

# 1-ДӘРІС



---

Асқарұлы Қыдыр  
PhD., қауымдастырылған профессор

## *1Бөлім Механика*

*Механика* – механикалық қозғалыстың заңдылықтарын және оны туындататын немесе өзгертетін себептерді зерттейтін физиканың бір бөлімі.

*Механикалық қозғалыс* - дененің және оның бөліктерінің бір-біріне қатысты кеңістікте орналасуының уақыт өте келе өзгеруіне байланысты болады.

*Классикалық механикада* жылдамдығы вакуумдегі жарық жылдамдығынан ( $c=3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$ ) әлдеқайда аз болатын макроскопиялық денелердің қозғалысы қарастырылады. Жылдамдығын жарық жылдамдығымен салыстыруға болатын денелердің қозғалысы *релятивистік механикада* қарастырылады. Микроскопиялық денелердің (жеке атомдар және элементар бөлшектер) қозғалыстарын қарастыру үшін *кванттық механика* заңдылықтары қолданылады.

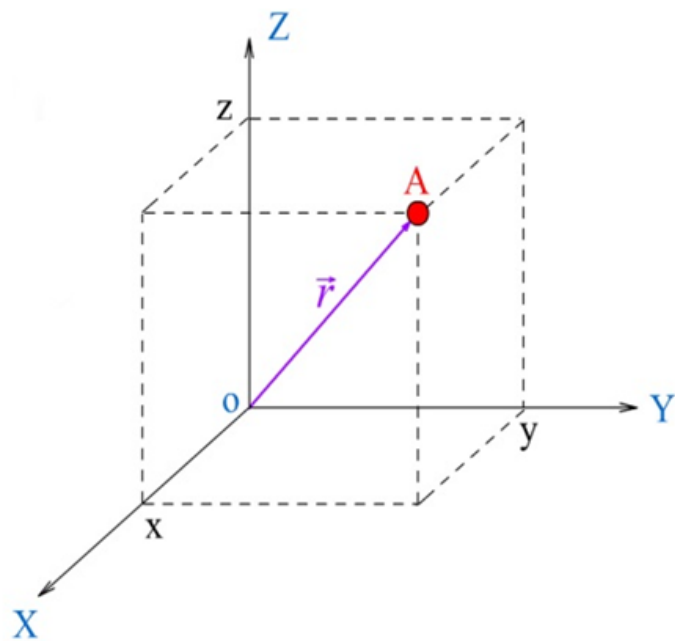
## *1 Кинематика*

*Кинематика* - қозғалысты тудыратын немесе оны өзгертетін себептерге тәуелсіз қозғалыс заңдылықтарын қарастыратын механиканың бөлімі.

Қатты дененің әр түрлі орын ауыстыруын ілгерілемелі және айналмалы қозғалыстардың қосындысы ретінде қарастыруға болады. *Ілгерілемелі қозғалыс* дегеніміз – денемен тығыз байланысқан кез-келген түзу өзінің бастапқы қалпына параллель болып қалатын қозғалыс. Ал *айналмалы қозғалыста* дененің әрбір нүктесі шеңбер сызады, оның центрлері бір түзудің бойында жатады және оны айналу осі деп атайды.

Денелер кеңістікте және белгілі бір уақыт аралығында қозғалады. Материялық нүктенің қозғалыс күйі *санақ денесі* деп аталытын кез келген таңдап алынған денемен салыстырылып қарастырылады. Санақ денесімен байланысқан координаттар жүйесі мен сағат жиынтығын *санақ жүйесі* деп атайды.

## 1.1 Материялық нүкте қозғалысының кинематикалық сипаттамалары



1.1-сурет. Декарттық координаттар жүйесі

Қозғалыс қашықтығымен салыстырғанда берілген дененің өлшемі мен пішіні өте кіші болса, оны материялық нүкте ретінде қарастыруға болады. Декарт координаттар жүйесінде (1.1-сур.) уақытқа тәуелді қозғалатын  $A$  материялық нүктенің орны үш кеңістік координаттарымен  $x$ ,  $y$ ,  $z$  немесе координат басы  $O$  нүктесінен  $A$  нүктесіне жүргізілген *радиус-вектор*  $\vec{r}$  арқылы анықталады. Қозғалыс барысында оның координаттары уақыт өтуіне байланысты өзгереді. *Материялық нүктенің кинематикалық қозғалыс теңдеуін* векторлық және скаляр түрде жазуға болады:

