

Курс:

ТЕОРИЯ ОПТИМИЗАЦИИ

Тема 3:

ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ В ХОДЕ РАСПОЗНАВАНИЯ ОБЪЕКТОВ

ТЛЕУЖАНОВА МАНАТЖАН АШИМКУЛОВНА

Целью научного исследования объекта, процесса, системы не всегда является проектирование. Существует целый класс обратных задач, в которых не требуется находить структуру и параметры «оптимальной конструкции». Их можно условно обозначить термином «задачи распознавания». Значения параметров объекта, системы, управляющие воздействия на протекающие процессы требуется определить так, чтобы наилучшим способом приблизиться к измеренным результатам работы этого объекта.

Примером служат обратные задачи геологической разведки. В ходе разведывательных работ необходимо определить форму и глубину залегания месторождения по измеренным значениям геологических полей. Математические модели полей представляют собой поверхностные интегралы. Вычисляя этот интеграл для разных параметров подынтегральной функции или множества интегрирования, можно получить множество расчетных значений поля. После этого необходимо сравнить полученные расчетные значения с измеренными на местности. Тот набор расчетных параметров, для которого рассчитанные значения поля «наиболее близки» к экспериментальным, даст «образ» формы и глубины залегания месторождения. Заметим, что вычисление поверхностного интеграла – это решение так называемой прямой задачи моделирования.

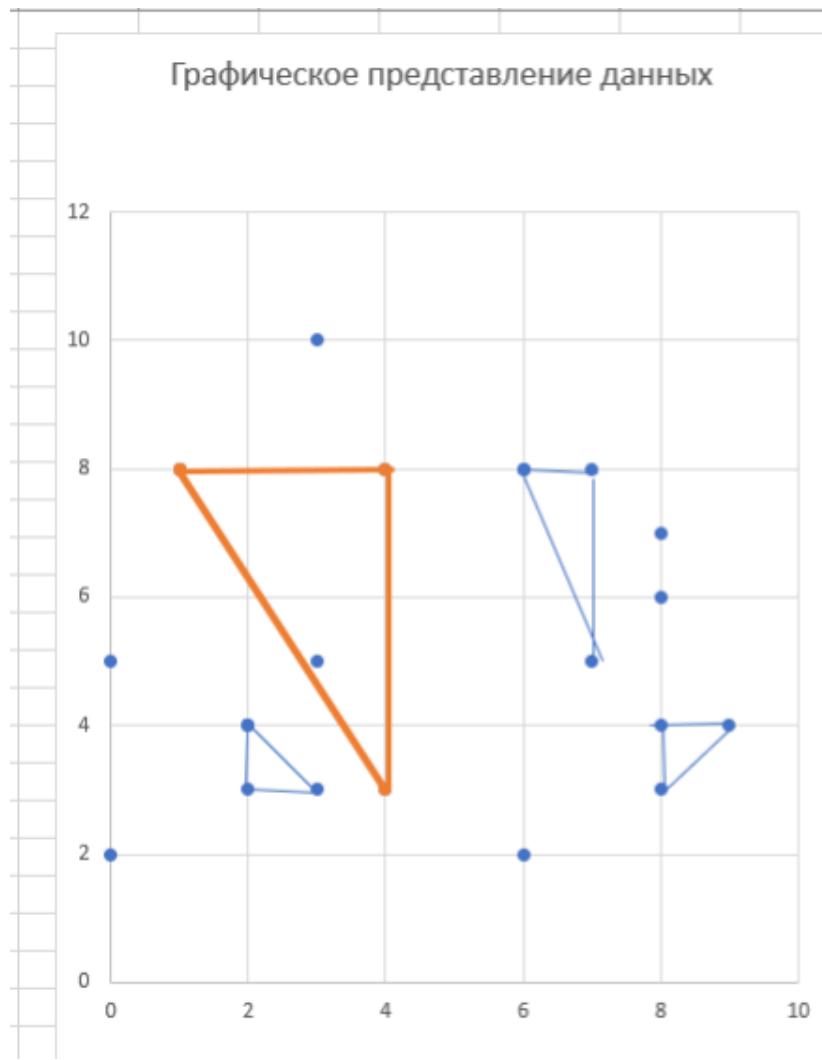
Оно трудоемко, и возможны значительные вычислительные погрешности. МО должны использоваться в данной задаче в ходе поиска наиболее подходящих наборов параметров подынтегральной функции или множества интегрирования. Целевой функцией (критерием) служит невязка между расчетным значением интеграла и экспериментальными значениями полей.

В формализованном представлении задача распознавания есть определение значений X и/или P , при которых расчетное по модели значение Y наиболее близко к известному (полученному экспериментально), то есть необходимо найти минимум невязки:

$$\min_{X,P} \rightarrow \|Y - Y^*\|, \quad (1)$$

Именно формулировкой критерия задача распознавания отличается от задачи оптимального синтеза.

