

5-ДӘРІС



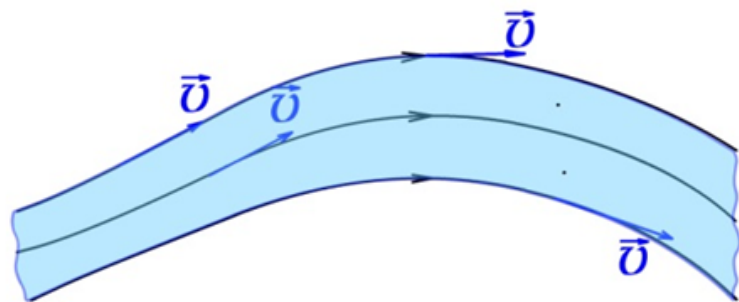
Асқарұлы Қыдыр
PhD., қауымдастырылған профессор

5 Тұтас орта механикасының элементтері

Гидродинамика – сұйық орта қозғалыстарының заңдылықтарын және оның денелермен әрекеттесуін зерттейтін механиканың бір саласы.

Гидродинамикада идеал сұйықтықтық моделі қолданылады. Оның тығыздығы барлық жерде бірдей болады. Сұйықтықтың қозғалысы *ағын* деп аталады. Сұйықтың тұтас орта ретінде қарастырылып, ағында үзіліссіз орналасқан болады.

Сұйықтықтың қозғалысы графикалық түрде *ағын сызықтары* арқылы көрсетіледі. Ағын сызықтарының тығыздығы оның жылдамдықтарына байланысты.

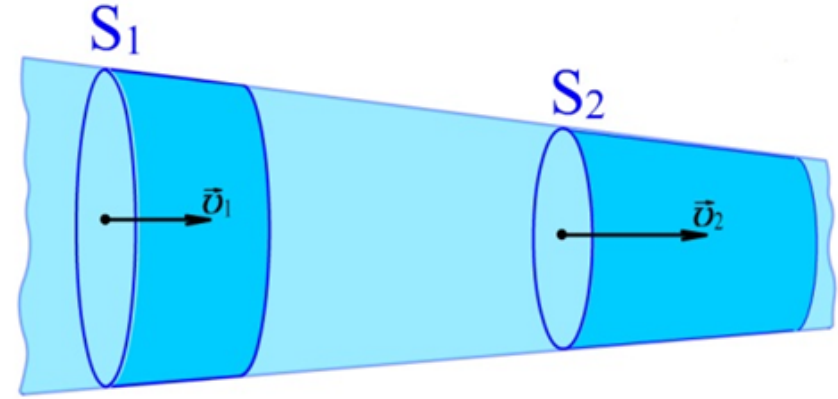


5.1 - сурет. Ағын сызығы

Ағын сызықтарымен шектелген сұйық бөлігі *ағын түтігі* деп аталады. Егер жылдамдық векторы кеңістіктің әрбір нүктесінде тұрақты болса онда ағын *орныққан* немесе *стационар* деп аталады.

5.1 Ағынның үздіксіздік теңдеуі

Ағын түтігі бойынан бөлшек жылдамдығының \vec{v}_1 және \vec{v}_2 бағытына перпендикуляр (5.2-сурет) S_1 және S_2 қиманы қарастырайық. Аз уақыт аралығында Δt қималар арқылы өтетін сұйық көлемдері. $S_1 \cdot v_1 \cdot \Delta t$ және $S_2 \cdot v_2 \cdot \Delta t$.