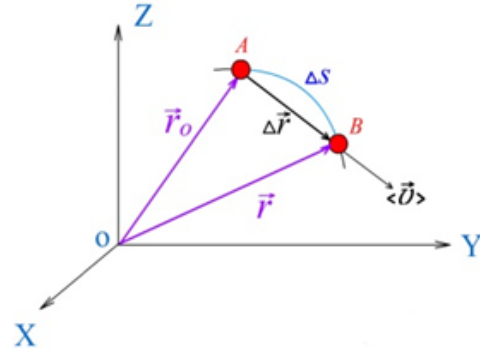
$$\vec{r} = \vec{r}(t) \quad \text{немесе} \quad x = x(t), \quad y = y(t), \quad z = z(t). \quad (1.1)$$

## 1.2 Траектория, жол ұзындығы, орын ауыстыру векторы

Берілген санақ жүйесінде қозғалыстағы дененің немесе материялық нүктенің басып өткен нүктелерінің жиының траектория деп атайды. Траекторияның пішініне байланысты қозғалыс *түзу сызықты* және *қисық сызықты* болып бөлінеді. Материялық нүктенің  $AB$  қисық сызықты траекториясы бойымен өткен қозғалысын қарастырайық (1.2-сур.). Қисық сызықты  $AB$  геометриялық нүктелер жиыны  $\Delta S$  жол ұзындығы деп аталады. Бұл скаляр шама уақытқа тәуелді функция болады:

$$\Delta S = \Delta S(t).$$

Нүктенің бастапқы  $A$  күйінен соңғы  $B$  күйіне жүргізілген  $\Delta \vec{r}$  векторы *орын ауыстыру векторы* деп аталады. Бұл шама  $\Delta t$  уақыт ішінде радиус-



вектордың өзгеруіне тең  $\Delta \vec{r} = \vec{r} - \vec{r}_0$ . Түзу сызықты қозғалыс кезінде орын ауыстыру векторы траекторияның сәйкес бөлігімен дәл келеді және орын ауыстыру векторының модулі жүрілген жол ұзындығына тең:

1.2-сурет. Материялық нүкте қозғалысы

$$|\Delta \vec{r}| = \Delta S. \quad (1.2)$$



### 1.3 Жылдамдық

*Жылдамдық* – нүктенің берілген уақыт мезетінде қозғалыс бағыты мен жол өзгерісін өзгерісін анықтайтын векторлық шама. Жылдамдықтың сан мәні бірлік уақыт ішінде жолдың өзгерісіне тең.

Нүктенің *орташа жылдамдық векторы*  $\langle \vec{v} \rangle$   $\Delta \vec{r}$  орын ауыстыру радиус-векторының  $\Delta t$  уақыт өзгерісіне қатынасымен анықталады:

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}. \quad (1.3)$$

*Лездік жылдамдық*  $\vec{v}$  – қозғалыстағы нүктенің уақыт бойынша алынған  $\vec{r}$  радиус-векторының бірінші туындысына тең векторлық шама:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}. \quad (1.4)$$

Жылдамдық векторының бағыты кез келген нүктеде траекториясына жүргізілген жанама бағытымен анықталады. Жылдамдық модулі мынадай өрнекпен анықталады:

$$v = \left| \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \right| = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{dS}{dt}.$$

(1.5) Бұл өрнектен жол ұзындығын анықтауға болады:

$$S = \int_0^S dS = \int_{t_1}^{t_2} v \cdot dt \quad (1.6)$$

Бірқалыпты қозғалыс кезінде ( $v = const$ ) жолдың теңдеуі мына түрде жазылады:

$$S = v \cdot t. \quad |$$

(1.7)

#### 1.4 Үдеу және оның құраушылары

Үдеу – материялық нүкте жылдамдығының модуль және бағыт бойынша өзгеруін сипаттайтын векторлық шама.

