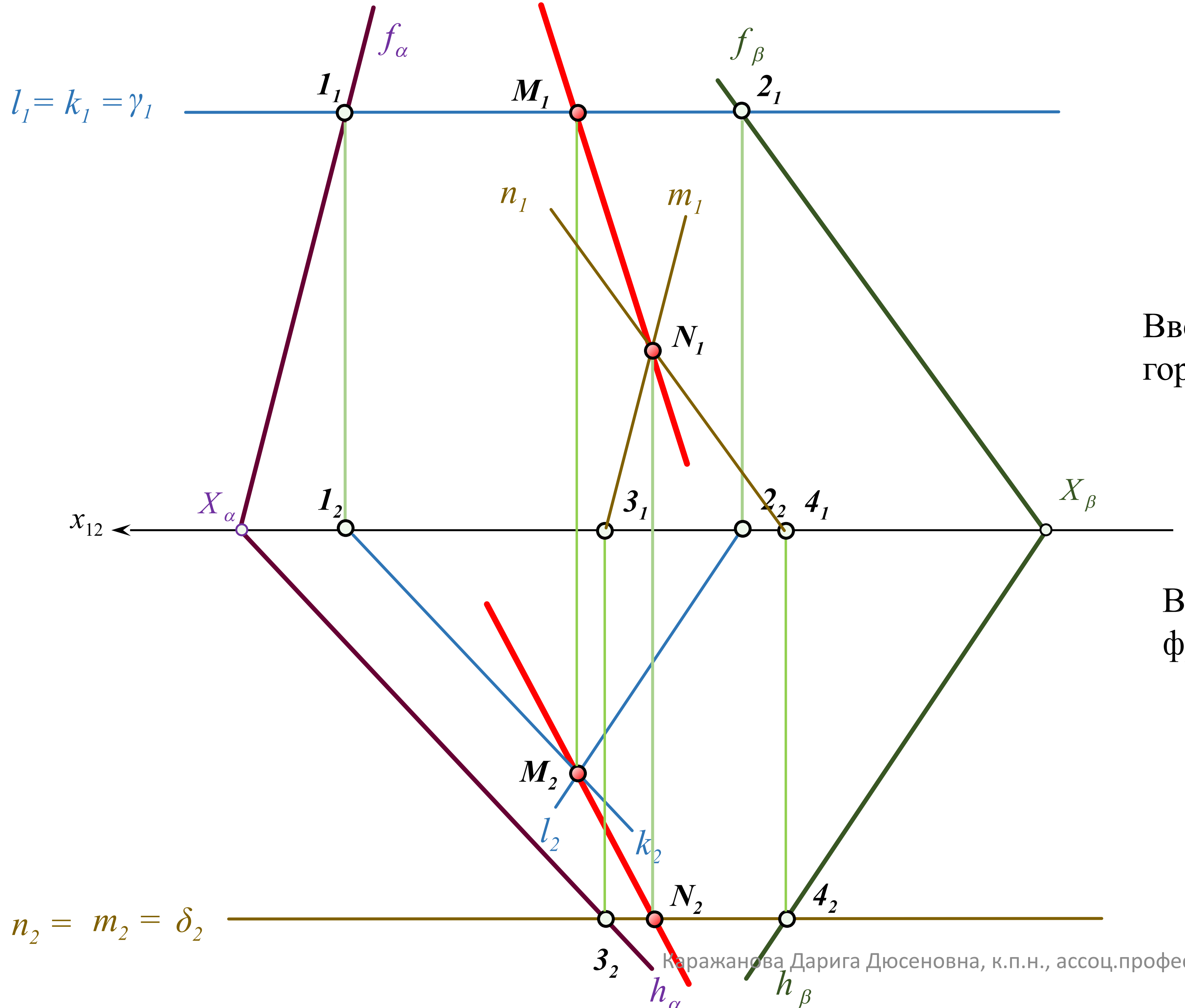
Введем в чертеж вспомогательную горизонтальную секущую плоскость $\gamma\ (\gamma_1)$

$\alpha \cap \gamma = k$

$\beta \cap \gamma = l$

Каражанова Дарига Дюсеновна, к.п.н., ассоц.профессор

Построение линии пересечения двух плоскостей, заданных следами



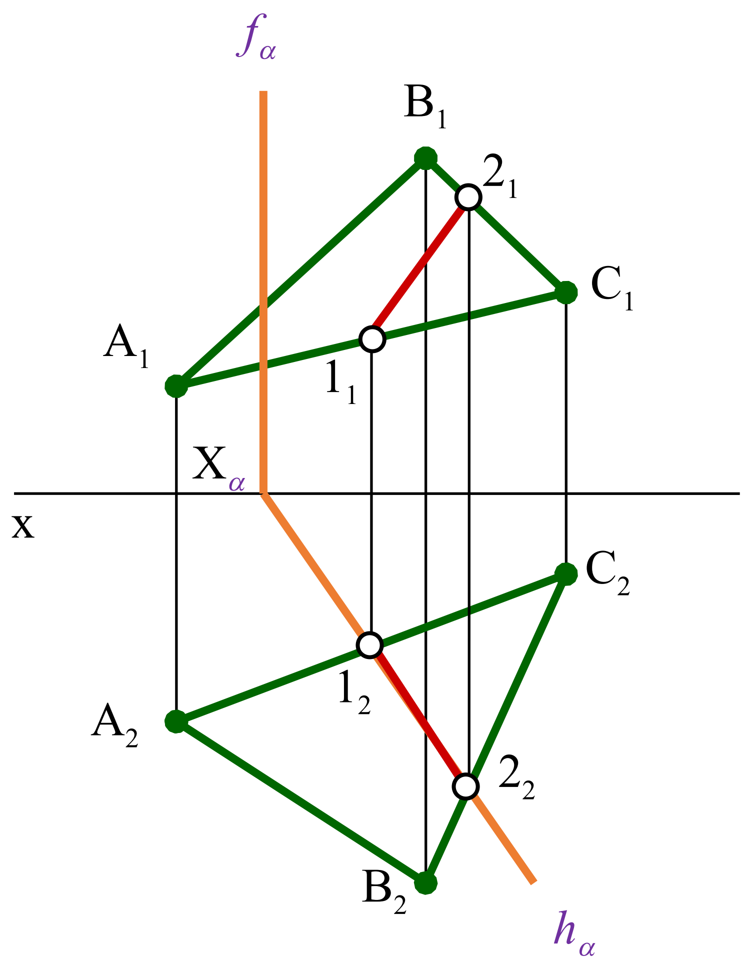
$\alpha(f_\alpha, h_\alpha)$

$\beta(f_\beta, h_\beta)$

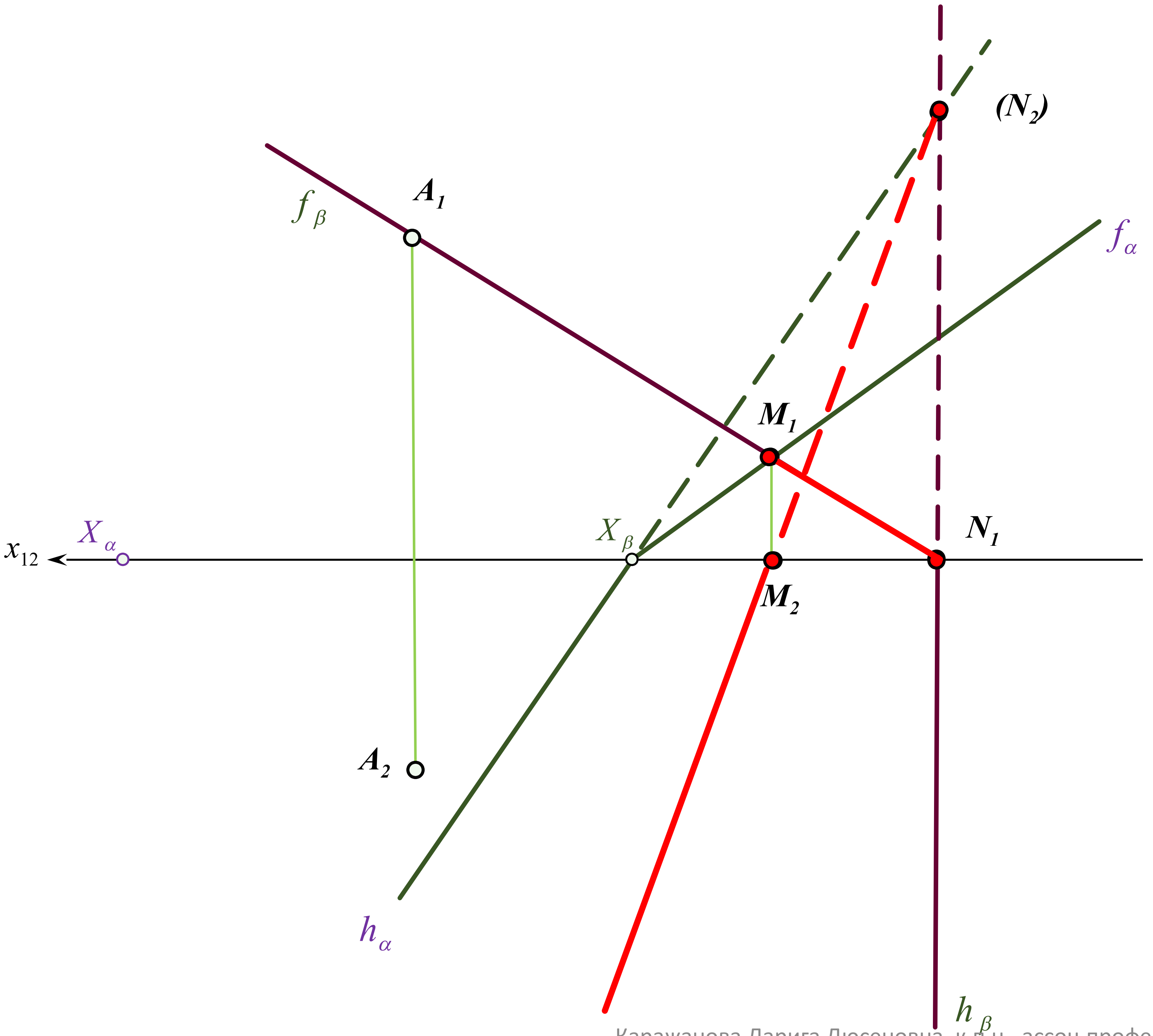
Введем в чертеж вспомогательную горизонтальную секущую плоскость γ (γ_1)

Введем в чертеж вспомогательную фронтальную секущую плоскость δ (δ_2)

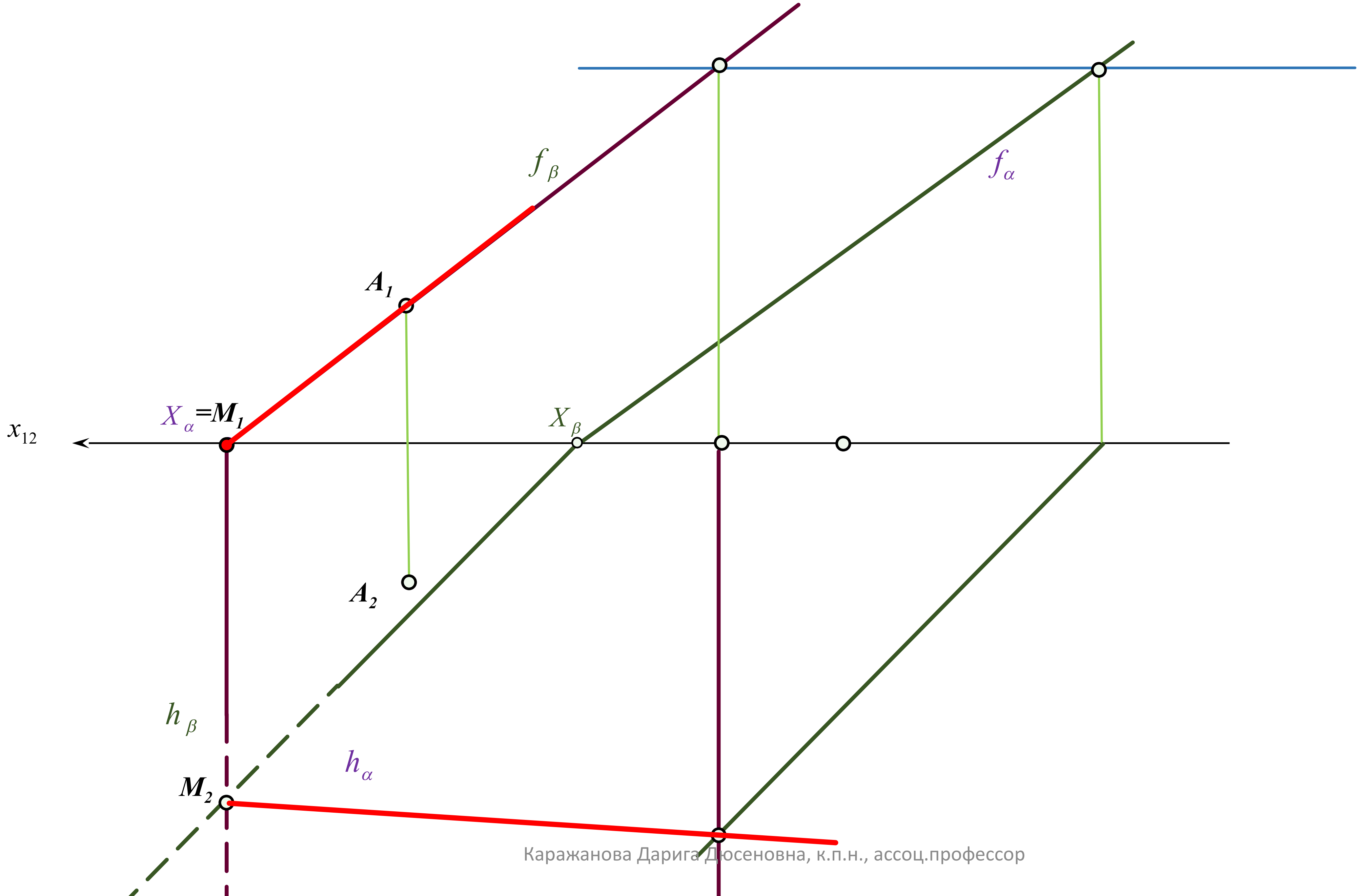
Каражанова Дарига Дюсеновна, к.п.н., ассоц.профессор



f_α
B_1
2_1
C_1
A_1
1_1
X_α
x
C_2
1_2
A_2
2_2
B_2
h_α



Каражанова Дарига Дюсеновна, к.п.н., ассоц.профессор



f_β
f_α
A_1
$X_\alpha = M_1$
x_{12}
X_β
A_2
h_β
h_α
M_2

Многогранники

Многогранник - это поверхность, составленная из многоугольников и ограничивающая некоторое геометрическое тело.