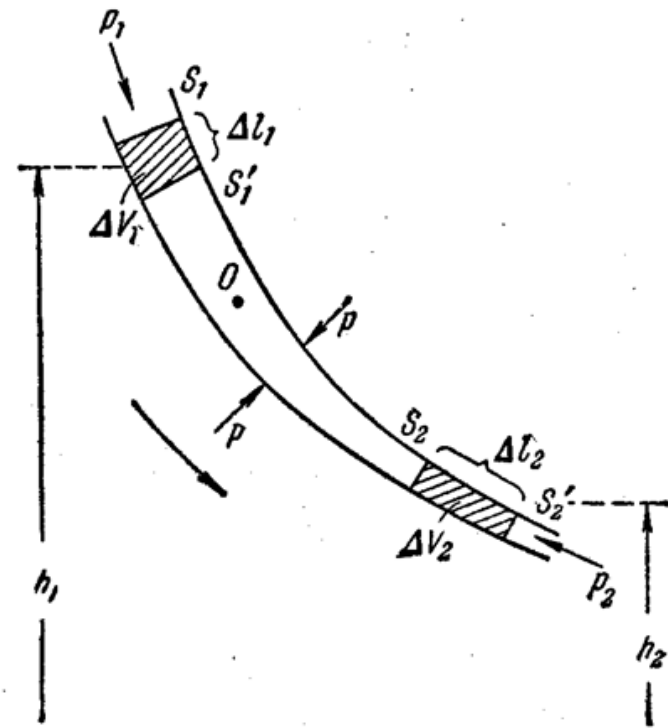
5.2-сурет. Ағын түтігі

Сұйық сығылмайды деп есептесек, онда бұл көлемдер бір-біріне тең:

$$S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2 \quad \text{немесе} \quad S \cdot v = \text{const.} \quad (5.1)$$

Осы өрнекті *ағынның үздіксіздік теңдеуі* деп атайды. *Ағын түтігі көлденең қимасының сұйық ағысының жылдамдығына көбейтіндісі тұрақты шама.*

5.2 Бернулли теңдеуі



Көлбеу орналасқан өте кіші қималардағы S_1 және S_2 идеал сұйықтың қозғалысын қарастырайық (5.3-сурет). Ағын түтігі қабырғаларымен және S_1 , S_2 қималармен шектелген сұйық көлемі Δt уақыт ішінде белгілі-бір қашықтыққа ығысады. Ығысу нәтижесінде S_1 қима $l_1 = v_1 \cdot \Delta t$, ал S_2 қима $l_2 = v_2 \cdot \Delta t$ қашықтықтарға жылжиды. Ағын үзіліссіз болғандықтан ол көлемдер бірдей болады $\Delta V = S_1 v_1 \Delta t = S_2 v_2 \Delta t$, яғни қималарға ағып кіретін

және шығатын сұйық массалары бірдей болады ($m = \rho \cdot \Delta V$).

Кірістегі (S_1 қима) және шығыстағы (S_2 қима) сұйық массаларының толық энергияларын мына түрде жазуға болады (кинетикалық және потенциалдық):

$$E_1 = \frac{m v_1^2}{2} + m g h_1 \quad \text{және} \quad E_2 = \frac{m v_2^2}{2} + m g h_2.$$

Қималар арасында қосымша энергия пайда болмайды, сондықтан олар арасындағы энергияның өзгерісі:

$$\Delta E = \frac{m v_2^2}{2} + m g h_2 - \frac{m v_1^2}{2} - m g h_1 \quad (5.2)$$

Қималарда әсер етуші күштердің $F_1 = p_1 S_1$ және $F_2 = p_2 S_2$ жұмысына тең:

$$A = p_1 S_1 l_1 - p_2 S_2 l_2 = (p_1 - p_2) \Delta V. \quad (5.3)$$

Энергия өзгерісі мен жұмысты теңестіріп $m = \rho \cdot \Delta V$ екендігін еске алсақ, теңдіктегі ΔV қысқарып кетеді. Бірдей индекстегі шамаларды теңдіктің екі жағына жинақтасақ мынадай өрнек келіп шығады:

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g h_1 + p_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h_2 + p_2, \quad (5.4)$$

Қималарды ток түтікшесінің кез-келген нүктесінен алуға болатындықтан соңғы теңдеуді мына түрде жазуға болады:

$$\frac{\rho \cdot v^2}{2} + \rho g h + p = \text{const}. \quad (5.5)$$

Бұл өрнек *гидродинамиканың негізгі теңдеуі* болып есептеледі де *Бернулли теңдеуі* деп аталады. Мұндағы p - *статикалық*, $\frac{\rho \cdot v^2}{2}$ - *динамикалық*, $\rho g h$ - *гидростатикалық қысымдар* деп аталады, ал олардың қосындысы *толық қысым* болады. Демек, *стационар ағынындағы идеал сұйықтың ток түтікшесінің кез-келген қимасындағы қысым бірдей болады.*

Күнделікті тәжірибеге байланысты бұл теңдеуді екі жағдайда қарастыруға болады: сұйықтың горизонтал ағыны және ыдыстың өте кіші тесігінен ағыны.

