**ЛЕКЦИЯ 3. ОПТИКАЛЫҚ БАЙЛАНЫС ЖЕЛІЛЕРІНІҢ ЭЛЕКТРОДИНАМИКА НЕГІЗДЕРІ**

**3.1. Максвелл теңдеулері. Толқындық және параболалық теңдеулер**

Классикалықэлектродинамикадағыэлектромагниттікөріс E электрөрісініңкүшівекторларының, H магнитөрісініңжәнеэлектрлік D жәнемагниттікиндукцияB векторларыныңжиынтығыменанықталады. Бұлвекторларберілгенүздіксізортадағыкеңістікпенуақыттыңүздіксізфункцияларыболыптабылады. Олар Максвелл теңдеулеріне бағынады:

(3.1)

(3.2)

(3.3)

. (3.4)

Қарастырылып отырған кеңістікте токтар мен зарядтар жоқ деп есептеледі. Толқындардың оптикалық диапазоны үшін бұл болжам әрқашан жарамды болып қалады және (3.1) - (3.4) теңдеулер физикалық оптиканың барлық құбылыстарын толық сипаттайды.

(3.1) - (3.4) теңдеулер жүйесі E, H интенсивтілік векторлары мен D, B индукция векторлары арасындағы байланыстың материалдық теңдеулерімен толықтырылуы керек. Бұл байланыс ортаның қасиеттерімен анықталады және айтарлықтай күрделі болуы мүмкін. Тек вакуумда сәйкесінше D, E және B, H векторлары пропорционал болады:

(3.5)

(3.6)

мұндағы ε(0), μ(0) – вакуумның өткізгіштігі және магниттік өткізгіштігі. Сызықтық изотропты ортадағы гармоникалық толқындар үшін бұл векторлардың қарапайым пропорционалдығы да сақталады:

(3.7)

.(3.8)

ε, μ пропорционалдық коэффициенттері ортаның диэлектрлік және магниттік өткізгіштігі болып табылады.

Егер сызықтық орта анизотропты болса, онда векторлар арасындағы байланысты (3.7), (3.8) түрінде қалдыруға болады, бірақ ε, μ шамалар екінші дәрежелі тензорлар. Бұл жағдайда D векторының әрбір құрамдас бөлігі Е векторының құрамдастарының сызықтық комбинациясы арқылы беріледі (және керісінше):

(3.9)

Магниттік ортада ұқсас қатынас B және H векторлары үшін де орын алады. Әдетте оптикада қарастырылатын магниттік емес орталарда μ мәні вакуумның магниттік өткізгіштігімен сәйкес келеді.

Егер ортада жарықтың жұтылуы немесе күшеюі болса, онда бұл макроскопиялық электродинамикада έ=ε–iσ күрделі өткізгіштігін сақтау арқылы ескеріледі, онда σ ойша бөлігі жұту (күшейту) коэффициентінің мәнімен анықталады.

Егер ортаның өткізгіштігі ε кез келген көлемде өзгеріссіз қалса, онда мұндай орта біртекті деп аталады. Біртекті емес орталарда ε координаталар функциясы болып табылады. Біртекті денелердің шекарасында өткізгіштік күрт өзгереді. Электромагниттік өріс ортаға тәуелді болғандықтан, оның векторлары да әртүрлі орталардың интерфейстерінде күрт өзгерістерге ұшырайды. Екі шекаралық ортаның өріс векторларының арасындағы байланыстарды шекаралық шарттар деп атайды. Ең қарапайым жағдайларда олар мына пішінді алады

, (3.10)

, (3.11)

, (3.12)

(3.13)

Мұндағы n индексі қалыпты компонентті, ал тангенциалды білдіреді. Оптикалық диапазонда кез келген ортаның магниттік өткізгіштігі болғандықтан, магниттік векторлар үшін шекаралық шарттарды былай жазуға болады

(3.14)

Электромагниттік өрістің энергия ағыны Умов-Пойнтинг векторымен анықталады

(3.15)

Мұндағы төртбұрышты жақша E және H векторларының векторлық көбейтіндісін білдіреді. Гармоникалық толқындардың орташа уақыттық энергия ағыны былай жазылады.