Орташа үдеу векторы  $\langle \vec{a} \rangle$  берілген уақыт ішінде  $\Delta \vec{v}$  жылдамдық өзгерісінің  $\Delta t$  уақытқа қатынасымен анықталады:

$$\langle \vec{a} \rangle = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}. \quad (1.8)$$

Лездік үдеу – уақыт бойынша жылдамдық векторының бірінші туындысына немесе радиус-векторының уақыт бойынша екінші туындысына тең векторлық шама:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2}. \quad (1.9)$$

Жоғарыдағы (1.5) теңдікті есепке ала отырып үдеу модулін анықтауға болады

$$a = \frac{d^2 S}{dt^2} \quad (1.10)$$

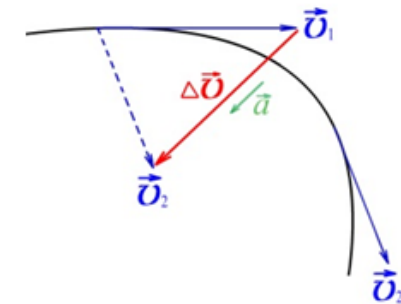
Үдеу тұрақты кездегі ( $a = const$ ) қозғалыс *бірқалыпты айнымалы* деп аталады (бірқалыпты үдемелі, егер  $a > 0$ , және бірқалыпты кемімелі, егер  $a < 0$ ). Бірқалыпты айнымалы қозғалыс үшін жолдың және жылдамдықтың өрнектері мына түрде жазылады:

$$S = v_0 t \pm \frac{at^2}{2}, \quad (1.11)$$

$$v = v_0 \pm at. \quad (1.12)$$

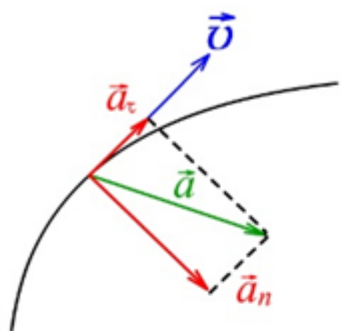
Бірқалыпты түзу сызықты үдемелі қозғалыс кезінде  $\vec{a}$  векторының бағыты  $\vec{v}$  векторының бағытымен сәйкес келеді, ал кемімелі қозғалыс кезінде оған қарама-қарсы болады.

Қисық сызықты қозғалыс кезінде (1.3-сур.)  $\Delta \vec{v}$  векторы, демек  $\vec{a}$  векторы, траекторияның ойыс жағына қарай бағытталған болады. Үдеу  $\vec{a}$  векторын екі құраушыға жіктейік (1.4-сур.): оның бірі  $\vec{v}$  векторымен бағыттас болып тангенциалды үдеу ( $\vec{a}_\tau$ ) және оған перпендикуляр нормаль үдеу ( $\vec{a}_n$ ) деп аталады.



1.3-сурет.  
Қисықсызықты  
қозғалыс





1.4-сурет. Үдеудің екі құраушысы

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau. \quad (1.13)$$

Тангенциал үдеу жылдамдықтың модулінің өзгеруін сипаттайды ( $a_\tau = \frac{dv}{dt}$ ), нормаль үдеу – жылдамдық векторының бағытының өзгеруін сипаттайды.

□

Радиусы  $R$  шеңбер бойымен бірқалыпты айналу кезіндегі нормаль үдеу модулі келесі формуламен анықталады

$$a_n = \frac{v^2}{R}. \quad (1.14)$$

Нүктенің толық үдеуінің модулі мынаған тең:

$$a = \sqrt{\left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + \left(\frac{v^2}{R}\right)^2}. \quad (1.15)$$

Әр түрлі ілгерілемелі қозғалыс кезіндегі үдеу құраушыларының мәндері 1.1-кестеде келтірілген.

1.1-кесте

Қозғалыс	Тангенциал үдеу $a_\tau$	Нормаль үдеу $a_n$
Бірқалыпты түзу сызықты	0	0
Бірқалыпты айнымалы түзу сызықты	$a_\tau = a = const$	0
Бірқалыпты айналмалы	0	$a = a_n = const$
Бірқалыпты айнымалы қисықсызықты	$a_\tau = const$	$a_n \neq 0$

### 1.5 Қатты дененің ілгерілмелі қозғалысы

Қатты дененің ілгерілмелі қозғалысы кезінде оның барлық нүктелерінің траекториясы, сан мәні жағынан және бағыты бойынша жылдамдығы және үдеуі бірдей болады. Сондықтан материялық нүктенің, жоғарыда айтылып кеткен, кинематикалық сипаттамалары қатты дененің ілгерілмелі қозғалысы кезінде толығымен қолданылады.