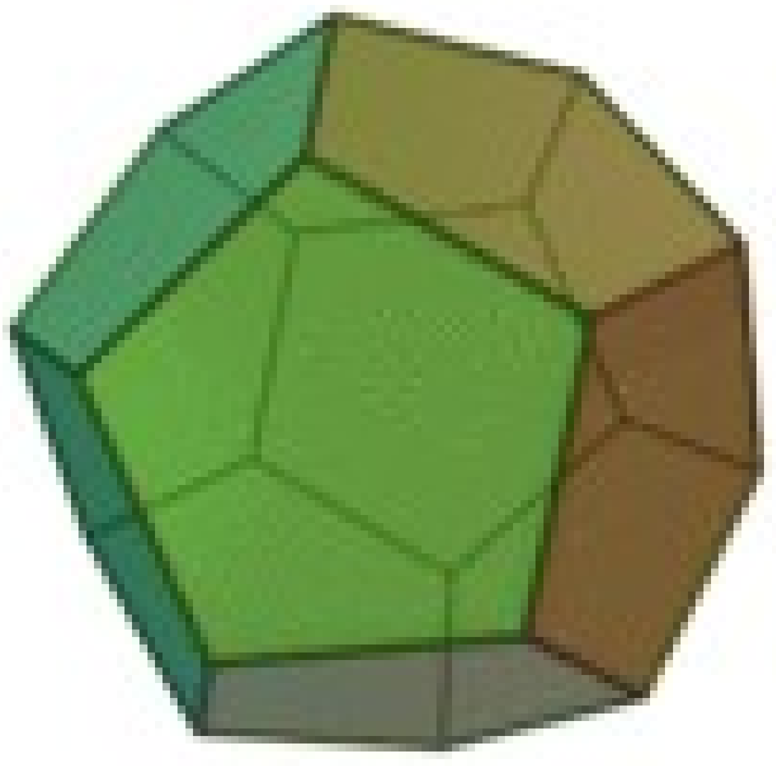

Многогранники
Однородные выпуклые
Однородные невыпуклые
Тела Платона
Выпуклые призмы и антипризмы
Тела Архимеда
Невыпуклые полуправильные однородные многогранники
Тела Кеплера-Пуансо
Невыпуклые призмы и антипризмы

Правильными многогранниками

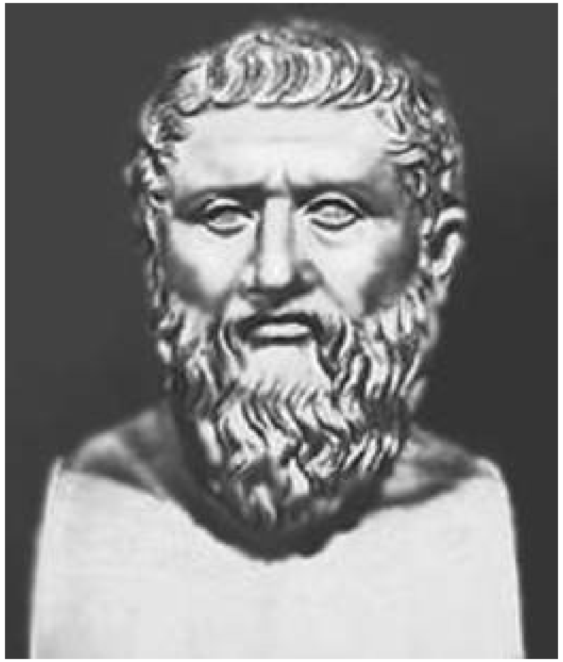
называют выпуклые многогранники, все грани и все углы которых равны, причем грани - правильные многоугольники.

В каждой вершине правильного многогранника сходится одно и то же число рёбер .

Все двугранные углы при рёбрах и все многогранные углы при вершинах правильного многоугольника равны.



Существует лишь пять выпуклых правильных многогранников - тетраэдр, октаэдр и икосаэдр с треугольными гранями, куб (гексаэдр) с квадратными гранями и додекаэдр с пятиугольными гранями.

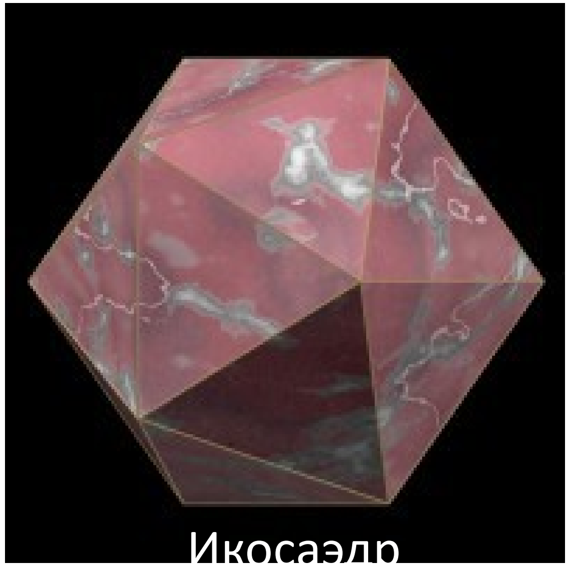


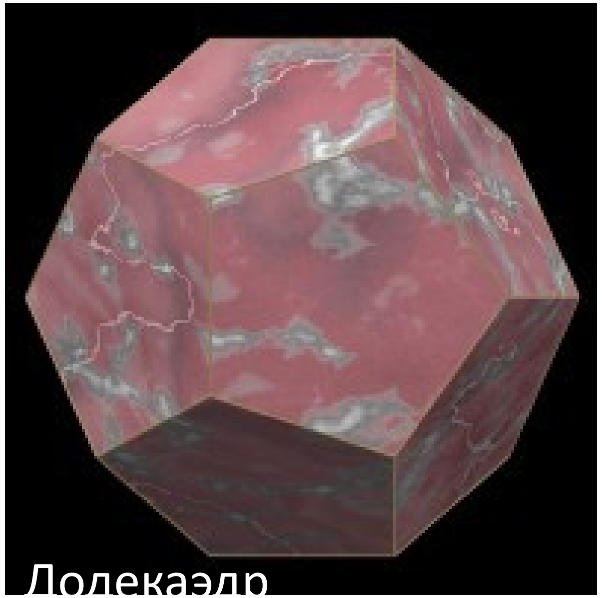
Эти тела еще называют

телами Платона.

Теорема Эйлера: В любом выпуклом многограннике сумма числа граней и числа вершин больше числа ребер на 2

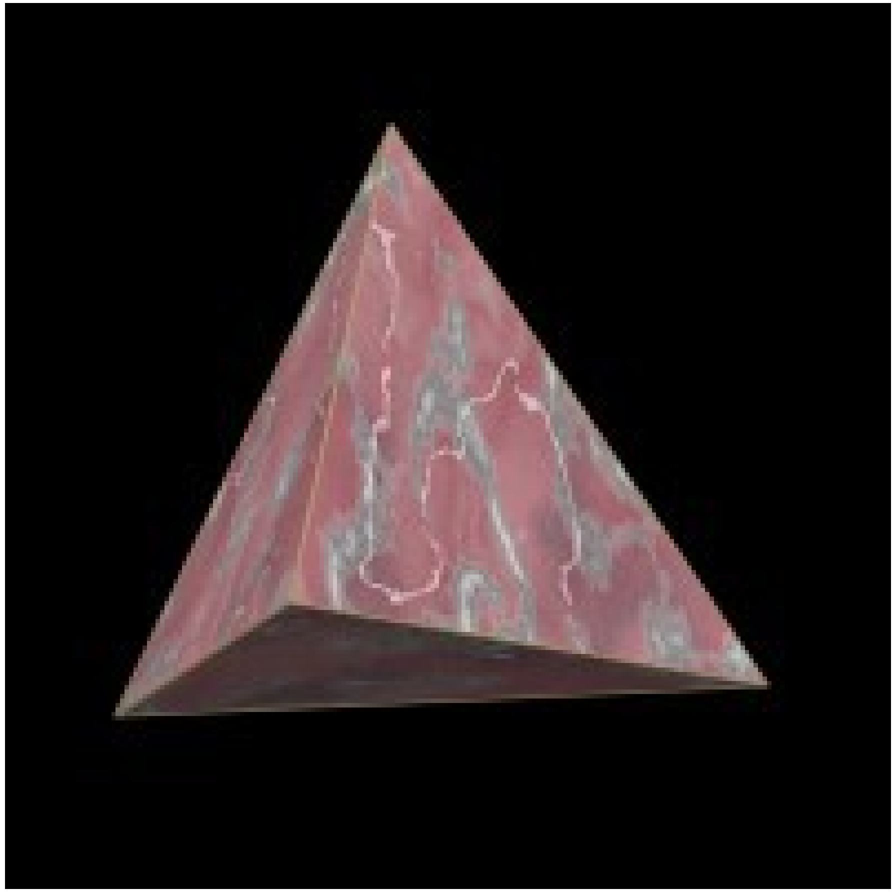
Тела Платона





Тетраэдр

(Четырехгранник)



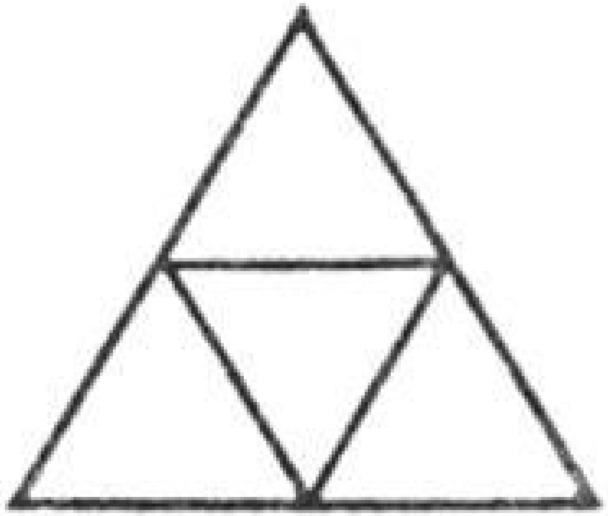
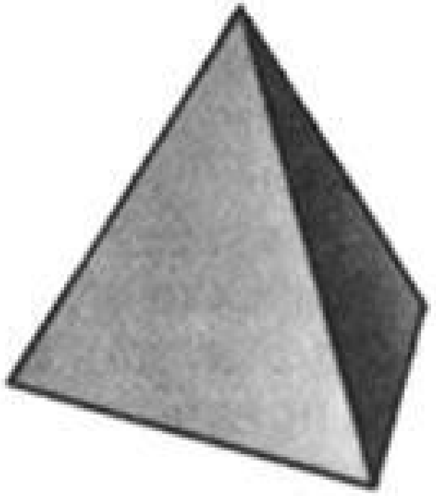
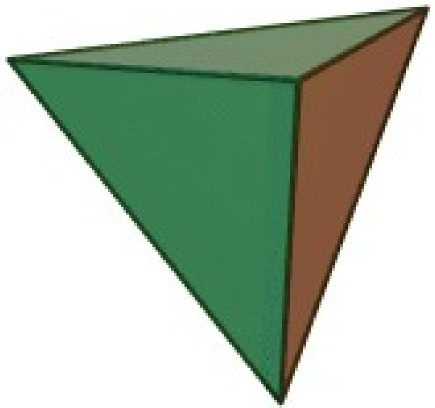
1. Четыре равносторонних треугольника
2. Каждая его вершина является вершиной трех треугольников
3. Сумма плоских углов при каждой вершине равна 180^0
4. Грани – 4

   Вершины – 4

   Ребра – 6

5. Оси симметрии - 3

   Плоскости симметрии - 6

Гексаэдр. Куб

(Шестигранник)

1. Шесть квадратов
2. Каждая его вершина является вершиной трех квадратов
3. Сумма плоских углов при каждой вершине равна 270
4. Грани – 6

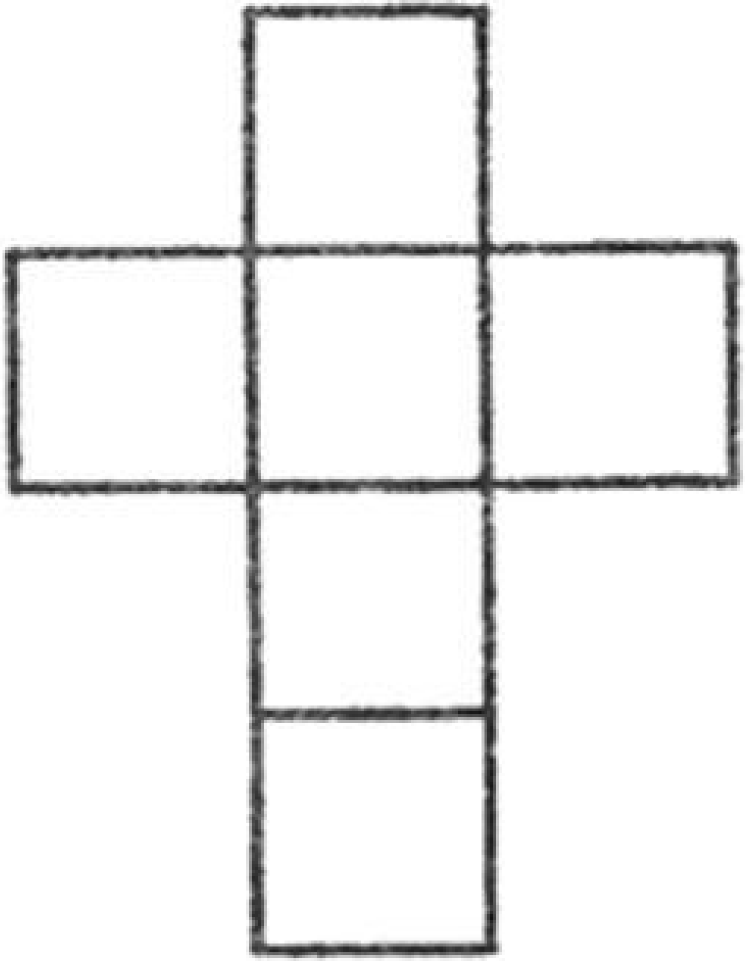
   Вершины – 8

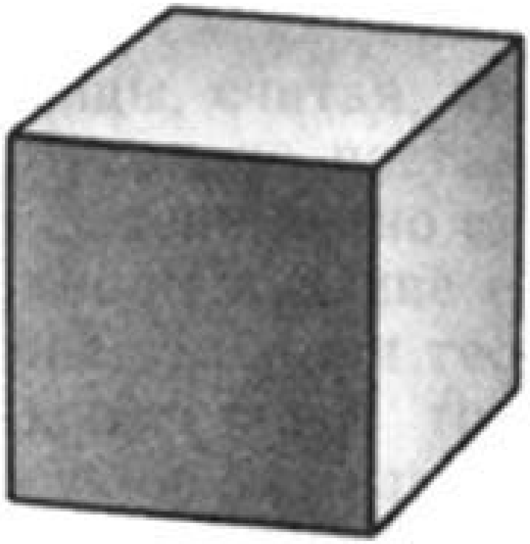
   Ребра – 12

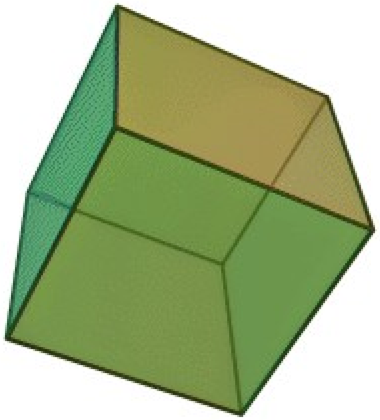
5. Оси симметрии - 9

   Плоскости симметрии – 9

Имеет центр симметрии – центр куба.







