

## Лекция-2. Кинематическая цепь. Структурная формула кинематической цепи



# План занятия

- Классификация кинематических цепей
- Открытая кинематическая цепь
- Примеры открытых цепей
- Замкнутая кинематическая цепь
- Примеры замкнутых цепей
- Простые кинематические цепи
- Примеры простых цепей
- Сложные кинематические цепи
- Примеры сложных цепей
- Степени свободы отдельного звена
- Примеры расчёта степеней свободы
- Формула Чебышева для плоских цепей
- Формула Малышева для пространственных цепей
- Условия применения формул
- Области применения формул
- Классы семейств механизмов
- Замена высших пар низшими
- Заключение
- Тестовые вопросы
- Литература



# классификация кинематических цепей

**Кинематическая цепь (КЦ)** — набор твёрдых звеньев, соединённых кинематическими парами (шарниры, направляющие и т.д.).

**Звено** — отдельное твёрдое тело в цепи (включая неподвижное звено — опору/основание).

**Кинематическая пара (КП)** — соединение двух звеньев, ограничивающее их относительное движение (обозначается буквой  $P$  и имеет  $p$  число степеней свободы этой пары).

**Подвижность (степень свободы) цепи МММ** — число независимых параметров, задающих относительное движение звеньев.



# открытая кинематическая цепь

## Определение:

Цепь, в которой звенья соединены последовательно, **без образования замкнутых контуров**. У неё есть начало и конец, которые не соединяются между собой.

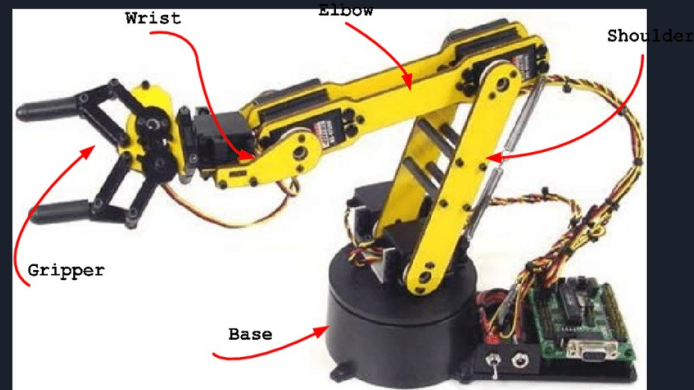
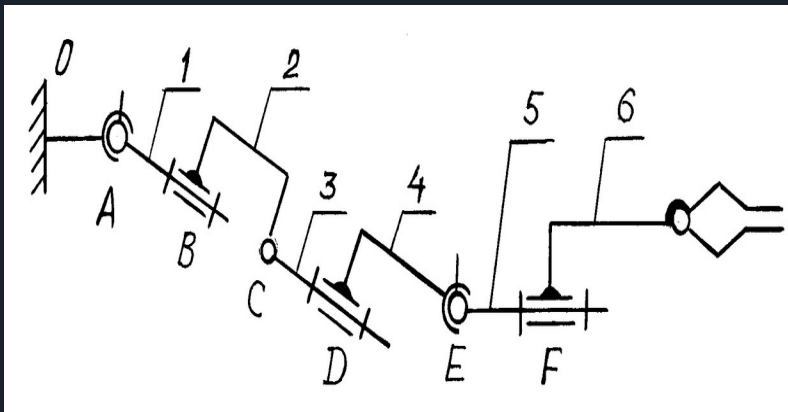
## ◆ Характерные признаки:


- Разомкнутая структура (похожа на «ветвь» или «цепочку»).  
Может содержать несколько степеней свободы.
- Часто используется в **робототехнике и манипуляторах** (каждое звено управляется приводом).
- Расчёт подвижности ведётся проще, так как нет замыкающих уравнений для контуров.

# примеры открытой кинематической цепи

## Примеры:

- робот сварщик
- Робот-манипулятор (серийный 6R-робот).





# Закрытая (замкнутая) кинематическая цепь

## Определение:

Цепь, у которой звенья соединены таким образом, что образуется **один или несколько замкнутых контуров** (петель).