## 1.6 Айналмалы қозғалыс кинематикасы

Айналмалы қозғалысты сипаттаған кезде полярлық координаталарды  $R$  және  $\varphi$  қолданған ыңғайлы, мұндағы  $R$ -радиус (айналу центрінен нүктеге дейінгі қашықтық),  $\varphi$  - полярлық бұрыш (бұрылу бұрышы).

*Бұрыштық орын ауыстыру* – ауытқу векторы ( $\Delta \vec{\varphi}$ ), оның модулі бұрылу бұрышына тең, бағыты оң бұранда әдісімен анықталады. Бұрылу бұрышы  $\Delta\varphi$  аз болса, доғаның шамасы мына өрнекпен анықталады:

$$\Delta S = R \cdot \Delta\varphi. \quad (1.16)$$

*Бұрыштық жылдамдық және бұрыштық үдеудің* өрнектері:

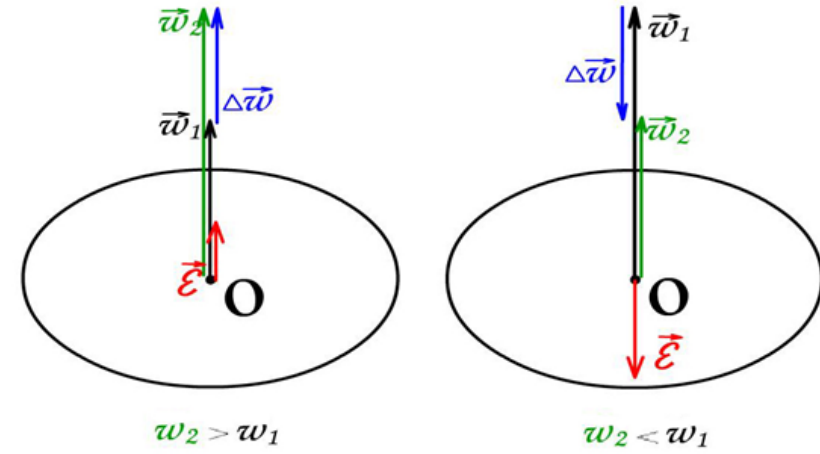
$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt} \quad (1.17)$$

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d^2\vec{\varphi}}{dt^2} \quad (1.18)$$

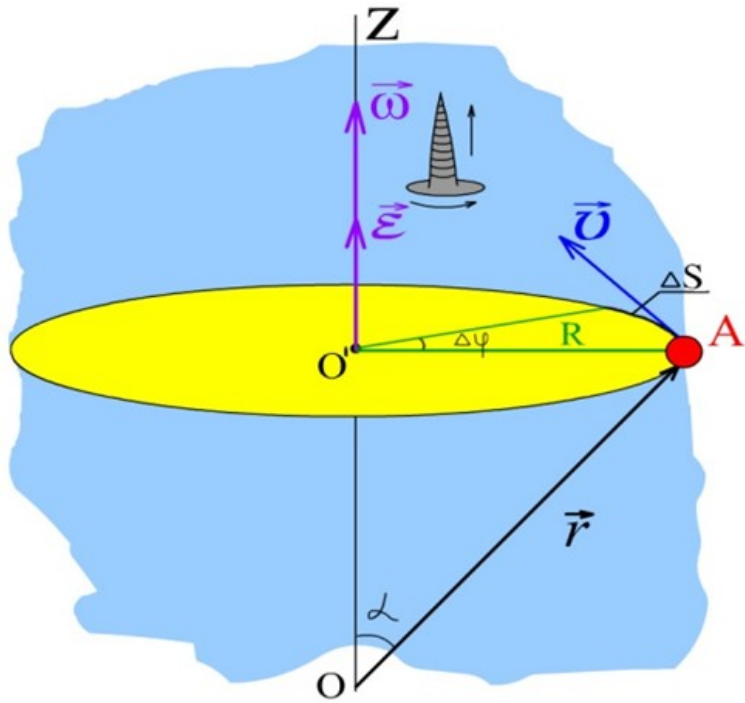
$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d^2\vec{\varphi}}{dt^2} \quad (1.18)$$

Мұнда  $\vec{\omega}$  және  $\vec{\varepsilon}$  векторы айналу осінде жатыр.  $\vec{\omega}$  векторының бағыты  $d\varphi$  векторының бағытымен сәйкес келеді. Үдемелі қозғалыс кезінде  $\vec{\varepsilon}$  векторы  $\vec{\omega}$  векторымен бағыттас, ал кемімелі қозғалыс кезінде қарама-қарсы бағытталады (1.5-сур.).