Октаэдр

(Восмигранник)

1. Восемь равносторонних треугольников
2. Каждая его вершина является вершиной четырех треугольников
3. Сумма плоских углов при каждой вершине равна 240
4. Грани – 8

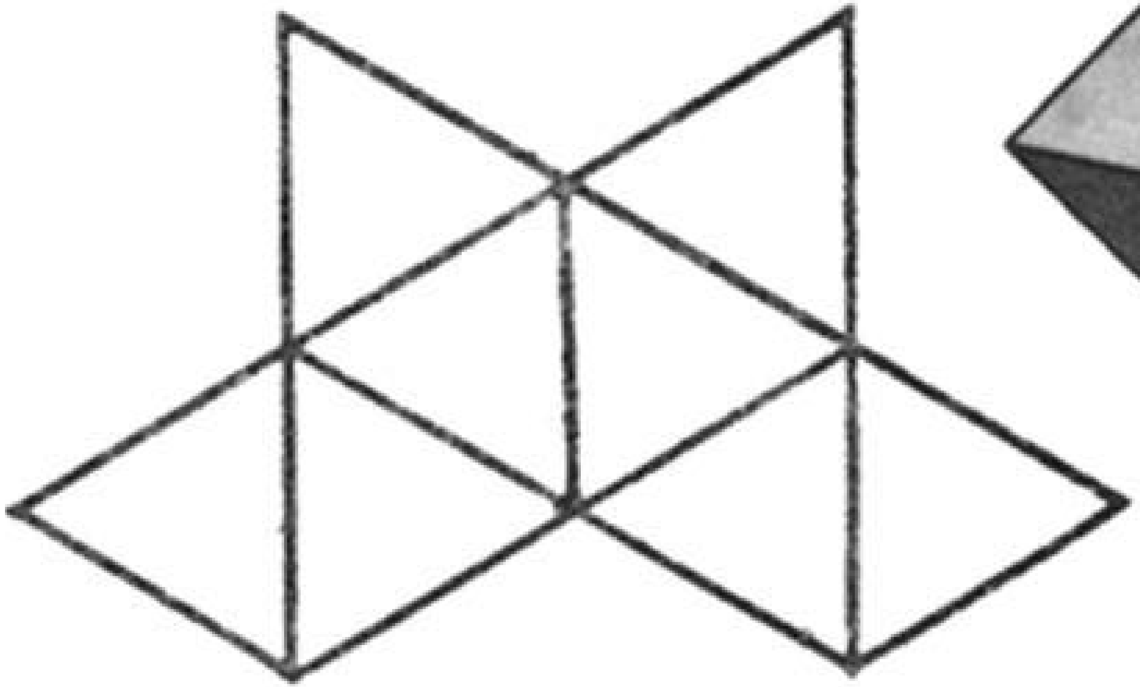
   Вершины – 6

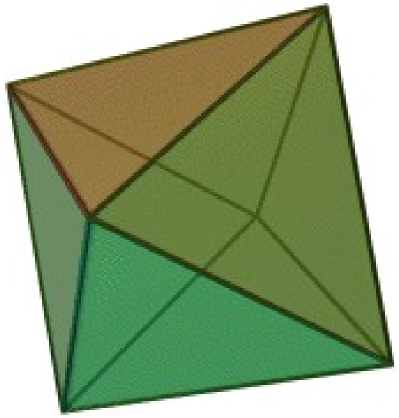
   Ребра – 12

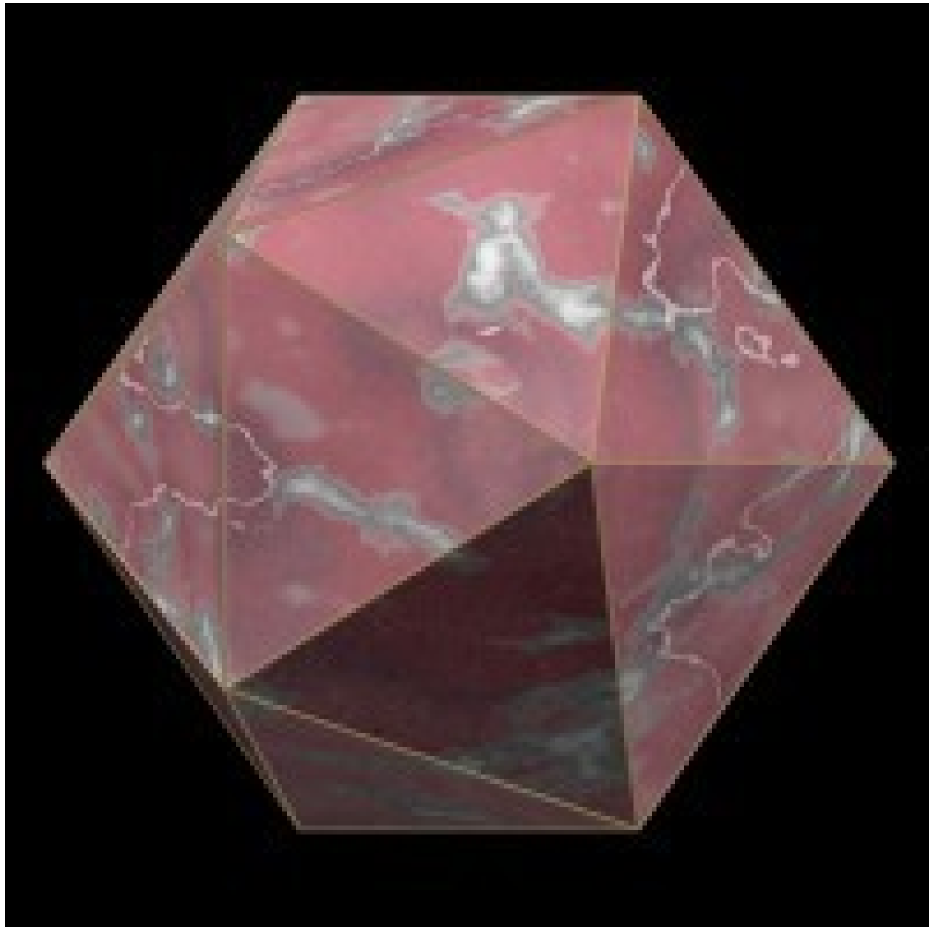
5. Оси симметрии - 9

   Плоскости симметрии – 9

Имеет центр симметрии – центр октаэдра







Икосаэдр

(Двадцатигранник)

1. **Двадцать равносторонних треугольников**
2. **Каждая его вершина является вершиной пяти треугольников**
3. **Сумма плоских углов при каждой вершине равна 300**
4. **Грани – 20**

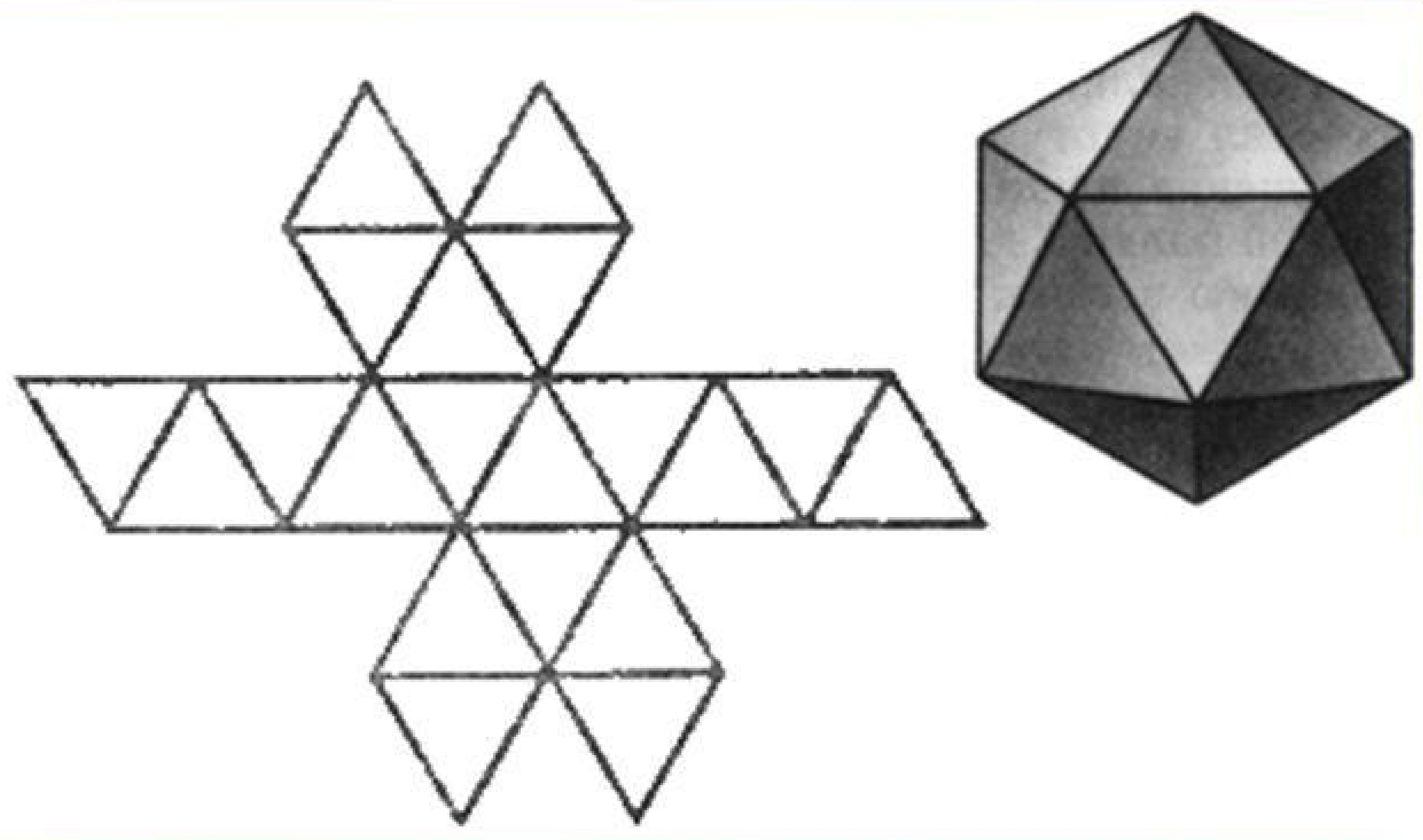
   Вершины – 12

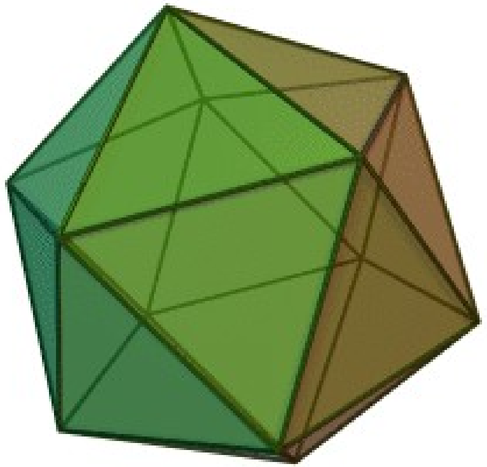
   Ребра – 30

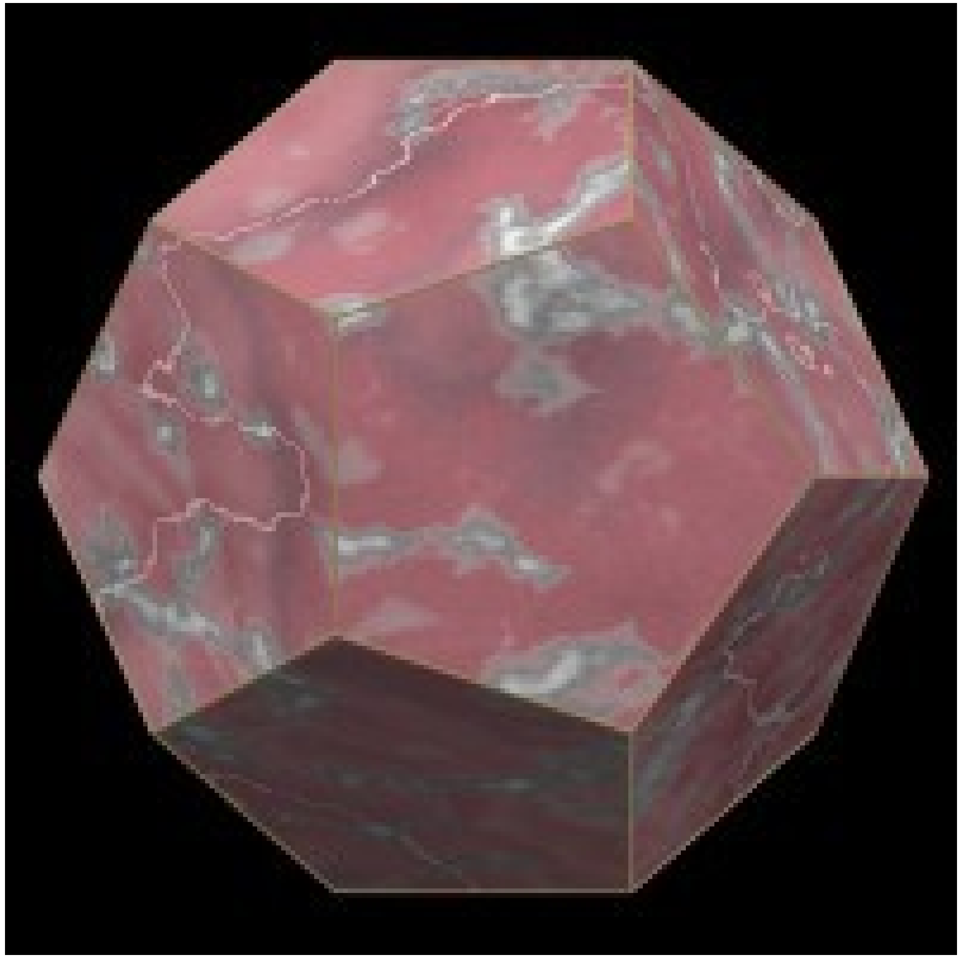
5. Имеет центр симметрии – центр икосаэдра

Оси симметрии - 15

Плоскости симметрии – 15







Додекаэдр

(Двенадцатигранник)

1.Двенадцать равносторонних пятиугольников

2.Каждая его вершина является вершиной трех пятиугольников

3.Сумма плоских углов при каждой вершине равна 324

4.Грани – 12

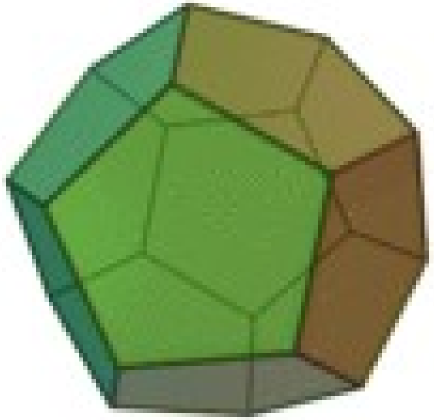
Вершины – 20

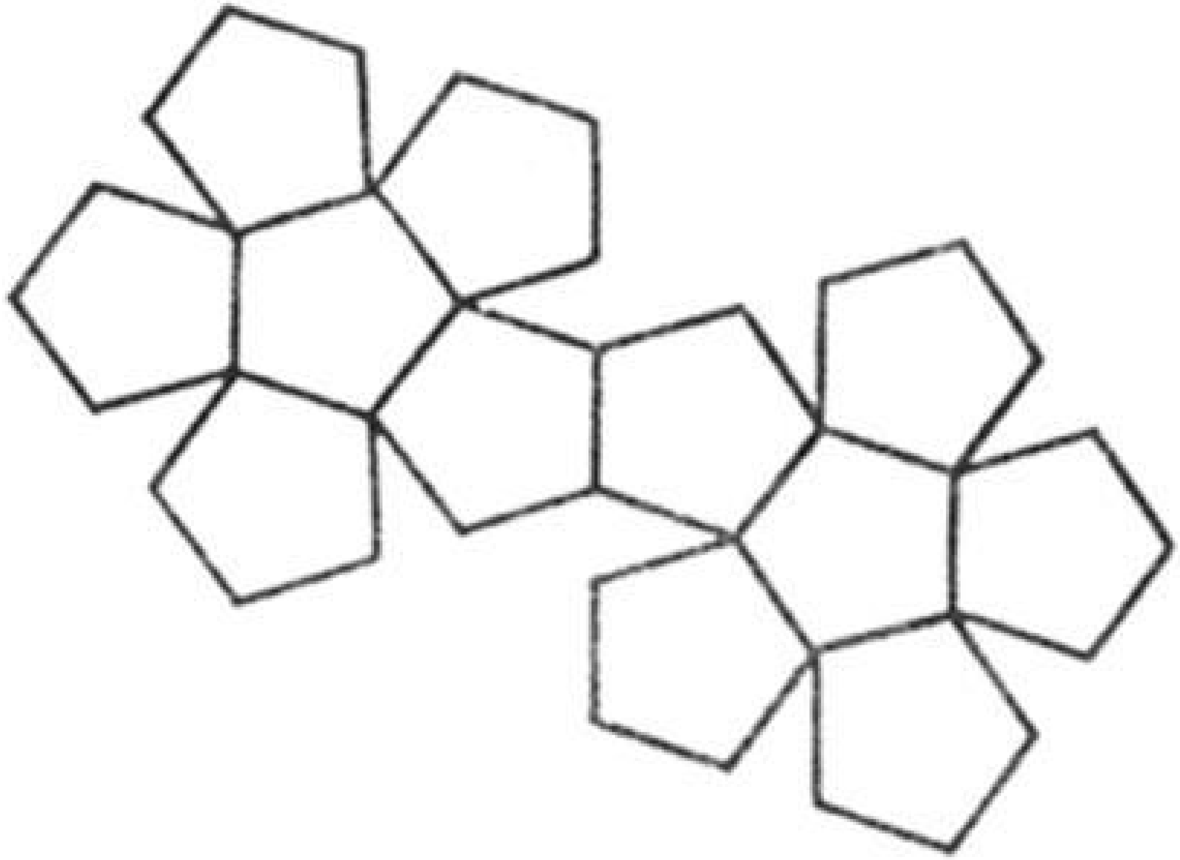
Ребра – 30

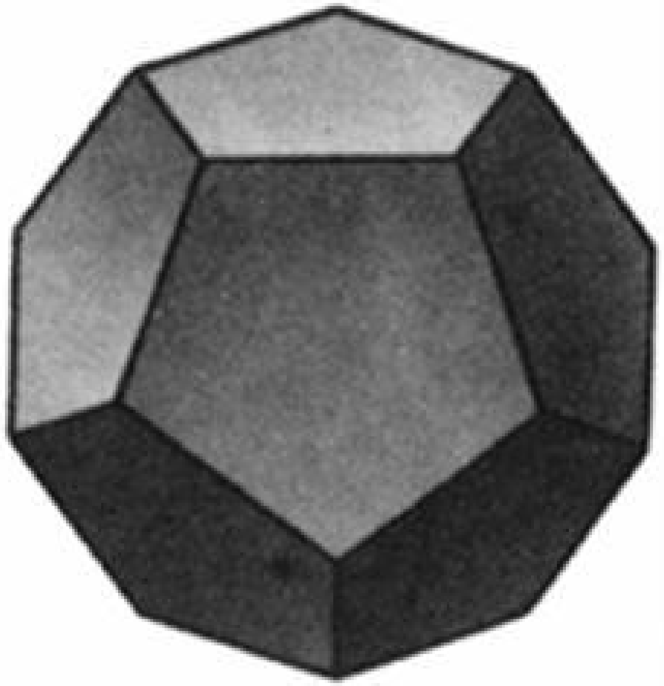
5. Имеет центр симметрии – центр додекаэдра

