

Гравитационные методы обогащения

Лекция 3 Основные закономерности движения тел в среде

Преподаватель: Мотовилов Игорь Юрьевич
доктор PhD. Кафедры «Металлургия и обогащение
полезных ископаемых»

motovilov88@inbox.ru

Содержание

- 1. Свободное падение частиц**
- 2. Стесненное движение частиц**
- 3. Движение частиц во взвесах и суспензии**

Свободное падение частиц

Гидродинамическое сопротивление среды

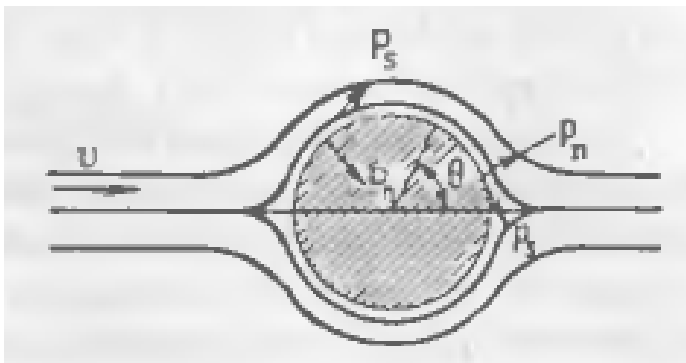
Свободным называется падение одиночных частиц в безграничной среде.

Сила тяжести P направленная вниз, определяется объемом V и плотностью ρ_m частицы: $P = \frac{\pi d^3}{6} \rho_T g$

Подъёмная сила R направлена вверх и равна весу вытесненной частицей жидкости: $R = \frac{\pi d^3}{6} \rho_{ж} g$

Гравитационная сила G , определяющая, при прочих равных условиях, скорость падения весу частицы в среде: $G = P - R = \frac{\pi d^3 (\rho_T - \rho_{ж}) g}{6}$

Сила гидродинамического или инерционного сопротивления (для частицы менее 0,1 мм) $F_в$: $F_в = 3\pi\mu\vartheta d$



Безотрывное обтекание шара жидкостью при малых числах Рейнольдса: P_s, P_n – касательное к поверхности шара и нормальное напряжение

Свободное падение частиц

Динамическое сопротивление (для частицы более 2 мм) F_d :

$$F_d = \frac{\pi}{16} \vartheta^2 d^2 \rho_{\text{ж}}$$

Скоростной режим течения жидкости характеризуется параметром Рейнольдса (Re): $Re = \frac{\vartheta d \rho_{\text{ж}}}{\mu}$

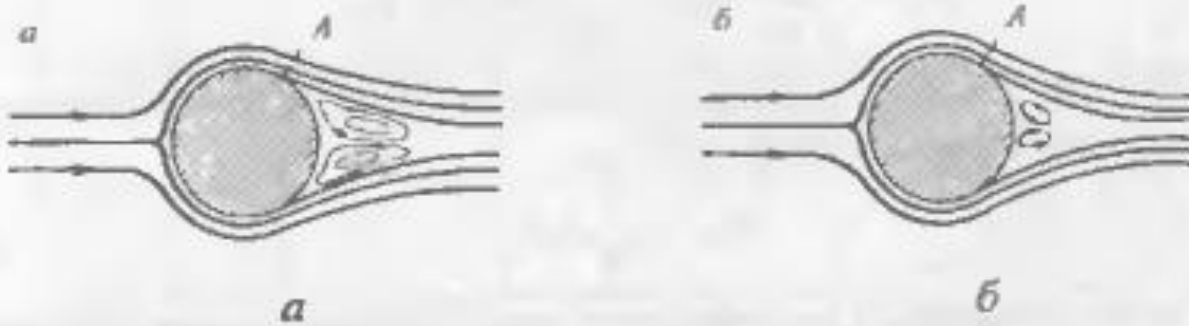


Схема течения жидкости вблизи шара до перехода (а) и после перехода (б) ламинарного пограничного слоя в турбулентный:

А – точка отрыва пограничного слоя

Динамическое сопротивление (для частицы 2-0,1 мм) F_a :

$$F_a = \frac{10}{\sqrt{Re}} F_d = \frac{10}{\sqrt{Re}} \frac{\pi}{16} \vartheta^2 d^2 \rho_{\text{ж}}$$