(3.16)

Жұлдызша күрделі конъюгацияланған шаманы білдіреді

Электромагниттік толқындардың таралуын зерттегенде көбінесе (3.1) - (3.4) түріндегі Максвелл теңдеулерін емес, олардан туындайтын теңдеулерді қолданған ыңғайлы. Мысалы, біртекті изотропты ортадағы гармоникалық толқындар үшін келесі теңдеуді аламыз.

(3.17)

бұл жерде-Лаплас операторы, - гармоникалық тербелістердің циклдік жиілігі. Барлық өріс векторлары үшін бірдей теңдеу жарамды. Бұл өріс теңдеуі гармоникалық өріс толқынының теңдеуі деп аталады.

Біртекті емес изотропты ортадағы электромагниттік толқындарды қарастырғанда E және H векторлары келесі теңдеулерге бағынады:

(3.18)

(3.19)

Егер ортаның біртекті еместігі аз болса, толқын ұзындығының ретті арақашықтықтарында өткізгіштік іс жүзінде өзгермейтін болса, онда (3.18), (3.19) теңдеулердің соңғы мүшелерін елемеуге болады. Бұл жағдайда электромагниттік өріс векторларының кез келген құрамдас бөліктері (3.17) түріндегі теңдеулерді қанағаттандыратынын шамамен аламыз.

Анизотропты орталар үшін толқындық теңдеулерді келесідей алуға болады. (3.1) және (3.2) теңдеулерін төмендегі формада қайта жазуға болады

(3.20)

Олардың біріншісіне алдымен тензорымен (ε тензорына кері), содан кейін rot операторымен әрекет етейік. Нәтижесінде біз аламыз

Енді уақыт пен кеңістікке қатысты дифференциалдау операторларын ауыстырып, (3.20) екінші теңдеуді қолданып, аламыз.

(3.21)

Гармоникалық толқындар үшін теңдеу (3.21)пішінді қабылдайды

(3.22)

E, D және B векторларының теңдеулері ұқсас жолмен табылады:

(3.23)

(3.24)

(3.25)

Толқындық теңдеулер барлық нүктелердегі электромагниттік өрістерді сипаттайды. Мысалы, тар лазерлік сәулелерде өріс сәуленің бойлық осіне жақын шоғырланады және көлденең бағытта тез нөлге дейін төмендейді. Дифракцияның арқасында мұндай сәуле бос кеңістікте таралатын кезде баяу кеңейе алады. Егер орта көлденең жазықтықта біртекті емес болса, онда сәуленің дифракциялық дивергенциясы оның біртекті еместігінен қысылуы арқылы өтелуі мүмкін.

Тар жарық шоқтарының математикалық сипаттамасын толқындық теңдеулерге қарағанда қарапайым теңдеулерді қолдану арқылы жүзеге асыруға болады.

Монохроматикалық өріс oz осінің бағытында таралады, ал оның энергиясы көлденең бағытта тез азаяды деп алайық. Бұл жағдайда электромагниттік өріс (оның векторларының кез келген құрамдас бөлігі) ретінде жазылуы мүмкін

(3.26)

мұндағы φ – z өскен сайын баяу өзгеретін күрделі функция. (3.26) - ны (3.17) алмастыру арқылы және басқа мүшелермен салыстырғанда мүшесін елемеу арқылы біз келесі теңдеуді табамыз:

(3.28)

параболалық және Гаусс (лазерлік) жарық сәулелері теориясында кеңінен қолданылады.

**3.2. Жазық толқындар**

Максвелл теңдеулерінің таралатын толқындар түріндегі шешімдері бар. Олардың ең қарапайымы және ең маңыздысы – жазық электромагниттік толқындар.

(3.28)

Мұндағы k – толқындық вектор; r – қарастырылатын кеңістіктегі нүктенің радиус-векторы; ω – айналмалы жиілік. Изотропты ортада толқын векторы k және жиілігі ω дисперсия деп аталады.

(3.29)

(3.28) Максвелл теңдеулеріне (3.1), (3.2) қойып, аламыз.

(3.30)

Бұл қатынастарды кейде жазық толқындар үшін Максвелл теңдеулері деп те атайды. Олардан электромагниттік толқындардың көлденеңдігі айқын көрінеді.