Оси симметрии - 15

Плоскости симметрии – 15

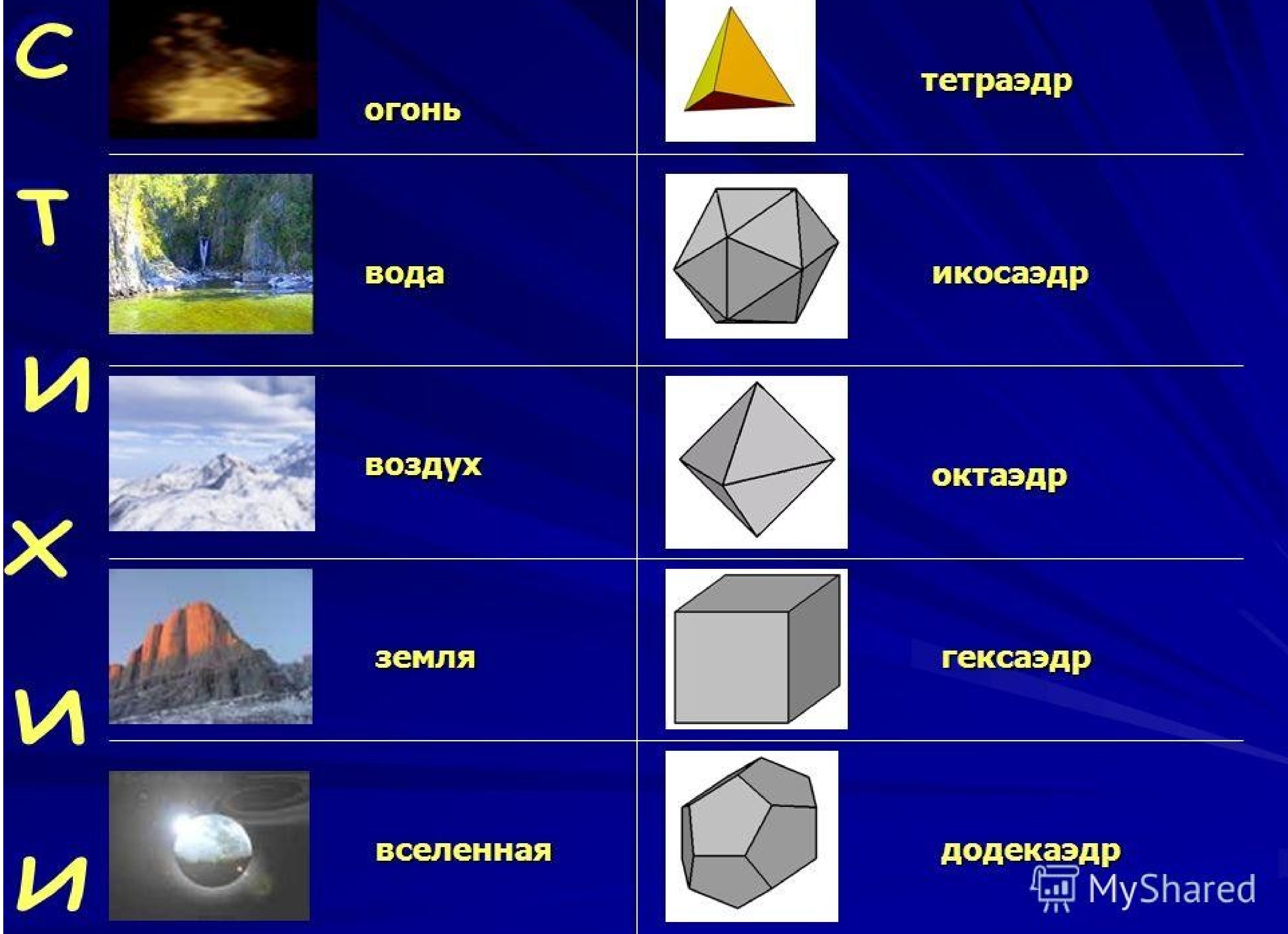






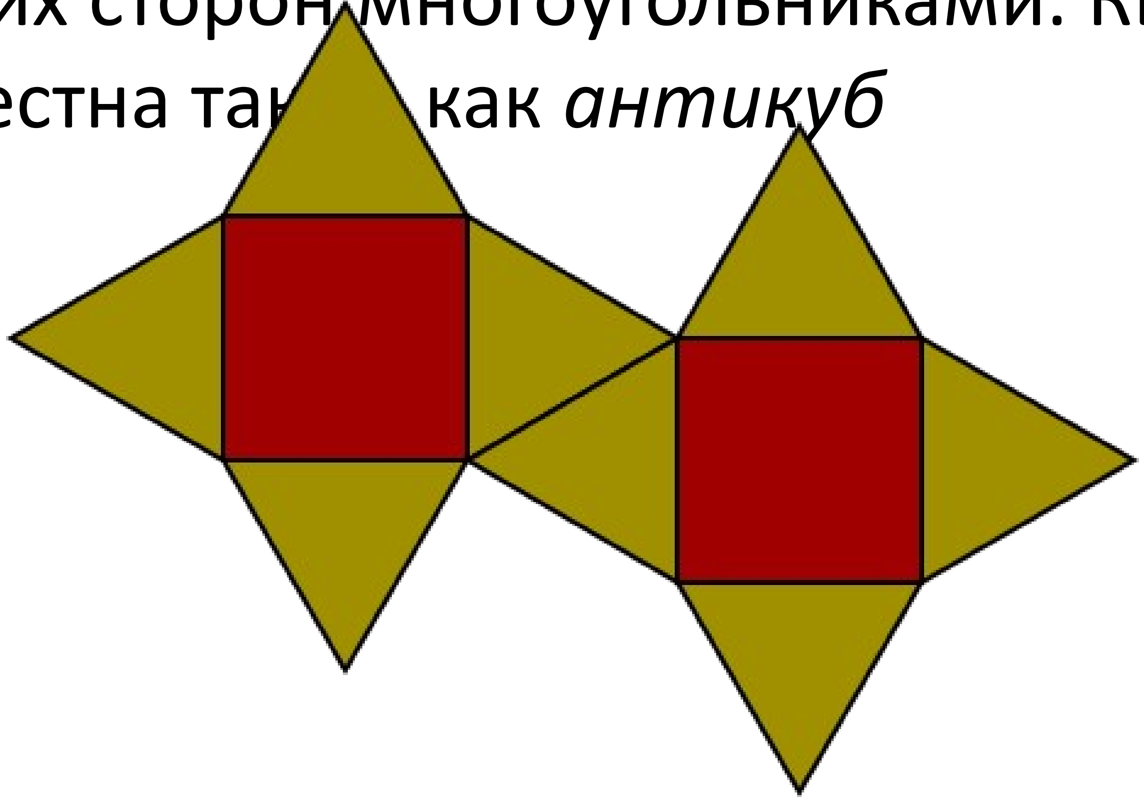
Одно из древнейших упоминаний о правильных многогранниках находится в трактате Платона (427-347 до н. э.) "Тимаус". Поэтому правильные многогранники также называются платоновыми телами.

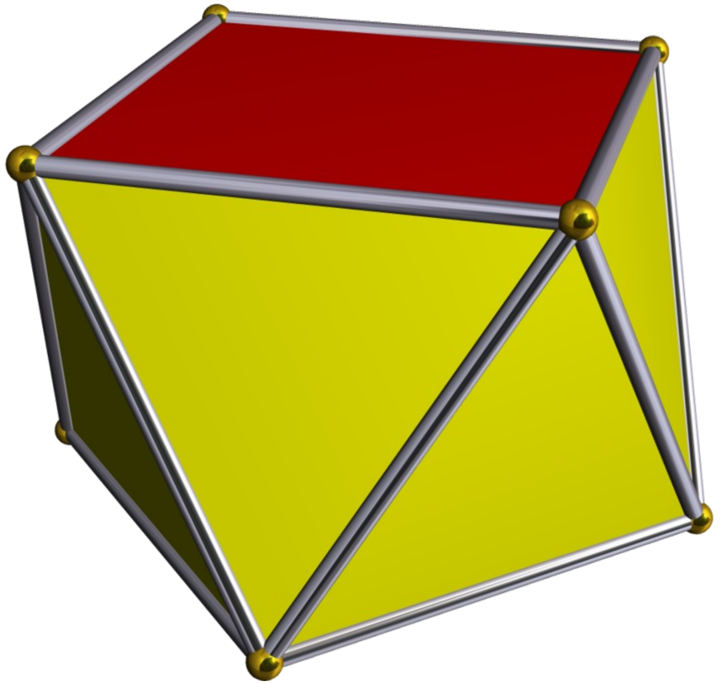
Каждый из правильных многогранников, а всего их пять, Платон ассоциировал с четырьмя "земными" элементами: земля (куб), вода (икосаэдр), огонь (тетраэдр), воздух (октаэдр), а также с "неземным" элементом - небом (додекаэдр).



Квадратная антипризма

Квадратная антипризма — это второй многогранник в бесконечном ряду антипризм, образованных последовательностью треугольных граней, закрытых с обоих сторон многоугольниками. Квадратная антипризма известна та[illegible] как *антикуб*





Простейшие многогранники

Пирамида – многогранник, у которого одна грань, принимаемая за *основание*, является произвольным многоугольником (например, *ABCD)*, а остальные грани (*боковые*) – треугольники с общей точкой *S*, называемой *вершиной*.

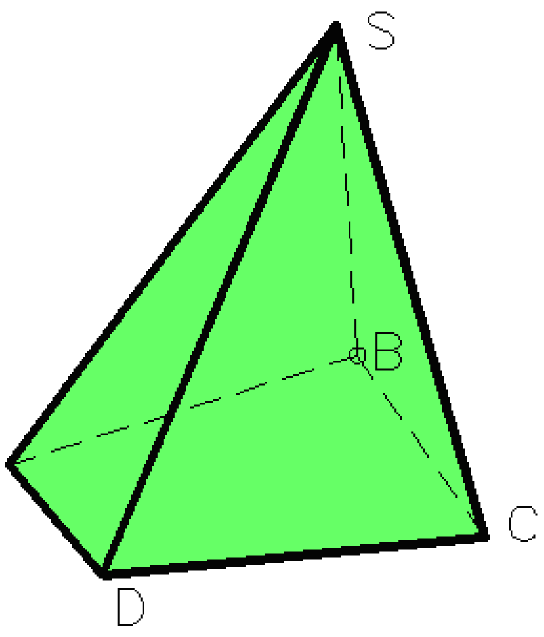
В зависимости от числа вершин у многоугольника основания пирамиды называют: треугольной, если в основании треугольник; четырехугольной, если в основании четырехугольник; и т.д.

Призма – многогранник, у которого две грани – основания одинаковые и взаимно параллельные многоугольники – ABCD и A′B′C′D′, а остальные грани (боковые) – параллелограммы – AA′BB′; BB′CC′; …

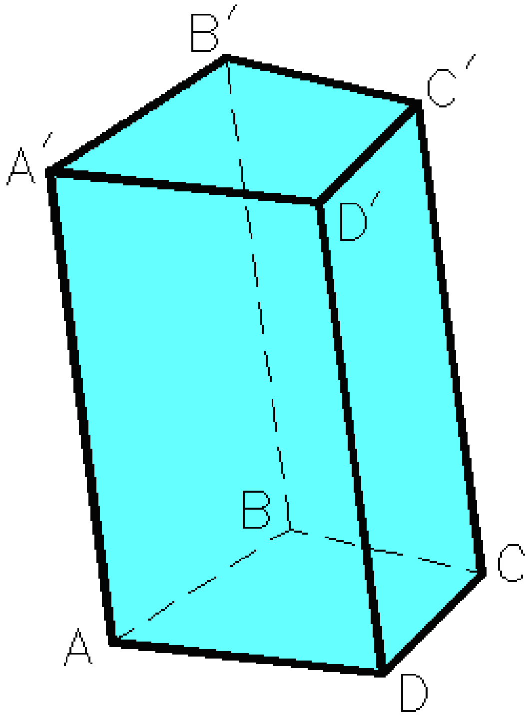
В зависимости от числа вершин у многоугольника основания призмы, так же как и пирамиды, называют треугольными, четырехугольными и т.д.

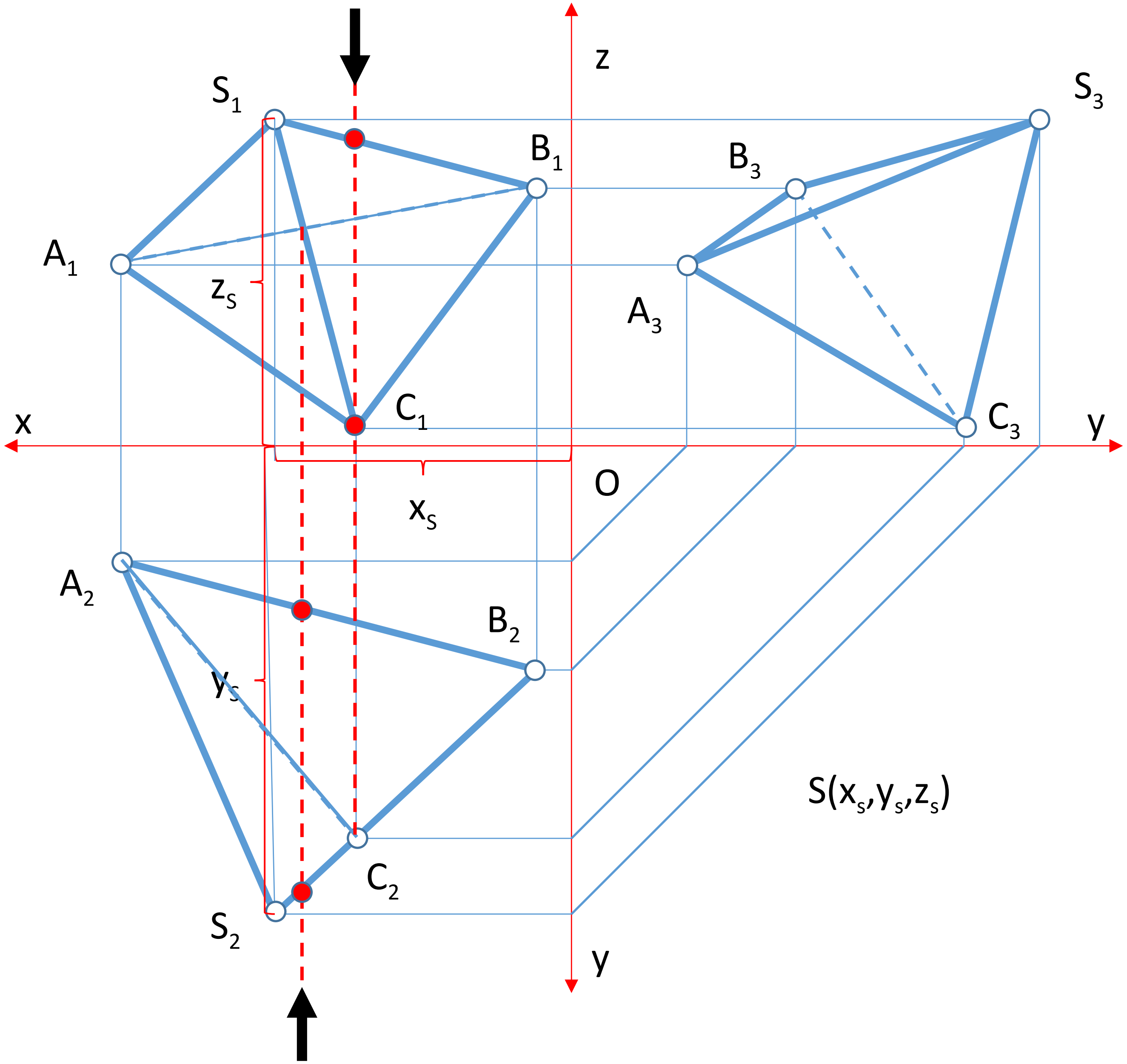
Призма называется *прямой*, если ее ребра перпендикулярны к плоскости основания, и *наклонной* – если не перпендикулярны.