5.2.1 Сұйықтықтың горизонталь ағуы

Ағын түтігінің горизонталь орналасқан жағдайында Бернулли теңдеуі мынаған келеді $h_1 = h_2$:

$$\frac{\rho \cdot v^2}{2} + p = const. \quad (5.6)$$

Сұйықтық горизонталь аққан кезде үйкеліс болмаса динамикалық және статикалық қысымының қосындысы ток түтікшесі қимасының барлық нүктелерінде бірдей болады. Алынған теңдеуден және ағынның үздіксіздік теңдеуінен қысылған жерде горизонталь түтікшедегі сұйықтықтың ағу жылдамдығы жоғары ал статикалық қысым төмен болады.

$$\Delta p = \rho g \Delta H = \frac{\rho v^2}{2}, \quad (5.7)$$

Және ағын жылдамдығын алуға болады.

$$v = \sqrt{2 g \Delta H} \quad (5.8)$$

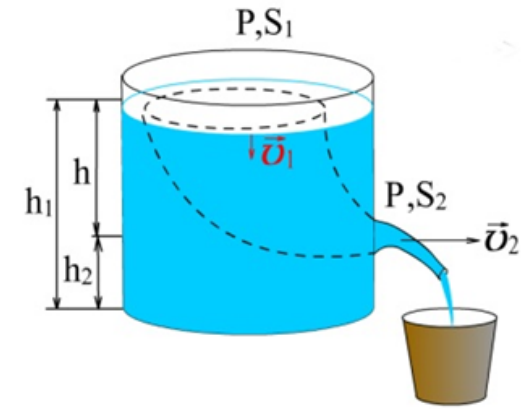
5.2.2 Сұйықтықтың тесіктен ағуы

Өлшемі кіші тесігі бар диаметрі үлкен беті ашық ыдыстан сұйықтың ағуына Бернулли теңдеуін қолданайық.

Ыдыстың ашық бетінің ауданын S_1 , ыдыстың түбіне жақын орналасқан тесіктің ауданын S_2 деп белгілейміз (5.4-сур.). Есептің шарты бойынша $S_1 \gg S_2$ және ыдыстың жоғарғы және төменгі аудандарына әсер ететін статикалық қысымдар p_1 және p_2 атмосфералық қысымға тең. Сондықтан да Бернулли теңдеуін мына түрге келтіруге болады

$$\rho g h_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h_2 \quad \text{шығады}$$

$h = h_1 - h_2$ – аузы тесік түтікшенің биіктігі.



5.4-сурет. Сұйықтықтың тесіктен ағуы

$$v^2 = v_2^2 = 2 g h,$$

Онда тесіктен аққан сұйықтықтың жылдамдығын *Торричелли өрнегі* деп атайды:

$$v = \sqrt{2gh}. \quad (5.9)$$

Өрнектен ауданы кішкентай тесіктен аққан сұйықтықтың жылдамдығы жоғарыдан еркін құлаған дененің жылдамдығына тең екендігін байқаймыз.

Тесіктен аққан сұйықтықтың импульсімына шамаға тең:

$$\Delta \vec{p} = \Delta m \cdot \vec{v} = \rho \cdot S \cdot v \cdot \Delta t \cdot \vec{v} \quad (5.10)$$

Δm – аққан сұйықтықтың жылдамдығы; ρ – сұйықтықтың тығыздығы S – тесіктің ауданы; \vec{v} – ағын жылдамдығы; Δt – ағу уақыты. Ньютонның үшінші заңы бойынша ыдыс сұйықтықтан Δp импульс алады, яғни оған мынадай күшпен әсер етеді.

$$\vec{F}_p = -\frac{\Delta p}{\Delta t} = -\rho S v \vec{v} \quad (5.11)$$

Бұл күш *реакция күші* деп аталады. Егер ыдыс арба үстінде тұрса, онда ол \vec{F}_p күштің әсерінен ағынға қарама-қарсы бағытта қозғалысқа келеді. Бұл күштің сан мәнін анықтайық:

$$F_p = \rho S v^2 = 2\rho \cdot g \cdot h \cdot S. \quad (5.12)$$

Осындай сұйықтың немесе газдың әсерінен болатын қозғалыс *реактивті* деп аталады.

