

Курс:

# ТЕОРИЯ ОПТИМИЗАЦИИ

Тема 6:

## ОДНО- И МНОГОКРИТЕРИАЛЬНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ

ТЛЕУЖАНОВА МАНАТЖАН АШИМКУЛОВНА

Если в задаче целевая функция представляет собой единственный критерий, то есть требуется минимизировать одно свойство системы, то речь идет об однокритериальной (скалярной) минимизации. Методология решения таких задач хорошо разработана. Многокритериальная оптимизация, когда критерий представляет собой вектор-функцию, где каждый компонент – оценка различных свойств, представляет собой перспективное научное направление.

Так как оптимизируемые свойства системы часто противоречат друг другу, как, например, в ЗО многоуровневой сети в теории надежности, то найденное решение является не наилучшим, а компромиссным. Компромисс разрешается введением тех или иных дополнительных ограничений или субъективных предположений. Таким образом, единственное решение такой задачи не существует, и эта задача в общем случае является некорректной. Вопросы многокритериальной оптимизации выходят за рамки данного пособия, ниже рассмотрим лишь некоторые подходы к их решению.

**Оптимизация по Парето** представляет собой выделение области компромиссов и отбрасывание заведомо неудовлетворительных решений. Идея его близка к идеи метода ветвей и границ, только в этом случае выделяется каким-либо способом множество допустимых решений, и это множество разбивается на множество худших и множество нехудших решений. Для худшего решения существует другое, значения критериев у которого либо такие же, либо лучше текущего. Решение, для которого во множестве допустимых решений не существует лучшего по всем критериям, называется нехудшим. Замена одного решения из этого множества на другое ведет к улучшению одних критериев и обязательному ухудшению других.

В ходе оптимизации по Парето наибольшее усечение области допустимых решений достигается для двух критериев. При увеличении числа критериев эффективность этого метода падает. Если критериев более 5, применение этого метода считается нецелесообразным.

**Замена критериев ограничениями** состоит в решении однокритериальной ЗО в области с более жесткими ограничениями, задаваемой этими критериями и ранее заданными ограничениями.

**Пример 4.** Задачу минимизации массы и потерь энергии изделия сведем к задаче проектирования изделия массы, не превышающей  $n\%$ , у которого потери не превысят  $m\%$ . Если в полученной области будет находиться несколько решений, то область ограничений сужается, т.е. уменьшаются  $m$ ,  $n$ , или оба сразу, если же решений нет, то область ограничений расширяется. Этот процесс, по сути, аналогичен выделению нехудших решений по Парето.

Очевидная сложность этой задачи в подборе конкретных параметров для критериев, заменяемых ограничениями.

**Сведение задачи к однокритериальной** и последующее её решение методами скалярной оптимизации.

Сведение задачи к однокритериальной проводится следующими способами:

- посредством выбора одного критерия из нескольких;
- введения общей единицы измерения для всех критериев;
- свертки нескольких критериев.

Выбор главного критерия, оценивающего существенные для проектирования свойства объекта, является субъективным и базируется на опыте экспертов. Оставшиеся критерии можно заменить ограничениями, параметры которых также определены субъективно.

Учет остальных критериев можно выполнить также на основе ранжирования по уровню важности свойств для проектирования. Далее решается однокритериальная ЗО, но из множества ее решений выбирается то, для которого значение очередного критерия в ранжированном ряду наилучшее.

Свёртка векторного критерия является заменой вектора рассматриваемых критериев функцией от его компонент, таким образом, получается новая целевая функция. Эта функция может быть аддитивной, мультипликативной или не быть ни той ни другой.

Аддитивная функция является суммой отдельных критериев  $K_i, i = 1, \dots, m$  с учётом их относительной важности  $\lambda_i$ , то есть  $f = \sum \lambda_i K_i$ . Коэффициент  $\lambda_i$  называется весовым,  $\sum \lambda_i = 1$ .

Мультипликативная функция — это произведение отдельных критериев с соответствующими степенями  $\lambda_i$ , то есть  $f_j = \prod (K_{ij})_i^{\lambda_i}$ .

В практике свертка показателей безопасности или их отбрасывание при ранжировании считается недопустимым.