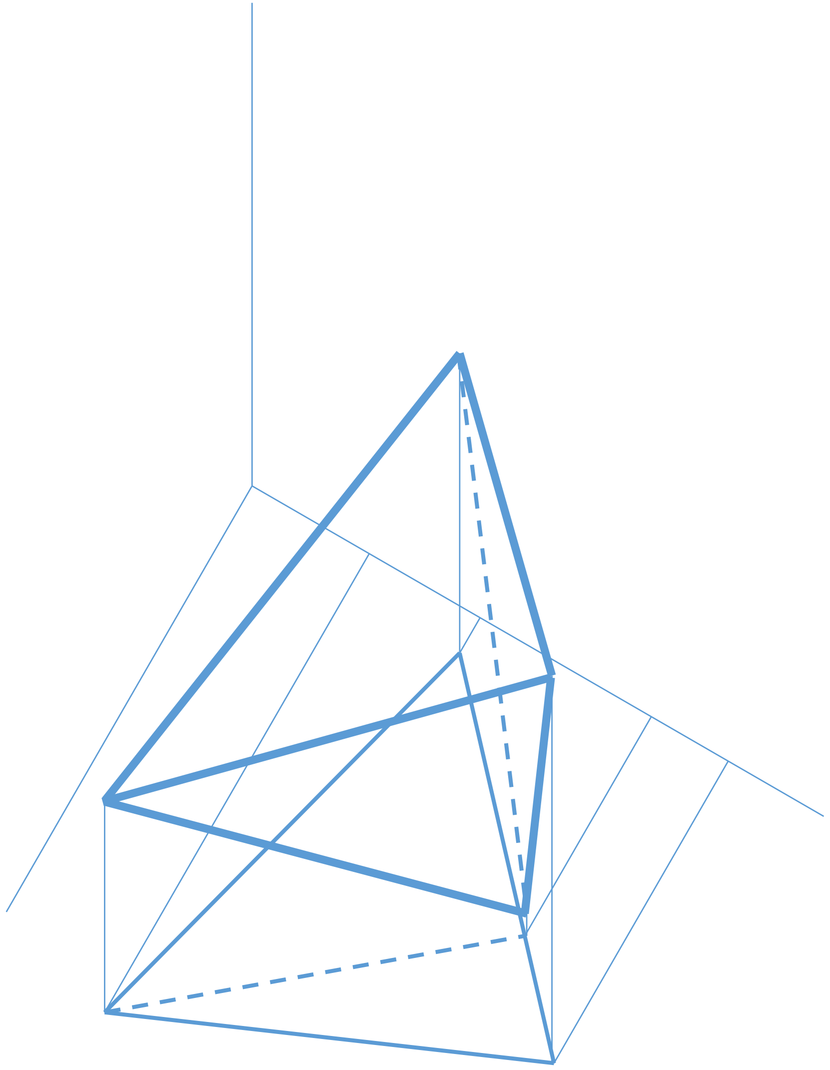
а)



б)




S1
B1
A1
z
zs
C1
x
O
xs
B3
S3
A3
C3
y
A2
B2
ys
C2
S2
y
S(xs,ys,zs)

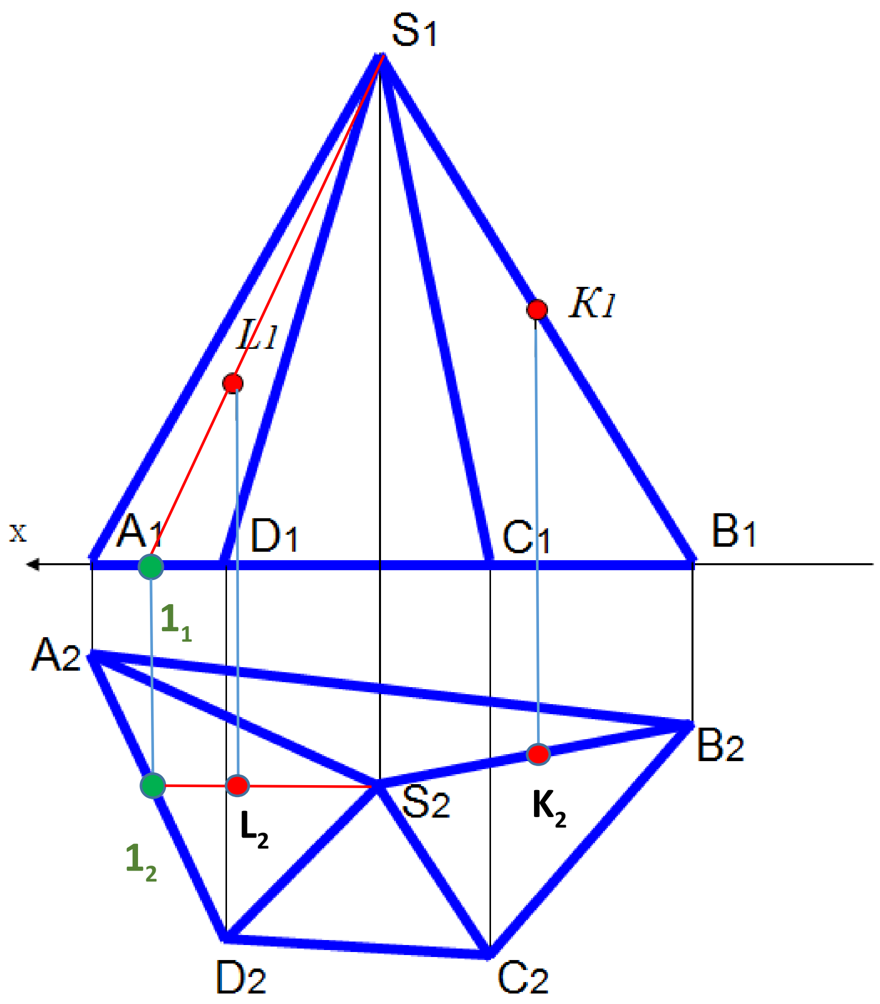


Точка и линия на поверхности многогранника.

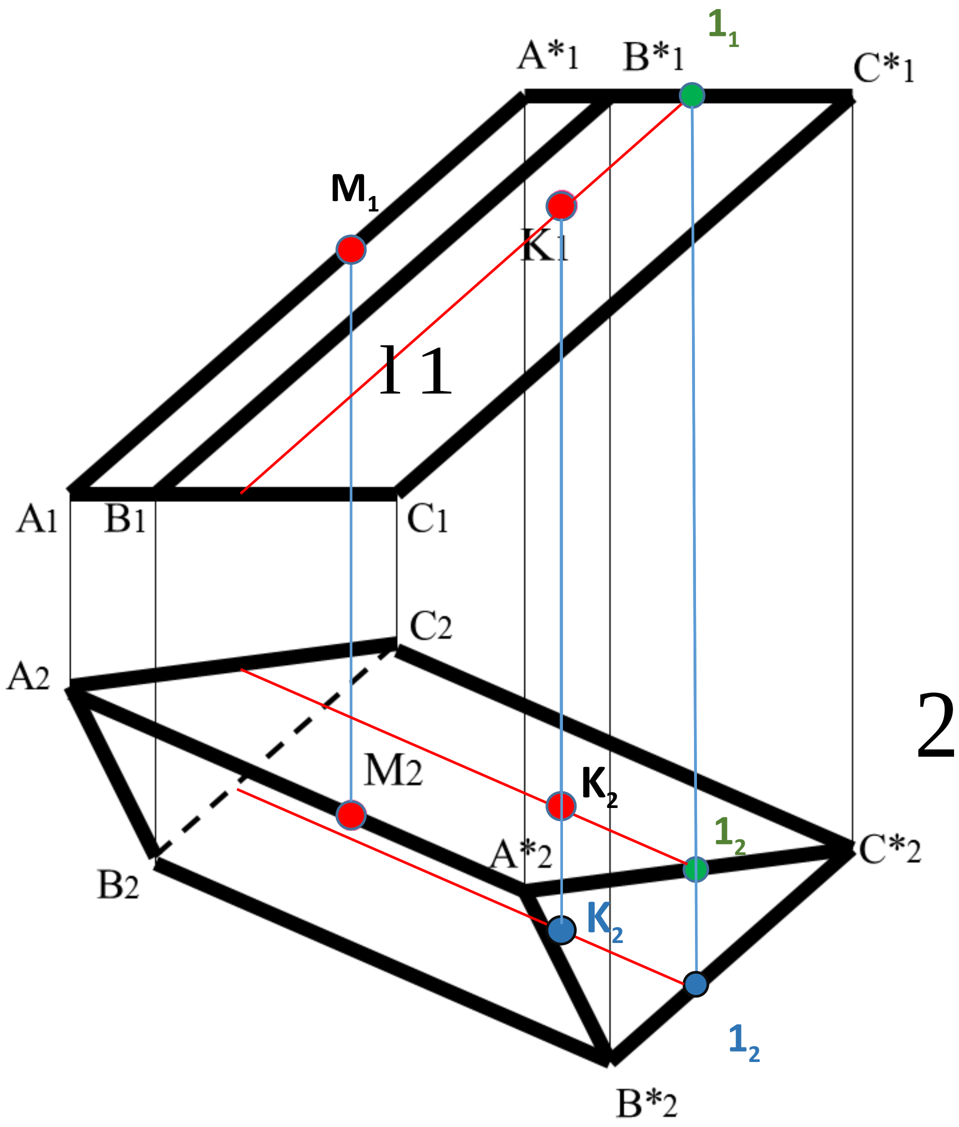
Точка принадлежит поверхности многогранника, если она принадлежит прямой поверхности этого многогранника.

Линия принадлежит поверхности многогранника, если она проходит через точки данного многогранника.

Позиционные задачи. Принадлежность точки поверхности многогранника.
Построить недостающие горизонтальные проекции точек *К* и *L*, принадлежащих поверхности пирамиды.
Аралық есептер. Көпжақтар беттерінде орналасқан нүкте.
Пирамида бетінде орналасқан *К* және *L* нүктелердің жеткіліксіз горизонталь проекцияларын табу керек.



Позиционные задачи. Принадлежность точки поверхности многогранника.
Построить недостающие проекции точек *К* и *М*, принадлежащих поверхности призмы.
Аралық есептер. Көпжақтар беттерінде орналасқан нүкте.
Призма бетінде орналасқан *К*2 және *М*1 нүктелердің жеткіліксіз горизонталь проекцияларын табу керек.



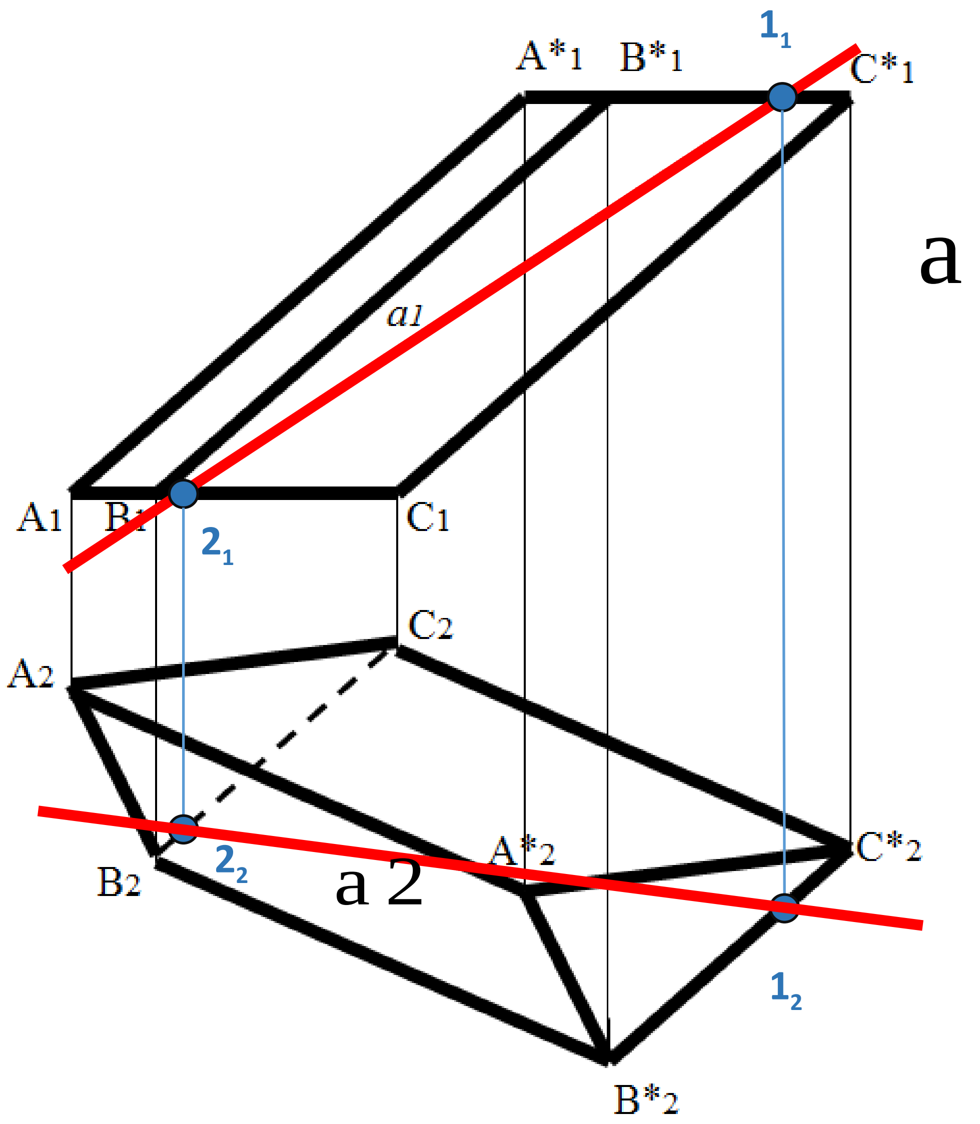
M (AA*)

M$_2$ (A$_2$A) ¿>M1 ∈ (A1A $^*_1$)

1. K ∈ AA ∗ C ∗ C

2. K ∈ BB ∗ C ∗ C

Позиционные задачи. Принадлежность линии поверхности многогранника.
Построить недостающую горизонтальную проекции линии *а2*, принадлежащей поверхности призмы.
Аралық есептер. Көпжақтың бетінде орналасқан сызықтар.
Призма бетінде орналасқан *а* сызықтың жеткіліксіз горизонталь проекциясын табу керек.