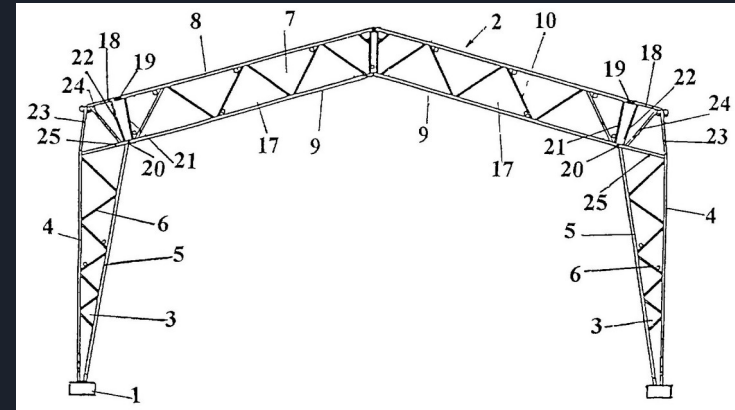
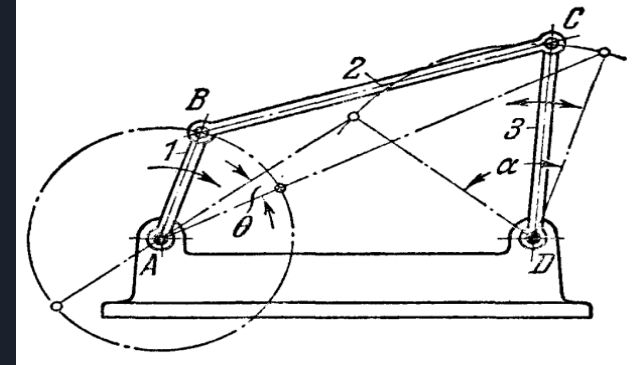
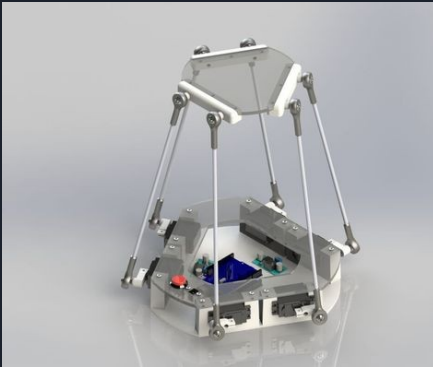
## ◆ Характерные признаки:

- Наличие циклов (контуров).
- Относительные перемещения звеньев ограничены замыканием.
- В механизмах обычно имеют **одну степень свободы** (например, четырёхзвенник).
- Более жёсткая и точная, чем открытая цепь.

# Примеры замкнутой кинематической цепи

## Примеры:

- Четырёхзвенник (кривошипно-шатунный механизм).
- Параллельные роботы (платформа Стюарта, дельта-роботы).
- Стержневые фермы, шарнирные рамы.





# Простые Кинематические цепи

## Простая кинематическая цепь

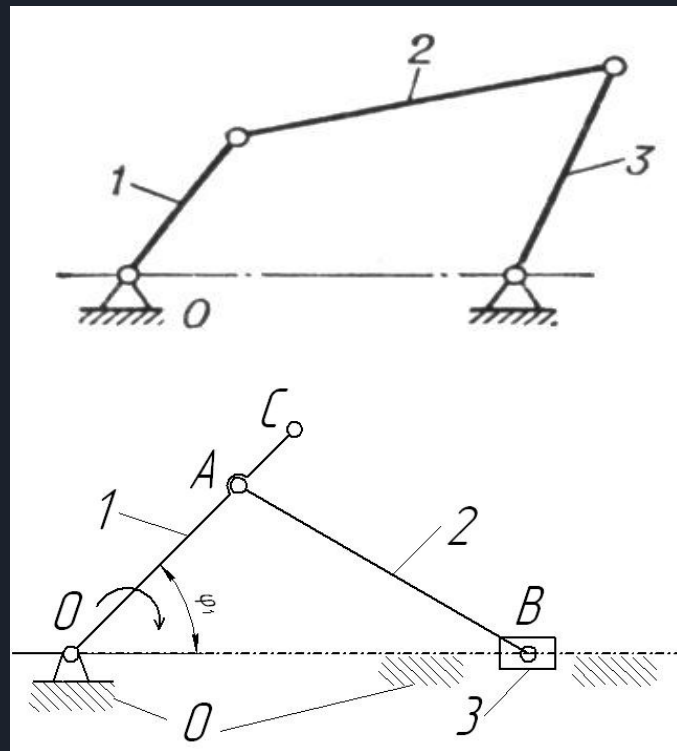
- имеется может существовать один замкнутый контур
- все звенья соединены последовательно, образуя единственный путь от основания обратно к нему;
- число степеней свободы легко определяется по упрощённой формуле



# примеры простых кинематических цепей

## Примеры простых КЦ:

- четырёхзвенник
- кривошипно-ползунный механизм;