Дененің бірқалыпты айналмалы қозғалысы кезінде бұрыштық айналу мен бұрыштық жылдамдық заңдылықтары келесі түрдегідей жазылады:



1.5 - сурет.  $\vec{\omega}$  және  $\vec{\varepsilon}$  векторларының бағыты



(1.21)

1.7-сурет. Қатты дененің  
айналмалы қозғалысы

$$\varphi = \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2} \quad (1.19)$$

$$\omega = \omega_0 \pm \varepsilon t \quad (1.20)$$

Нүктенің түзусызықтық және бұрыштық кинематикалық сипаттамалары арасындағы байланысты анықтайық. Егер  $\Delta t$  уақыт аралығында  $A$  нүктесі (1.7-сур.)  $\Delta S$  доғасын жасаса, онда оның түзусызықты жылдамдық модулі ((1.5) және (1.6) өрнектерін ескере отырып) мынаған тең:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{R \cdot \Delta \varphi}{\Delta t} = R \cdot \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = R \cdot \omega.$$

Немесе векторлық түрде:



$$\vec{v} = \begin{bmatrix} \vec{\omega} \vec{r} \end{bmatrix}, \quad (1.22)$$

1.2-кесте |

Ілгерілемелі қозғалыс		Айналмалы қозғалыс		Сипаттамалар арасындағы байланыс
Радиус-вектор	$\vec{r}$	Айналу бұрышы	$\varphi$	
Орын ауыстыру векторы	$d\vec{r}$	Бұрыштық орын ауыстыру векторы	$d\vec{\varphi}$	
Жол ұзындығы	$dS$	Жол ұзындығы	$dS$	$dS = R \cdot d\varphi$
Жылдамдық	$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$	Бұрыштық жылдамдық	$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$	$v = R \cdot \omega, \vec{v} = \begin{bmatrix} \vec{\omega} \vec{r} \end{bmatrix}$
Үдеу	$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$ $\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau$	Бұрыштық үдеу	$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d^2\vec{\varphi}}{dt^2}$	
Тангенц. үдеу	$a_\tau = \frac{dv}{dt}$			$a_\tau = R \cdot \varepsilon, \vec{a}_\tau = \begin{bmatrix} \vec{\varepsilon} \vec{r} \end{bmatrix}$
Нормаль үдеу	$a_n = \frac{v^2}{R}$			$a_n = \omega^2 \cdot R, \vec{a}_n = -\omega^2 \cdot \vec{R}$

$$a_\tau = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(\omega R) = R \cdot \varepsilon \quad \text{немесе} \quad \vec{a}_\tau = \begin{bmatrix} \vec{\varepsilon} \vec{r} \end{bmatrix}. \quad (1.23)$$

Нормаль үдеу

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 \cdot R \quad \text{немесе} \quad \vec{a}_n = -\omega^2 \cdot \vec{R}.$$

(1.24)

1.2 - кестеде ілгерілемелі және айналмалы қозғалыстар кезіндегі дененің кинематикалық сипаттамалары көрсетілген.

---

*Бақылау сұрақтары:*

1. Ілгерілмелі және айналмалы қозғалысқа анықтама беріңіз.
2. Нүкте қозғалысының кинематикалық сипаттамаларын атап беріңіз, сонымен қатар қатты дененің ілгерілмелі және айналмалы қозғалысына және оларға анықтама беріңіз. Олардың арасындағы байланысты көрсетіңіз.
3. Қандай қозғалысты бірқалыпты айнымалы деп атайды?
4. Нүктенің нормаль және тангенциаль үдеуінің мағынасы неде? Бұл үдеулер қалай бағытталған және олардың өрнектерін көрсетіңіз.