$a \in BB * C * C$

Пересечение многогранников плоскостью

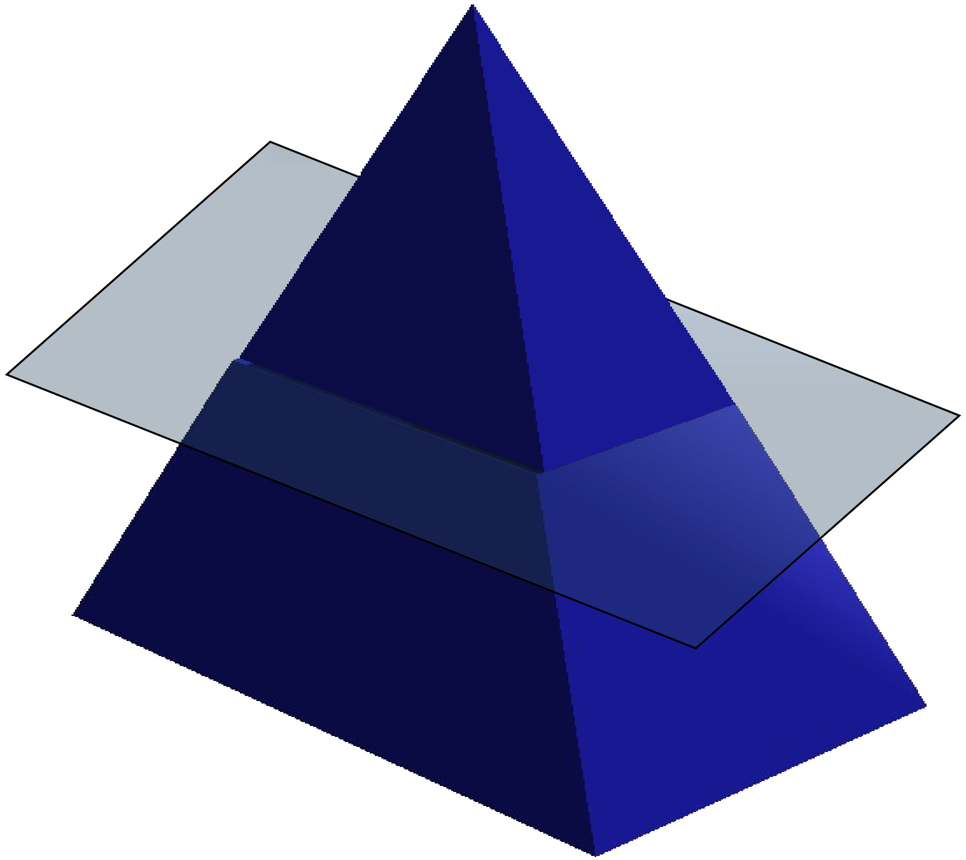
Чтобы построить линию пересечения многогранника с плоскостью, необходимо определить точки пересечения с данной плоскостью ребер многогранника. Соединив последовательно найденные точки прямыми линиями, получим искомую линию пересечения, называемую *сечением*.

Таким образом, задача на определение линии пересечения многогранника с плоскостью сводится, по сути дела, к многократному решению задачи на определение точки пересечения прямой линии с плоскостью, рассмотренной ранее.

Различают два способа построения сечения многогранника плоскостью:

- *способ ребер*, когда строятся вершины многоугольника сечения как точки пересечения ребер с секущей плоскостью;
- *способ граней*, когда строятся стороны многоугольника сечения как прямые пересечения граней с секущей плоскостью.

Сечение многогранника плоскостью



В общем случае
линия пересечения – *плоская ломаная линия*

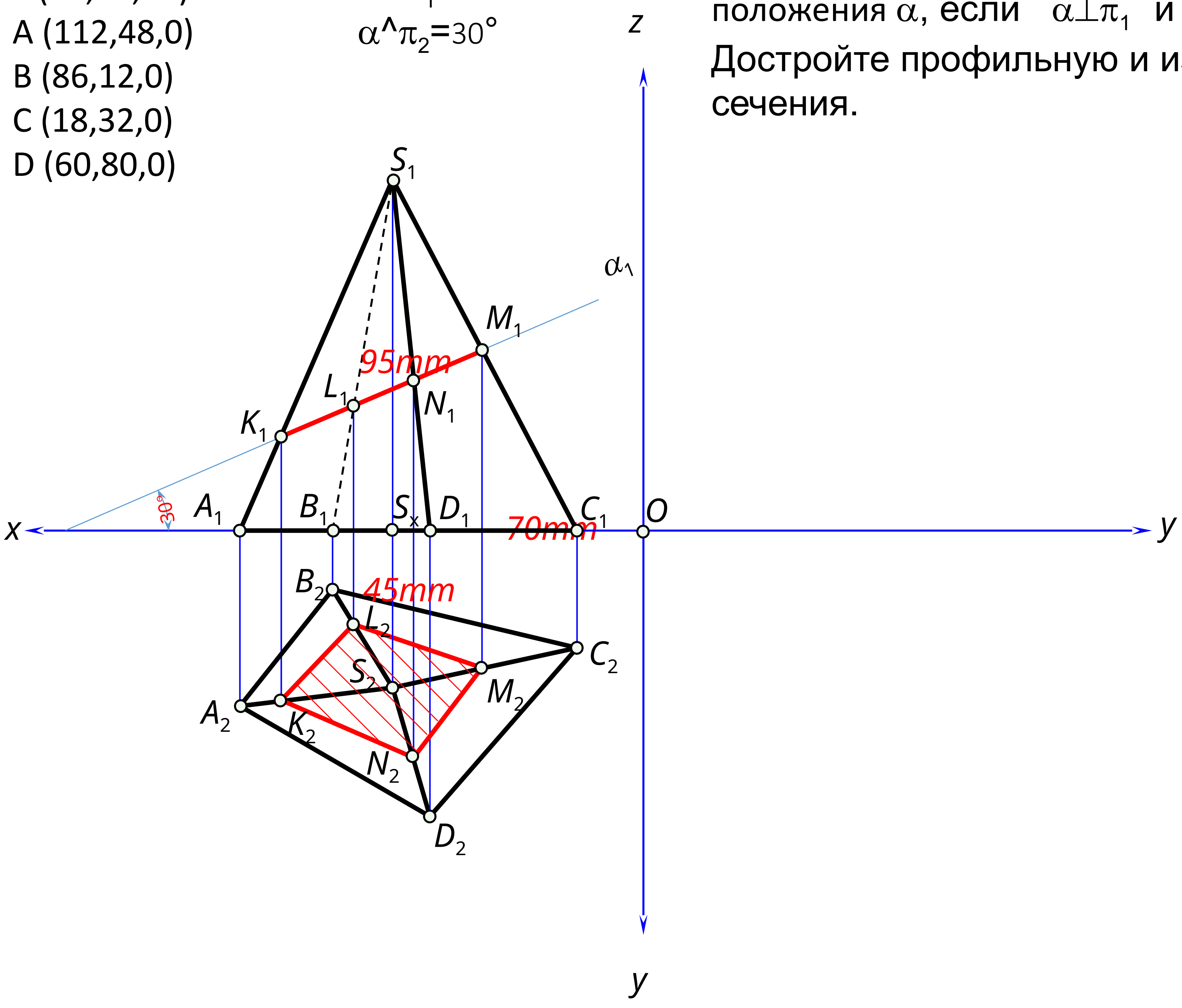
Секущая плоскость – *частного положения* – точки искомой линии пересечения строятся по точкам пересечения выродившейся в прямую проекции секущей плоскости с одноименными проекциями ребер (образующих или других линий) данной поверхности

S (70,45,95)
A (112,48,0)
B (86,12,0)
C (18,32,0)
D (60,80,0)

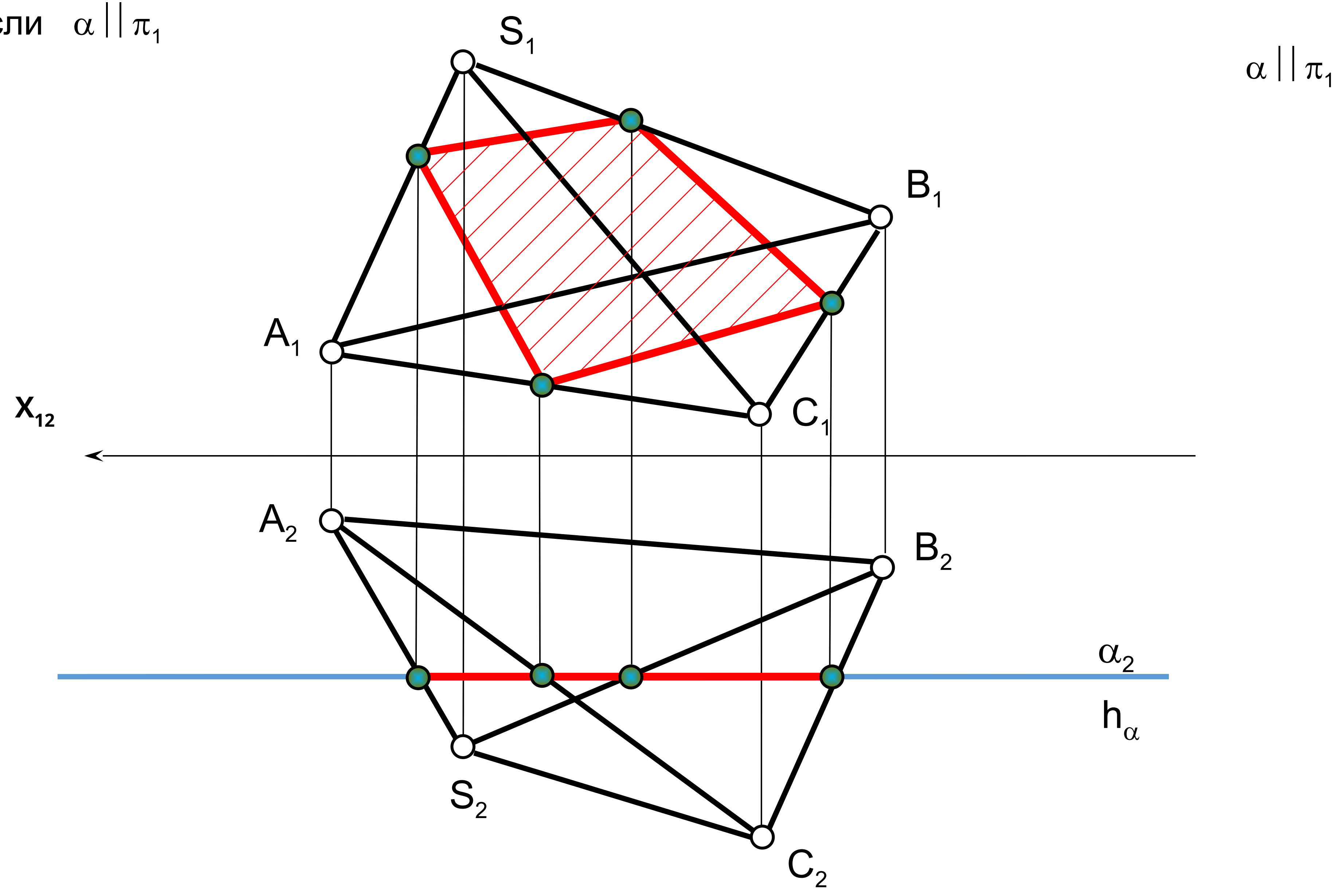
$\alpha \perp \pi_1$
$\alpha \wedge \pi_2 = 30°$

Задача. Построить сечение пирамиды плоскостью частного положения α, если $\alpha \perp \pi_1$ и $\alpha \wedge \pi_2 = 30°$

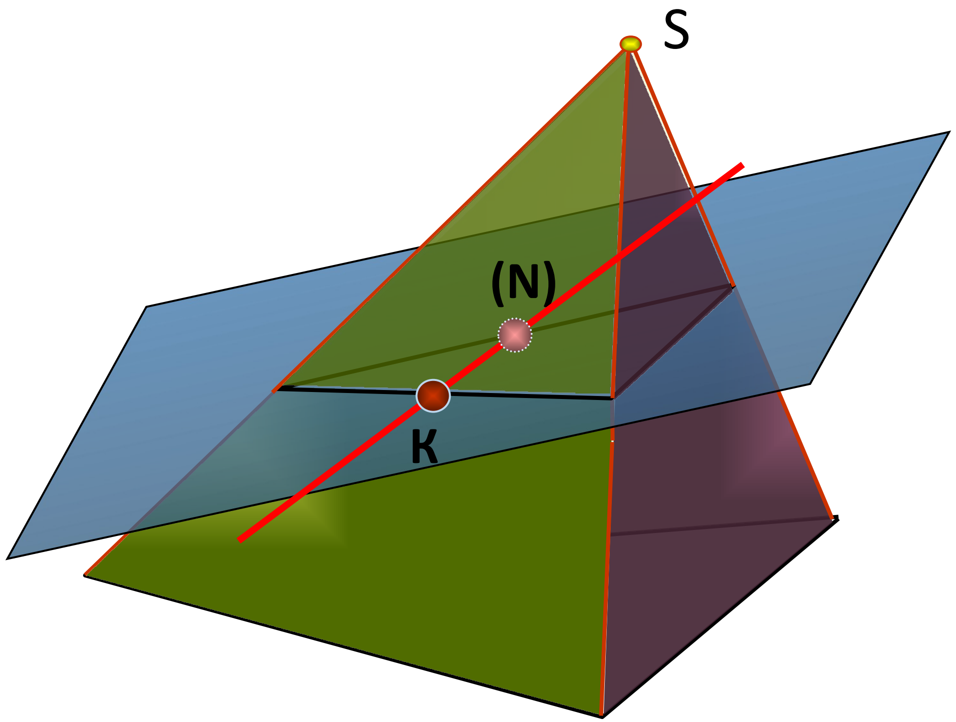
Достройте профильную и изометрическую проекции сечения.

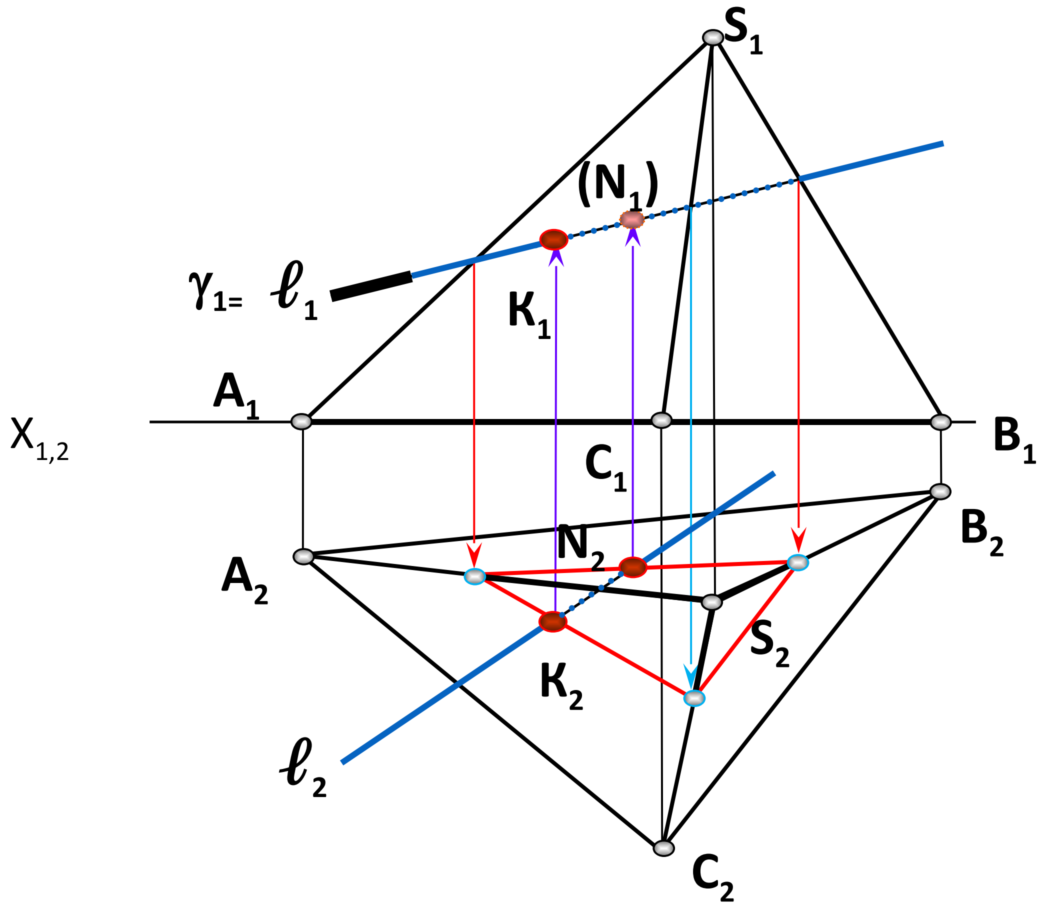


Задача. Построить сечение пирамиды плоскостью частного положения α, если $\alpha \parallel \pi_1$