Пример 2. Рассмотрим модельный, упрощенный вариант задачи распознавания. Пусть на плоскости даны координаты 20 точек (рисунок 3а). Необходимо выбрать такой треугольник, образованный тремя точками, форма и площадь которого наиболее близка к образцу (рисунок 3б). Графическое представление и малый объем данных задачи позволяет решить ее не пользуясь формальными методами. На рисунке 3а цветом выделен «наиболее похожий» треугольник. Расчет площади тоже не представляет труда: $S = (5 \cdot 3)/2 = 7,5$.



| X | Y |
|---|----|
| 0 | 2 |
| 3 | 5 |
| 3 | 10 |
| 7 | 8 |
| 8 | 6 |
| 2 | 4 |
| 8 | 3 |
| 4 | 3 |
| 9 | 4 |
| 2 | 4 |
| 2 | 3 |
| 0 | 5 |
| 3 | 3 |
| 6 | 2 |
| 8 | 7 |
| 8 | 4 |
| 4 | 8 |
| 7 | 5 |
| 6 | 8 |
| 1 | 8 |
| 6 | 8 |

ОБРАЗЕЦ, $S=7,59$

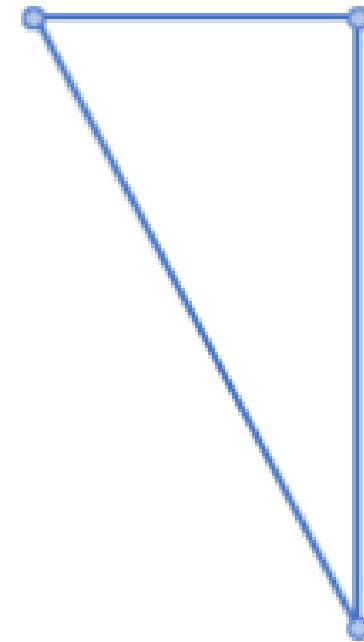


Рисунок 3 – а - координаты точек на плоскости, б – решение задачи распознавания.

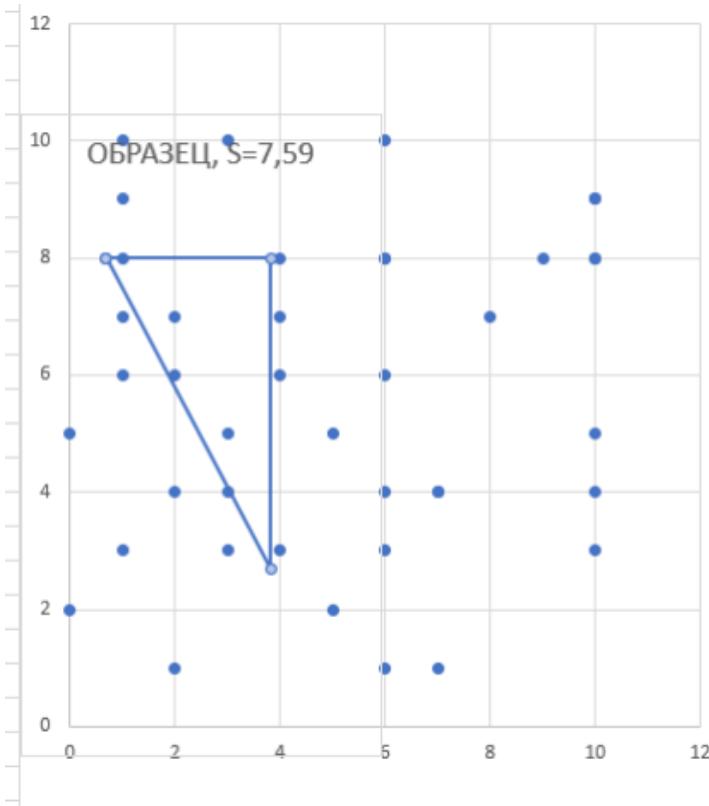


Рисунок 4 – Распознавание искомого треугольника при увеличении числа точек

Однако при увеличении объема данных всего лишь в два раза задача уже не выглядит такой элементарной. В общем случае необходимо:

1. построить все треугольники на этом множестве точек;
2. выделить среди них прямоугольные, у которых катеты параллельны осям;
3. вычислить их площади;
4. методом полного перебора найти набор точек, образующий треугольник, наиболее близкий к образцу.

С увеличением числа точек метод перебора будет все более трудоемким, поэтому потребуются стратегии, которые его ограничивают. Эти стратегии предоставляют МО. На рисунке 4 представлено решение задачи распознавания треугольника заданной формы и площади среди множества точек.