## Сложные кинематические цепи

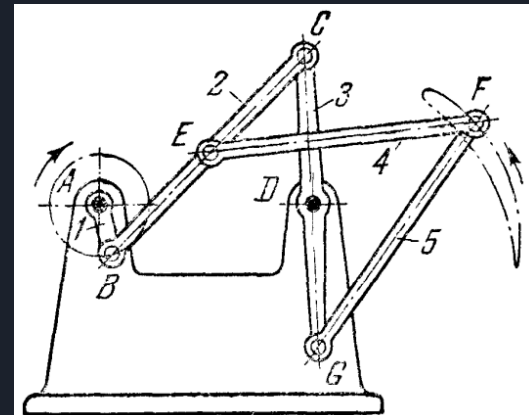
### Сложная кинематическая цепь

- имеется несколько замкнутых контуров (две и более петель);
- в структуре могут присутствовать звенья с тремя и более сочленениями (тернарные, кватернерные и т.д.);
- при анализе требуется учитывать каждый контур (используют структурные формулы Чебышева, Ассура, или общую формулу подвижности);
- возможны случаи избыточных связей (механизм «зажат» или работает только за счёт упругости)

# примеры сложных кинематических цепей

## ◆ Примеры сложных КЦ:

- шестизвенник (например, механизм Уатта или Клапейрона);
- механизмы с параллельными контурами (параллельные манипуляторы типа платформы Стюарта);





# Степени свободы отдельного звена

- Каждое **отдельное твёрдое звено** (тело) в пространстве обладает **6 степенями свободы**:
  - 3 поступательных (по осям  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ ),
  - 3 вращательных (вокруг этих осей).

Но! Когда звенья соединяют в **кинематические пары**, они **накладывают ограничения (связи)** на движение.

Например:

- цилиндрическая пара (ось вращения + поступательное движение) разрешает **2 степени свободы**, значит **накладывает 4 связи**,
- вращательная пара разрешает **1 степень свободы**, значит **накладывает 5 связей**,
- сферическая пара разрешает **3 степени свободы**, значит **накладывает 3 связи**.

То есть каждая пара уменьшает общее число степеней свободы системы.

# Возьмем в пример

## ● Пример в пространстве:

- Свободное звено — 6 степеней свободы.
- Соединяем его с другим через **шарнир (вращательная пара)** → остаётся только вращение вокруг одной оси (1 степень свободы).
- Значит, пара **убрала 5 степеней свободы**, то есть наложила 5 связей.

## ● Пример в плоскости:

- Свободное звено в плоскости — 3 степени свободы.
- Если соединить его через вращательную пару → оно может только вращаться (1 степень свободы).
- Значит, пара **наложила 2 связи** (убрала 2 возможности движения).

Класс пары	Название пары	Рисунок	Обозначение
1	Шар на плоскости		
2	Цилиндр на плоскости		
3	Сферическая пара		
3	Плоскостная пара		
4	Сферическая с пальцем		
4	Цилиндрическая пара		
5	Вращательная пара		
5	Поступательная пара		




# Формула П.Л.Чебышева для плоских цепей

$$W = 3n - 2p_5 - p_4$$

- где  $n$  - число подвижных звеньев,
- $p_4, p_5$  - количество кинематических пар 4-го и 5-го классов соответственно

Каждое свободное плоское звено имеет 3 степени свобод ( 2 поступальное и 1 вращательное ).Поэтому для  $n$  подвижных звеньев начальное число степеней свободы равно  $3n$



## Формула А.П.Малышева для пространственных цепей

- Учитывая, что каждая пара 5-го класса накладывает 5 связей, пара 4-го класса — 4 связи и т. д., число степеней свободы механизма относительно определится по формуле:

$$W = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1$$

В которой: W-число степеней свободы,  
n-число подвижных звеньев,  
p-кинематические пары(разделены по классам которые рассматривали ранее)



# Об условиях формулы степеней свободы

Она нужна для того чтобы выяснить сколько реально степеней свободы остаётся у механизма после соединения всех звеньев.

- Если  $W=1$ , то механизм управляется одним входным движением (типичный случай для машин).
- Если  $W=0$ , то это статически определимая неподвижная конструкция.
- Если  $W<0$ , механизм переопределённый, он зажат лишними связями и двигаться не сможет.
- Если  $W>1$ , то механизм имеет несколько независимых движений





# Где применяются данные формулы

- Применяются данные формулы чаще всего в кинематике, механике и машиностроении и робототехнике:
- Робототехнике манипуляторы с 6 осями, промышленные руки, антропоморфные роботы
- Авиастроении шарнирные механизмы в шасси самолётов, системы управления закрылками
- Машиностроении карданные передачи, пространственные шарнирные конструкции
- Манипуляционные системы — например, краны или экзоскелеты.