Пересечение прямой с поверхностью





Алгоритм

1. Через прямую ℓ проводят вспомогательную плоскость-посредник α

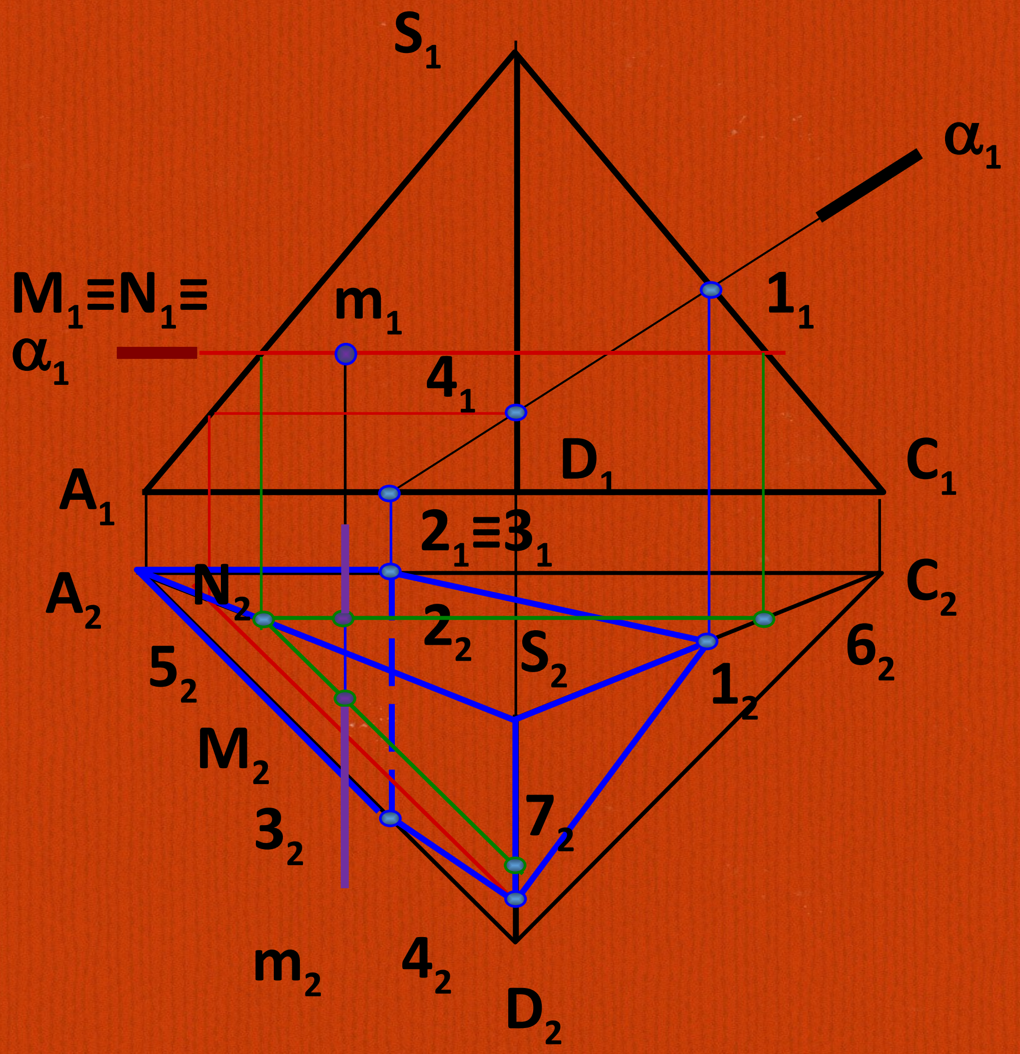
2. Находят линию пересечения поверхности с плоскостью α – k

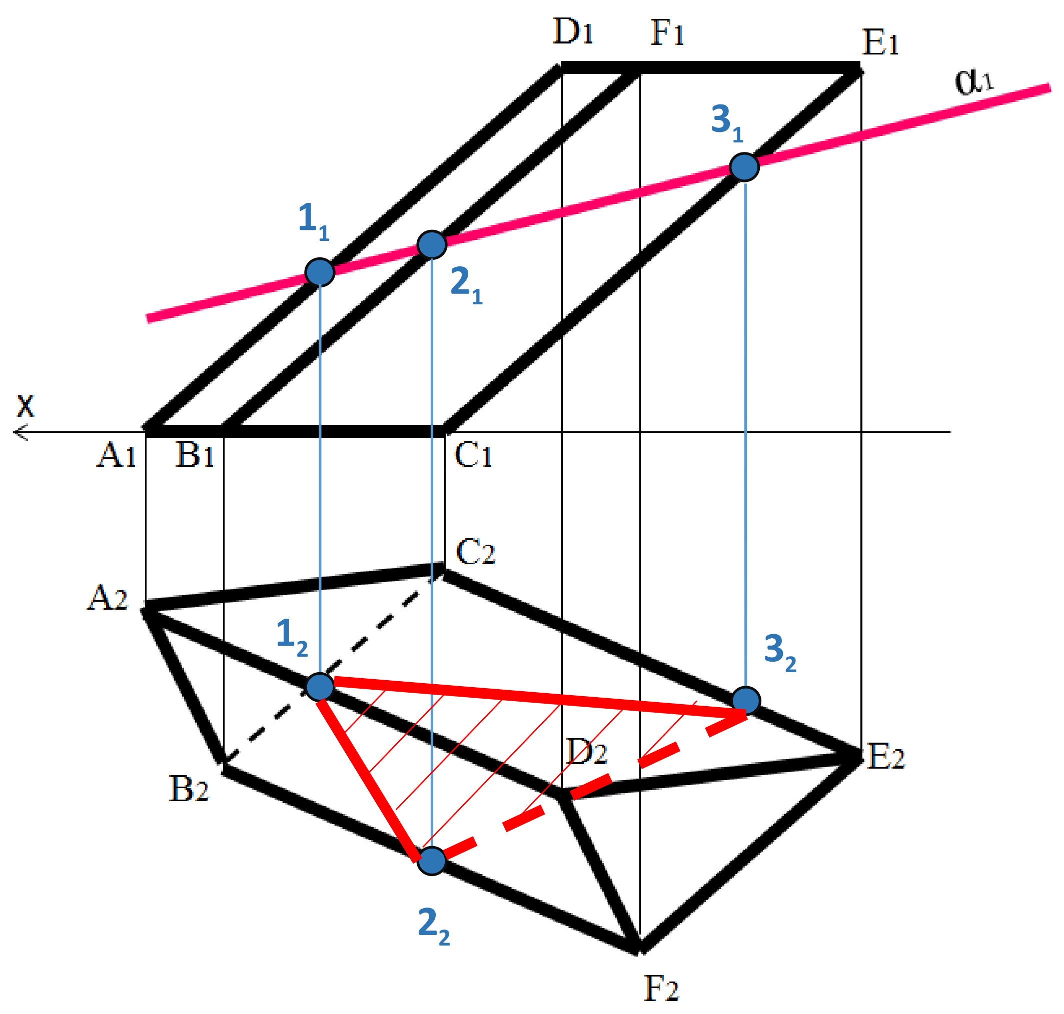
3. Отмечают точки пересечения прямой ℓ с линией k, точки 1 и 2

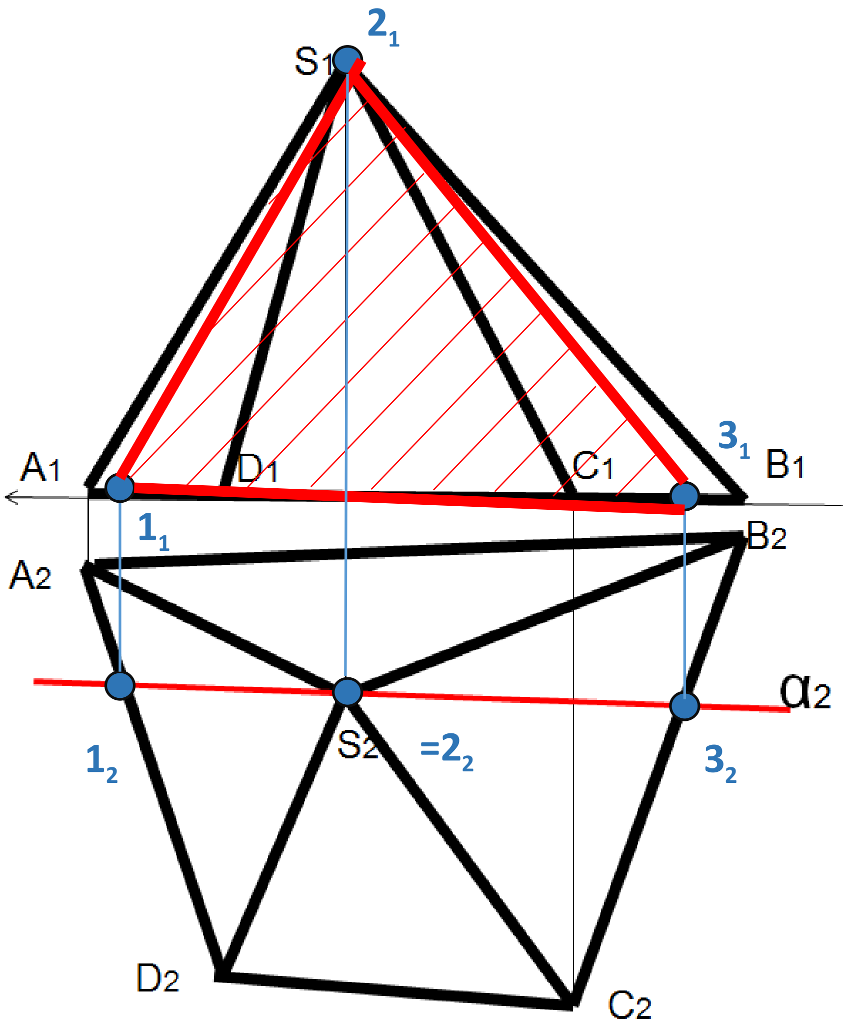
Количество точек пересечения прямой с поверхностью определяет порядок последней

Задача

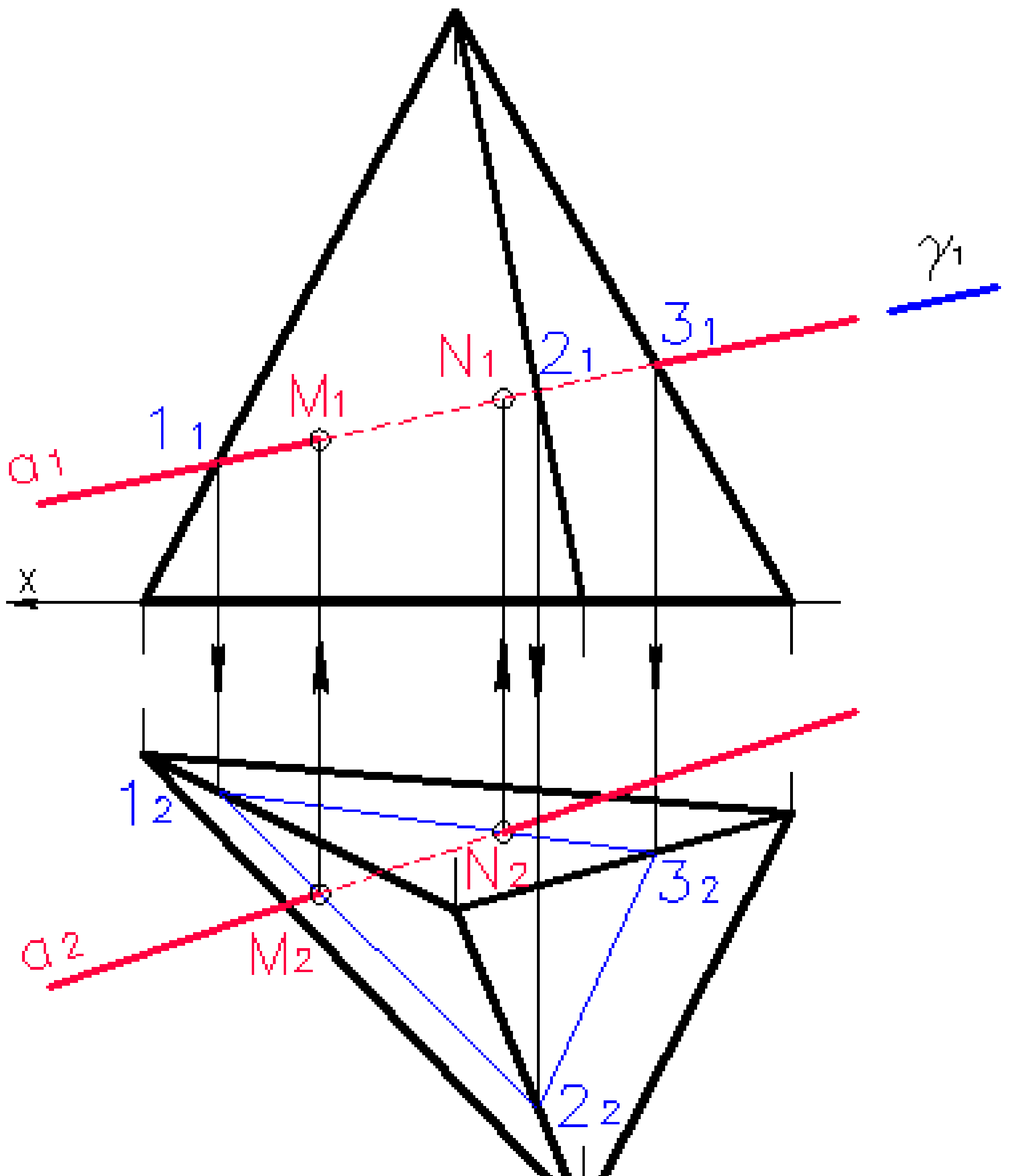
Построить точки пересечения прямой и плоскости с пирамидой



