

Курс:

# ТЕОРИЯ ОПТИМИЗАЦИИ

Тема 1:

## ОБЩИЕ ПОНЯТИЯ ТЕОРИИ ОПТИМИЗАЦИИ

ТЛЕУЖАНОВА МАНАТЖАН АШИМКУЛОВНА

**Оптимизация** – определение условий существования объекта или протекания процесса, при которых достигается наилучшее значение какого-либо свойства этого объекта или процесса.

До второй половины XX века, то есть до появления вычислительных машин, применения методов оптимизации (МО) носили частный характер. Высокая размерность задач и сложность параметрических зависимостей требовали большой вычислительной работы. В настоящее время МО встроены в основные автоматизированные системы для проектирования производств.

При постановке задачи оптимизации (ЗО) необходимо осмыслить оптимизируемый объект (систему) и цель оптимизации, то есть «что и где надо улучшить». При этом следует стремиться, чтобы в каждой ЗО определялось экстремальное значение лишь одного свойства объекта, так как практически всегда оптимизируемые свойства находятся в некотором смысловом противоречии: «качество» – «количество», «оперативность» – «точность» и т.д. Свойство объекта (системы), определяющее цель оптимизации – это **критерий оптимизации**. Например, предложение "Получить максимальную производительность при минимальной себестоимости" представляет собой неправильную постановку ЗО, так как поставлена задача поиска экстремумов двух свойств системы.

В этом случае лучше рассмотреть два варианта ЗО:

- 1) найти максимальную производительность при фиксированной себестоимости. Здесь критерий оптимизации – производительность;
- 2) найти минимальную себестоимость при фиксированной производительности. Здесь критерий – себестоимость.

Далее необходимо осознать, от чего зависит критерий оптимизации, то есть влияющие величины, которые можно изменять произвольно. Это очень важный этап осознания ЗО, потому что именно он определяет способ численной оценки критерия. Необходимо также четко осознать, каким условиям должны удовлетворять элементы, влияющие на этот критерий. Таким образом формируется **множество оптимизации**.

На основании выбранного критерия оптимальности составляется целевая функция, представляющая собой зависимость критерия оптимальности от параметров, влияющих на ее значение. Вид критерия оптимальности или целевой функции определяется конкретной ЗО.

Таким образом, **ЗО сводится к нахождению экстремума целевой функции.**

## 1. Назначение методов оптимизации.

Как правило, задача оптимизации ставится как часть системного исследования объекта или процесса, так что МО применяются на стадии проектирования процессов в системе для определения параметров, входных данных или управляющих воздействий, обеспечивающих наиболее приемлемое значение какого-либо свойства системы. Это свойство является критерием в каждой конкретной задаче. С точки зрения формального моделирования при этом решается **обратная задача** (Рисунок 1). В ходе обратной задачи математического моделирования необходимо определить такие наборы параметров, входных данных или управляющих воздействий, при которых результат расчетов будет удовлетворять установленным требованиям. Эти требования различны: экономические (прибыль или убытки), технологические, экологические, социальные (например, обеспечение информационной безопасности (ИБ) предприятия) в зависимости от проектируемой системы.

Обратная задача является в общем случае **некорректной**, так как не имеет единственного решения: один и тот же результат может быть достигнут на различных наборах входных данных и параметров. В общем случае множество таких наборов бесконечно. Поэтому МО необходимы для выбора из всего множества исходных наборов данных наиболее подходящих.

Если свойство системы формулируется в виде оператора, функции или функционала, то решается **задача оптимального синтеза**. Например, в простейших задачах экономической оптимизации необходимо найти параметры предприятия, при которых от реализации достигается максимальная прибыль. Если же в задаче необходимо найти параметры моделируемой системы, при которых рассчитанные по модели результаты наиболее точно отражают результаты эксперимента, то речь идет о **задаче распознавания**. В том и в другом случае ставится ЗО, причем для ее решения применяются самые различные методы.

Анализируя диаграмму на рисунке 1, можно заметить, что обязательным этапом в процессе исследования математической модели является решение прямой задачи. Решение обратной задачи представляет собой выбор оптимального в каком-либо смысле решения прямой задачи из множества решений, полученных при различных наборах входных данных и параметров модели.

Решение прямой задачи представляет собой расчет по формулам, реализующим математическую модель. Входные данные и параметры при этом полагаются известными. Но компьютерные реализации численных методов всегда имеют погрешности вычислений. Эти погрешности могут накапливаться и оказывать влияние на итоговое решение. Следует быть очень внимательным к оценке погрешностей.

В общем случае множеством оптимизации является объединение множеств векторов  $P$  параметров модели системы и множества входных данных – полученных в ходе эксперимента или назначаемых произвольно. Критерии, как сказано выше, формулируются исходя из цели моделирования.



*Рисунок 1. Общая схема научного исследования*