5.3 Тұтқырлық

Тұтқырлық деп нақты сұйықтықтардың қабаттар арасында ішкі үйкеліс күбылысының пайда болуы айтылады. Бұл жағдайда сұйықтықтың қабаттары арасында олардың беттеріне жанама бағытта ішкі үйкеліс күші пайда болады. Ньютонның зерттеулері бойынша бұл күштің шамасы мынадай өрнекпен анықталады:

$$F_{\text{үйк}} = \eta \frac{dv}{dz} \cdot S, \quad (5.13)$$

мұндағы $\frac{dv}{dz}$ – жылдамдық градиенті, ол Z осы бағытында бір қабаттан екіншісіне өткен кезде жылдамдық қалай тез өзгередінін көрсетеді; S – жанасатын қабаттардың бетінің ауданы; η – *динамикалық тұтқырлық коэффициенті*. Ішкі үйкеліс күшінің шамасы қабаттарының беттесу ауданына және жылдамдықтың градиентіне пропорционал.

5.4 Сұйық ағынының екі түрі

Сұйықтықтың ағысы *ламинарлық* және *турбуленттік* деп екіге бөлінеді. Сұйықтықтың жеке қабаттары бір-біріне қарағанда параллель, яғни сұйық қабатта бірі-бірімен араласпай қозғалатын болса, онда ол ағыс *ламинарлық* деп аталады. Идеал сұйықтың қалыптасқан стационарлы ағысы кез-келген жылдамдықтарда ламинарлық болады.

Сұйық бөлшектерінің жылдамдығы артып, шекті мәнге жеткенде әр қабаттарының бір-бірімен араласатын болса сұйықтың ағыны *турбуленттік* деп аталады. Турбуленттік ағыста әрбір бөлшектердің жылдамдықтары ретсіз өзгереді, яғни ағыс стационарлы емес. Нақты сұйықтықтарда қабаттар арасында ішкі үйкеліс күші болады, яғни нақты сұйықтықтар тұтқырлыққа ие болады. Түтік бойымен сұйық ағысы кезіндегі ағыстың бір түрінен екінші түрге көшу шарты Рейнольдс саны деп аталатын шамамен анықталады.

$$\text{Re} = \frac{\rho \langle v \rangle d}{\eta} = \frac{\langle v \rangle d}{\gamma}, \quad (5.14)$$

мұндағы: $\gamma = \frac{\eta}{\rho}$ – кинематикалық тұтқырлық, ρ – сұйықтықтың тығыздығы,

$\langle v \rangle$ – орташа ағыс жылдамдығы, d – түтік диаметрі.

Егер ішкі үйкеліс күші және ағыс жылдамдығы аз болса, онда қозғалысты ламинарлық деп қарастыруға болады. Турбуленттік ағысқа өту үшін Рейнольдс саны мына аралықта болуы керек $1000 \leq Re \leq 2000$. $Re < Re_{кр}$ кезінде ағыс ламинарлық болады. Тұтқырлықтың әсерінен $Re < Re_{кр}$ кезінде түтіктің дөңгелек қимасының әртүрлі қабаттардағы ағыс жылдамдықтары әртүрлі болады. Оның орташа мәні *Пуазейль өрнегі* бойынша анықталады.

$$\langle v \rangle = \frac{r^2}{8\eta} \cdot \frac{(p_1 - p_2)}{\ell}, \quad (5.15)$$

мұндағы r - түтік радиусы, $(p_1 - p_2)$ - түтік ұштарындағы қысым айырымы, ℓ - оның ұзындығы .

Мысалы, Стокс сұйықтықта қозғалған радиусы r , жылдамдығы v шарға әсер ететін күші үшін келесі өрнекті анықтады:

$$F = 6\pi \eta r v, \quad (5.16)$$

r – шар радиусы, v - оның қозғалыс жылдамдығы. Бұл өрнек Стокс теңдеуі деп аталады. Стокс өрнегі лабораториялық практикум сабағында сұйықтардың тұтқырлық коэффициентін анықтау үшін қолданады.

Бақылау сұрақтары :

1. Ағын сызығы дегеніміз не? Сұйықтық ағынына анықтама беріңіз.
2. Ағынның үздіксіздік теңдеуін жазыңыз. Оның физикалық мәні неде?
3. Сығылмайтын идеал сұйықтық үшін Бернулли теңдеуін жазыңыз.
4. Сұйықтық ағынында статикалық қысымды, динамикалық қысымды және толық қысымды қалай өлшейміз?