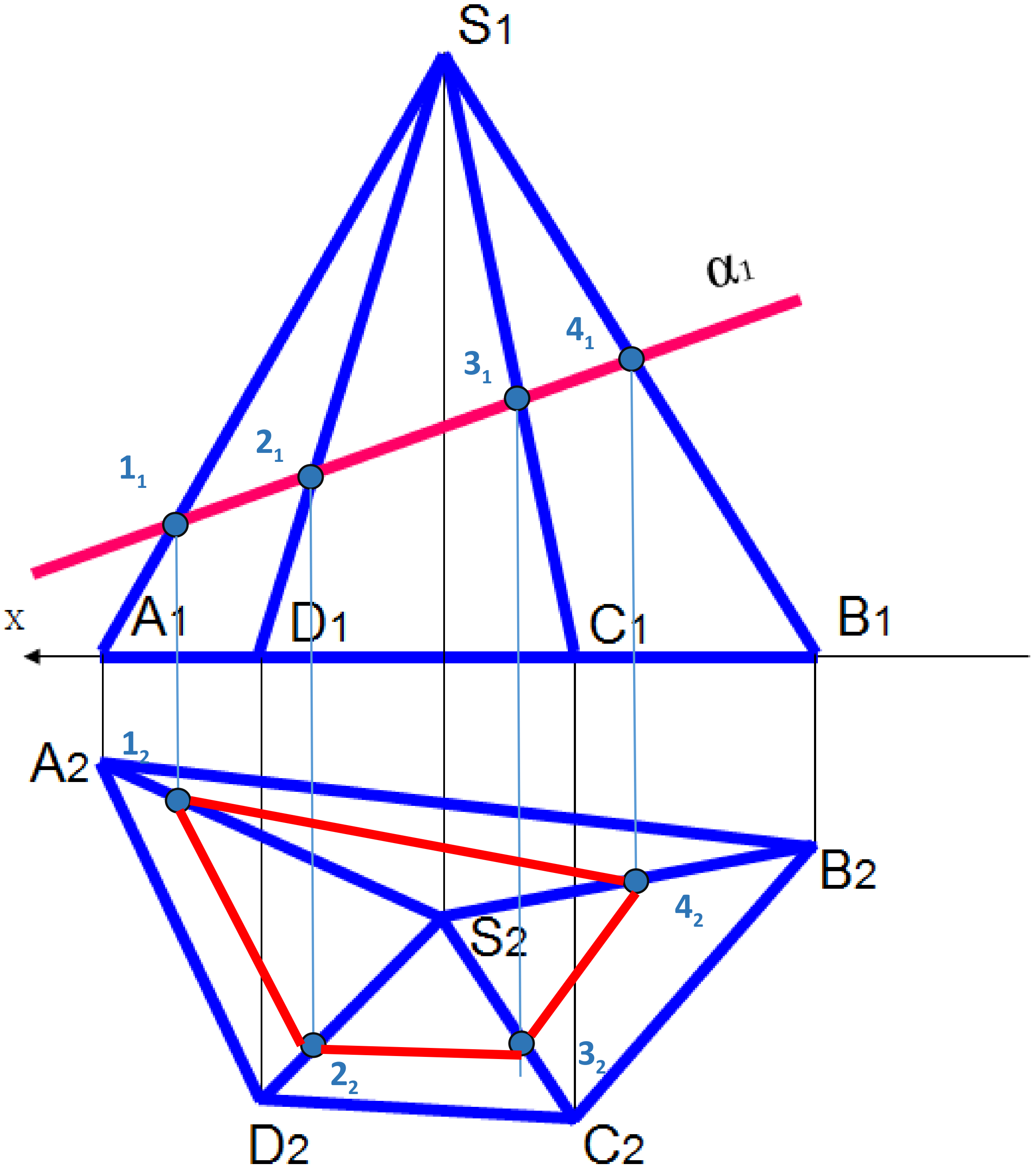

D1
F1
E1
α1
31
11
21
x
A1
B1
C1
C2
A2
12
32
D2
E2
B2
22
F2



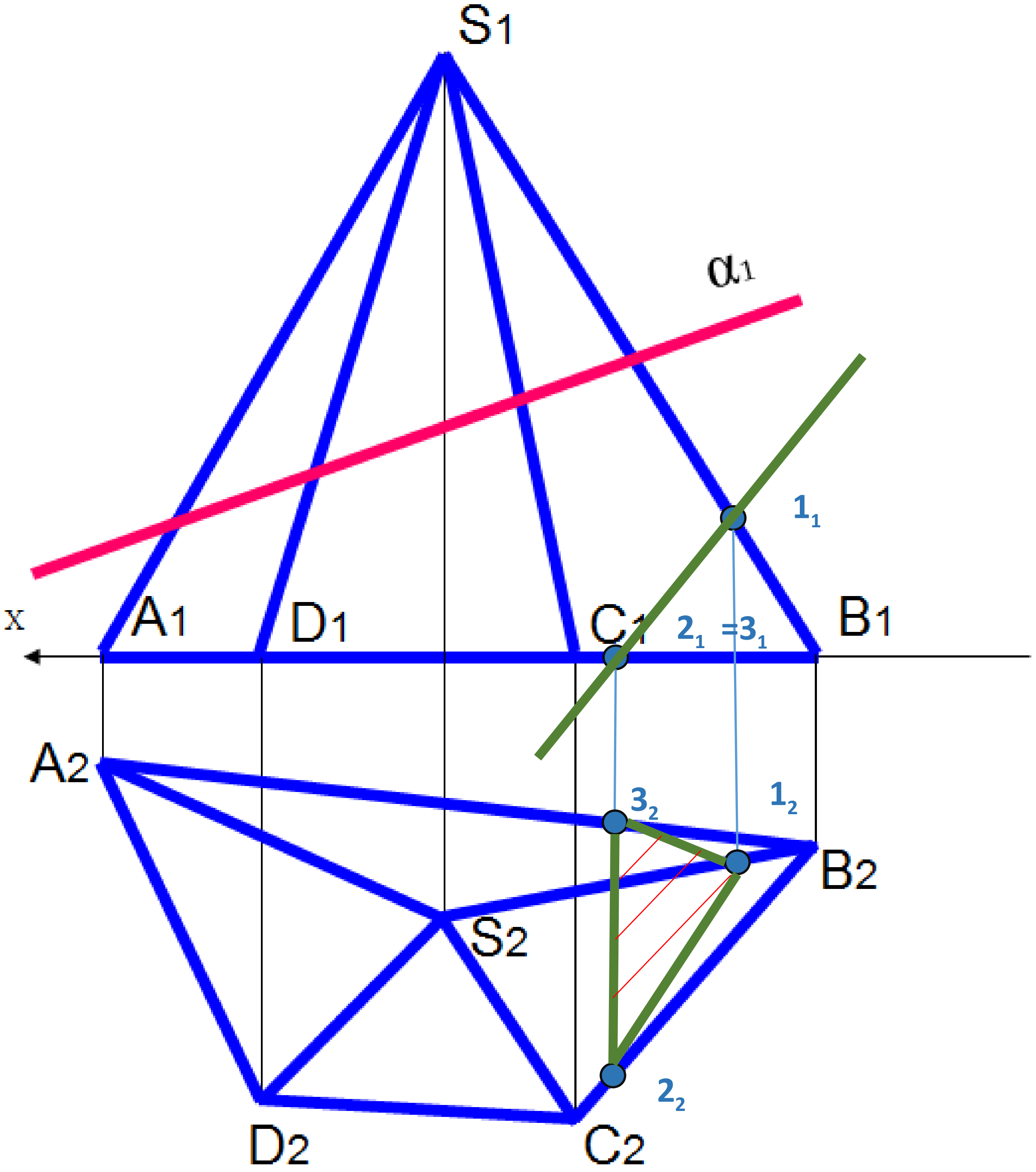
2
1
S1
A1
D1
C1
3
1
B1
1
1
B2
A2
α2
1
2
S2
=2
2
3
2
D2
C2



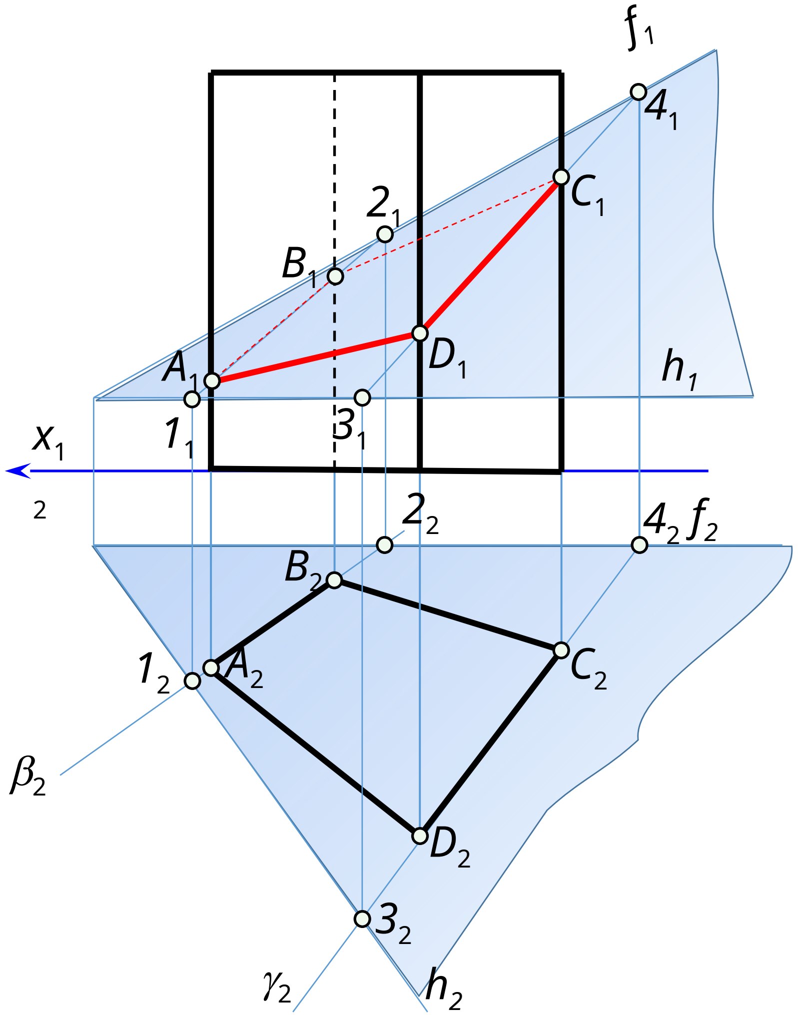
γ_1
a_1
1_1
M_1
N_1
2_1
3_1
X
1_2
N_2
3_2
a_2
M_2
2_2



S1
α1
4₁
3₁
2₁
1₁
x
A1
D1
C1
B1
1₂
A2
B2
4₂
S2
3₂
2₂
D2
C2

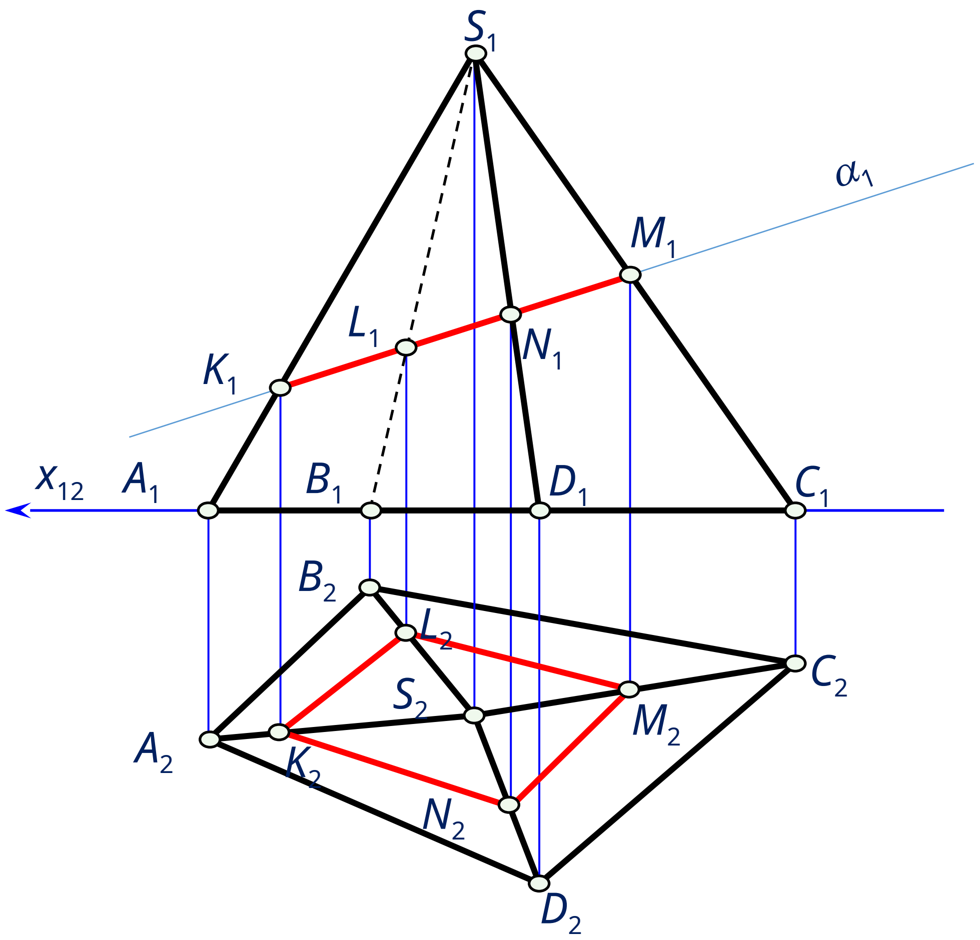

S1
α1
1₁
x
A1
D1
C1
2₁ =3₁
B1
A2
3₂
1₂
B2
S2
2₂
D2
C2

Сечение многогранника плоскостью.
Метод граней



Задача. Построить проекции линии пересечения прямой призмы плоскостью общего положения $\alpha(f \cap h)$

Пересечение многогранника плоскостью



Построение сечений значительно упрощается, если *секущая плоскость является проецирующей*. В этом случае одна проекция сечения совпадет с проецирующим следом плоскости.

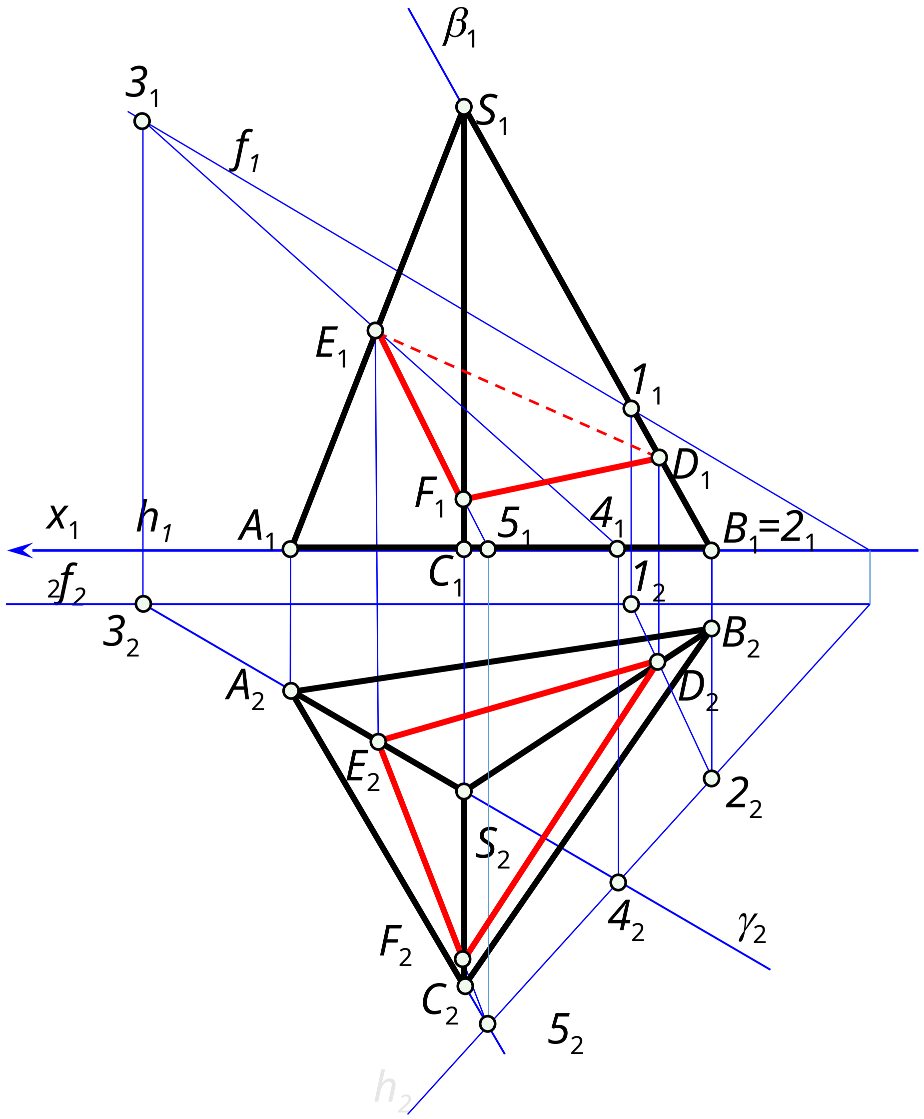
$$\alpha \perp \pi_1$$

На рисунке 2 фронтальная проекция $K_1L_1M_1\ N_1$ сечения совпадает с фронтальным следом α_1 секущей плоскости.

Проведя линии связи до горизонтальных проекций соответствующих ребер многогранника, получим горизонтальную проекцию сечения – $K_2L_2M_2N_2$.

Сечение пирамиды плоскостью общего положения
Метод ребер

Задача. Построить проекции линии пересечения прямой призмы плоскостью общего положения $\alpha(f \cap h)$



$(SB) \subset \beta$, $\beta \perp \pi_1$

$\beta \cap \alpha = (12)$

$(12) \cap (SB) = D$

$D = (SB) \cap \alpha$

$(SA) \subset \gamma$, $\gamma \perp \pi_2$

$\gamma \cap \alpha = (34)$

$(34) \cap (SA) = E$

$E = (SA) \cap \alpha$