Егер толқындар таралатын орта мөлдір болса, онда (3.29) сәйкес k толқындық векторы нақты болады және оны былай жазуға болады.

(3.31)

мұндағы k=2π/λ=ω/v – толқын саны; v – жазық толқындардың фазалық жылдамдығы; λ – ортадағы толқын ұзындығы; n – қалыпты толқынның бірлік векторы. Егер толқындардың жұтылуы немесе күшеюі болса, онда өткізгіштік ε күрделі шама болуы керек, демек, k векторы да күрделі болады:

(3.32)

Бұл жағдайда векторы толқын фазасының фронтының таралу бағыты мен жылдамдығын анықтайтын толқын векторының рөлін атқарады, ал векторы толқын амплитудасының әлсіреуін (күшейтілуін) және максималды өзгеру бағытын сипаттайды. Жалпы жағдайда және векторлары бір-біріне параллель болмауы мүмкін, содан кейін бірдей фазалардың жазықтықтары амплитудалары бірдей жазықтықтарға параллель емес Мұндай толқындар біртекті емес толқындар деп аталады. Егер және векторлары бір-біріне параллель болса, онда толқындар біртекті өшетін деп аталады. Біртекті емес толқындар орта арасындағы интерфейстерде толқындардың толық шағылысуы бар мөлдір ортада да болуы мүмкін. Диэлектрлік толқын өткізгіштердегі энергияның локализациясының негізінде жатқан толық шағылысу болғандықтан, келесі дәрісте бұл құбылыс, сондай-ақ біртекті емес толқындардың қасиеттері егжей-тегжейлі қарастырылады.

Электромагниттік толқындардың поляризациясы Е электр векторының толқын арқылы таралатын кеңістіктегі ерікті нүктедегі соңын сипаттайтын қисық түрімен анықталады. Поляризацияны сипаттау үшін бірнеше әдістер қолданылады, соның ішінде инвариантты. Дегенмен, оптикалық толқын өткізгіштердегі қолданбалар үшін келесі қарапайым әдіс қолайлырақ. ozосін жазық толқынның таралу бағытымен теңестіріп, көлденең жазықтықта (x, y) Е векторының ұшымен сипатталған қисық пішінін қарастырайық. Бұл қисық нүктелермен анықталады, олардың координаталары:

(3.33)

Мұнда ; α, β – бастапқы фазалар. (3.33) теңдеуден шығады

(3.34)

мұндағы δ = β– α.(3.34) қатынасы іштей сызылған эллипстің теңдеуі қабырғалары ox, oy осьтеріне параллель және 2a, 2b-ге тең тіктөртбұрыш. Эллипс тіктөртбұрыштың қабырғаларына жанасатын нүктелердің координаталары (±a, ±b cosδ) және (±a cosδ, ±b). Эллипстің негізгі осьтері ox, oy осьтеріне қатысты θ бұрышына бұрылады, мына теңдеу арқылы анықталады:

(3.35)

Осылайша, жалпы жағдайда толқындар эллиптикалық поляризацияға ие. a = b және δ = mπ/2, m = ±1, ±3, үшін эллипс шеңберге айналады. Бірақ, әдетте, олар жарық поляризациясы деп айтқанда, олар сызықтық поляризацияны білдіреді. Ол δ = ±mπ үшін орын алады, мұндағы m – кез келген бүтін сан.

Электромагниттік толқындардың шағылысу мен сынуының негізгі заңдылықтарын орталар арасындағы интерфейске жазайық. Түскен жазық толқынды сипаттайтын барлық шамалар i индексімен, шағылған толқын r индексімен, сынған толқын t индексімен жазылады. Бөлу жазықтығы z=0 жазықтығымен сәйкес келсін.

Тасымалдаушы интерфейстің барлық нүктелерінде және кез келген уақытта (3.32) ескере отырып орындалатын шекаралық шарттардан (3.10) - (3.13) аламыз.