# Классы семейств

Все механизмы классифицируются по семействам. Класс семейства определяется числом общих связей, наложенных на механизм. Если наложить на механизм одну общую связь, то получим механизм 1-го семейства, и формула примет вид:

$$W = 5n - 4p_5 - 3p_4 - 2p_3 - p_2$$

Если наложить две общие связи:

$$W = 4n - 3p_5 - 2p_4 - p_3$$

При наложении трех общих связей формула становится аналогичной к вычислению степеней свободы в плоскости:

$$W = 3n - 2p_5 - p_4$$

# Замена высших кинематических пар НИЗШИМИ

- В плоских механизмах все пары 4-го класса являются высшими, а пары 5-го класса - низшими. Поэтому формулу Чебышева можно

При замене высших пар на низшие должны выполняться следующие условия:

- 1) степень подвижности механизма должна оставаться неизменной;
- 2) относительное движение звеньев также должно сохраняться.

$$W = 3n - 2P_H - P_B$$

$n$  — число подвижных звеньев;

$P_H$  — число низших кинематических пар;

$P_B$  — число высших кинематических пар.



# Заключение

- В ходе презентации мы рассмотрели, что такое кинематическая цепь, какие бывают её типы, а также разобрали понятия подвижных и неподвижных звеньев, степеней свободы и структурных формул. Понимание структуры и принципов построения кинематических цепей является основой для анализа и проектирования различных механизмов и машин. Использование структурной формулы позволяет определить количество степеней свободы системы и выявить избыточные или недостающие связи ещё на этапе проектирования. Это, в свою очередь, помогает создавать более надёжные и эффективные конструкции. Таким образом, знание кинематических цепей играет ключевую роль в инженерной практике и развитии современных технологий.



# Тестовый вопрос №1

Что такое кинематическая цепь (ЦК)?

- a) Набор твёрдых звеньев, соединённых сварными швами
- b) Набор твёрдых звеньев, соединённых кинематическими парами
- c) Набор программных алгоритмов для управления движением
- d) Электрическая схема управления



## Тестовый вопрос №2

Что ограничивает относительное движение двух звеньев в кинематической цепи?

- a) Сила тяжести
- b) Кинематическая пара
- c) Материал звеньев
- d) Количество степеней звеньев



## Тестовый вопрос №3

Подвижность кинематической цепи – это:

- a) Скорость движения самого быстрого звена
- b) Число независимых параметров, задающих последовательное соединение звеньев
- c) Общее количество звеньев цепи
- d) Количество приводов в цепи



## Тестовый вопрос №4

Основной признак открытой кинематической цепи:

- a) Наличие одного или нескольких замкнутых контуров
- b) Отсутствие замкнутых контуров, последовательное соединение звеньев
- c) Наличие ровно шести степеней свободы
- d) Все звенья в ней свободны





## Тестовый вопрос №5

Где чаще всего применяются открытые кинематические цепи?

- a) В фундаментах зданий
- b) В кривошипно-шатунных механизмах двигателей
- c) В робототехнике и манипуляторах
- d) В мостах и стержневых фермах



## Тестовый вопрос №6

Основной признак замкнутой кинематической цепи:

- a) Наличие начала и конца, которые не соединяются
- b) Наличие одного или нескольких замкнутых контуров
- c) Все её звенья имеют только одну и ту же степень свободы
- d) Она всегда имеет более трёх степеней свободы



## Тестовый вопрос №7

Примером замкнутой кинематической цепи не является:

- a) Четырёхзвенник
- b) Платформа Стюарта
- c) Серийный 6R-робот манипулятор
- d) Кривошипно-ползунный механизм



## Тестовый вопрос №8

Сколько степеней свободы имеет свободное твёрдое тело в пространстве?

- a) 3
- b) 6
- c) 1
- d) 0



## Тестовый вопрос №9

Вращательная кинематическая пара (шарнир) в пространстве накладывает количество связей равное:

- a) 1
- b) 3
- c) 5
- d) 6



## Тестовый вопрос №10

Если по формуле Чебышева для плоского механизма получилось  $W=0$ , это означает, что:

- a) Механизм имеет одну степень свободы
- b) Это статически неподвижная конструкция
- c) Механизм переопределён и зажат
- d) В расчёте ошибка, такое невозможно



# Литература

- Бех И.И., Кораблёв В.И. — Теория механизмов и машин
- Цветков С.Л. — Теория механизмов и машин: Учебное пособие.