(3.36)

немесе

(3.37)

(3.38)

Біз (xz) жазықтықты құлау жазықтығы ретінде таңдаймыз. Сонда . (3.37) шағылысу мен сынудың белгілі заңдылықтарын табамыз:

(3.39)

мұндағы – түсу бұрышы; r – шағылу бұрышы; t – сыну бұрышы. Егер орта изотропты және біртекті болса, онда және, ал түсу және сыну бұрыштары Снелл қатынасына бағынады

(3.40)

мұндағы n – ортаның z> 0 кезіндегі сыну көрсеткіші, ал n′ – z< 0 кезінде.

Шағылысқан және сынған толқындардың поляризация және энергетикалық сипаттамаларын анықтайтын Френель формулаларын келесідей алуға болады. (3.10) – (3.14) негізінде E және H векторлары үшін шекаралық шарттар түрінде жазылады

(3.41)

(3.42)

Мұнда q мультимедиа интерфейсінің қалыпты мәні, ал түзу жақшалар векторлық туындыны білдіреді. (3.26) теңдеулерін мынатүрде қайта жазуға болады

(3.43)

(3.44)

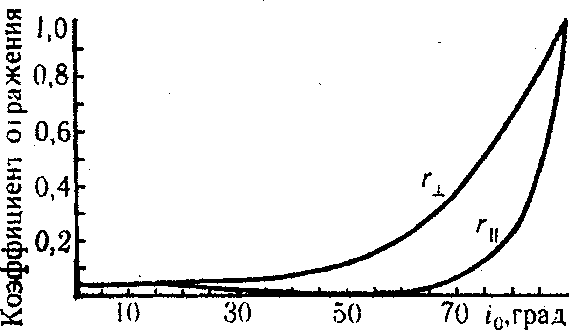
Векторлық (3.41), (3.42) q-ға көбейтіп, (3.44) пайдалана отырып, аламыз

(3.45)

(3.46)

мұндағы сәйкесінше түскен, шағылған және сынған толқындардың толқындық нормасы.

(3.45), (3.46) теңдеулер түскен толқынның электр өрісінің кернеулігінің берілген векторы арқылы және векторларын анықтауға мүмкіндік береді. Бірақ Максвелл теңдеулерінің сызықтылығын пайдалана отырып, еркін түскен толқынды түсу жазықтығына перпендикуляр және параллель Е векторлары бар екі сызықты поляризацияланған толқындарға бөлу ыңғайлырақ.



3.1-сурет. Түсу бұрышына байланысты толқындардың екі түрінің қарқындылық шағылысу коэффициенттері i0 (n = 1, n′ = 1,5)

Егер векторы түсу жазықтығына перпендикуляр болса, онда=0. Изотропты ортада бұл=0, =0теңдіктерін білдіреді. Бұл жағдайда (3.45), (3.46) -дан аламыз.

(3.47)

Осы теңдеулерден біз ақырында табамыз

(3.48)

(3.49)

Егер Е векторы түсу жазықтығына параллель болса, онда Н векторы оған перпендикуляр болады. Бұл жағдайда H векторына қатысты шекаралық шарттарды жазып, есепті жоғарыда сипатталған әдіспен шешкен ыңғайлы. Нәтижесінде біз аламыз

(3.50)

(3.51)

(3.48) - (3.51) қатынастары Френель формулалары деп аталады.

Толқындардың қарқындылық шағылысу коэффициенттері шағылған және түсетін толқындардың E немесе H векторларының квадраттарының қатынасы арқылы анықталады. (3.49) және (3.51) формулаларынан r┴ (E= E┴ кезде) шағылысу коэффициенті ешқашан жойылмайтынын, Брюстер шарты бойынша r║=0, болатынын оңай байқауға болады. Шағылысу коэффициенттерінің графиктері 3.1-суретте көрсетілген.

**3.3. Тест сұрақтары**

1. Классикалық электродинамикадағы электромагниттік өрісті не анықтайды?

2. Максвелл теңдеулері нені сипаттайды?

3. Қандай орта біртекті деп аталады?

4. Шекаралық шарттар дегеніміз не?

5. Умов-Пойнтинг векторын не анықтайды?

6. Қандай орта анизотропты деп аталады?

7. Электромагниттік толқындардың поляризациясы немен анықталады?

8. Поляризацияланған толқынның қандай поляризациясы бар?