Свободное падение частиц

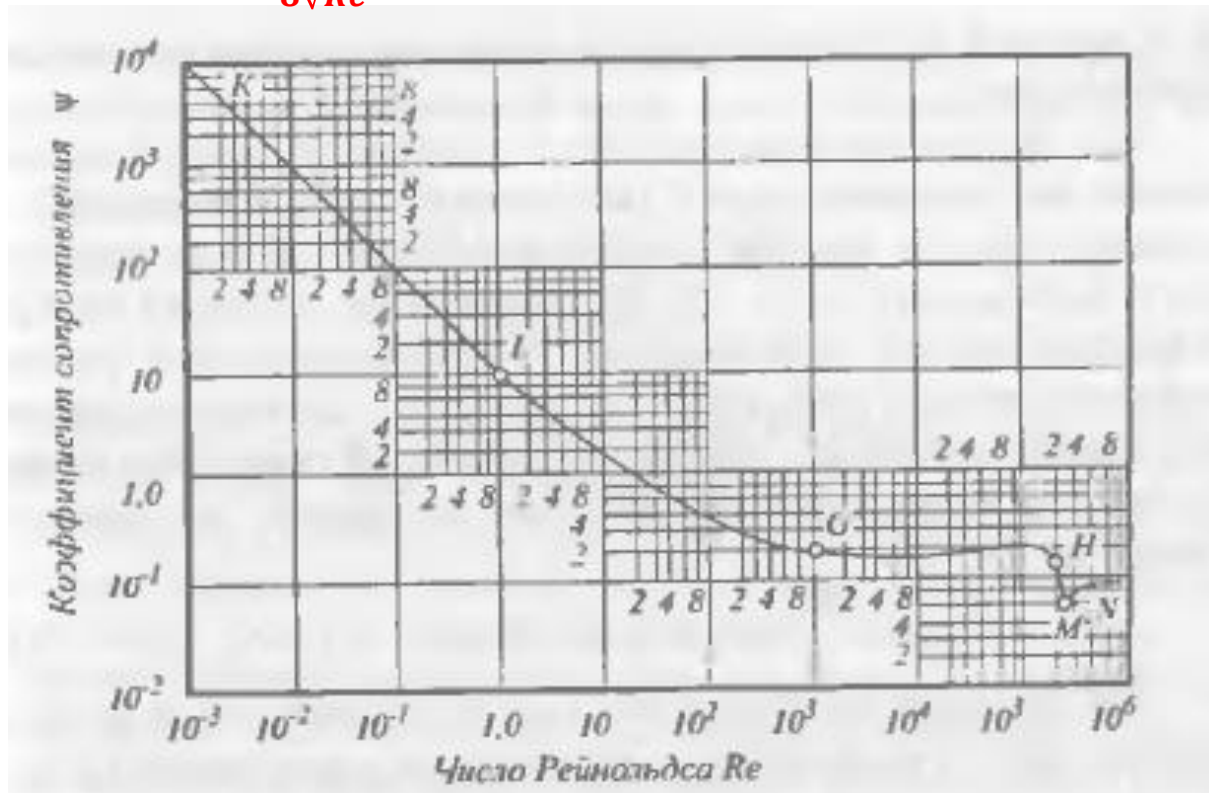
Закон сопротивления в общем виде выражается **F**:

$$F = \psi v^2 d^2 \rho_{\text{ж}}$$

При $F_d > F_v$ - $\psi = \psi_d = \frac{\pi}{16}$;

При $F_d < F_v$ - $\psi_v = \frac{3\pi}{Re}$;

При $F_d \approx F_v$ - $\psi = \psi_a = \frac{5\pi}{8\sqrt{Re}}$;



Зависимость коэффициента **ψ** от числа Рейнольдса **Re** при свободном падении в жидкостях (диаграмма Реелея)

Свободное падение частиц

Конечная скорость падения

Для ламинарного режима (*частица менее 0,1 мм*) $G=F_в$:

$$\frac{\pi d^3}{6} (\rho_T - \rho_{ж}) g = 3\pi\mu v d$$

Для воды: $v_0 = g d^2 (\rho_T - \rho_{ж}) / 18\mu \approx 545 d^2 (\rho_T - 1000)$;

Для воздуха: $v_0 = 30278 d^2 (\rho_T - 1,23)$

Для переходного режима (*частица 2-0,1 мм*) $G=F_a$:

$$\frac{\pi d^3}{6} (\rho_T - \rho_{ж}) g = \frac{5\pi}{8\sqrt{Re}} v^2 d^2 \rho_{ж} \text{ откуда } v_0 = 0,89 d^3 \sqrt{\frac{(\rho_T - \rho_{ж})^2}{\mu \rho_{ж}}} \text{ при движении зерен}$$

в воде формулу можно представить: $v_0 = 0,89 d^3 \sqrt{(\rho_T - 1000)^2}$

Для турбулентного режима (*частица более 2 мм*) $G=F_d$:

$$\frac{\pi d^3}{6} (\rho_T - \rho_{ж}) g = \frac{\pi}{16} v^2 d^2 \rho_{ж} \text{ откуда } v_0 = 1,63 \sqrt{\frac{d(\rho_T - \rho_{ж})g}{\rho_{ж}}} \text{ при движении зерен в}$$

воде формулу можно представить: $v_0 = 0,16 \sqrt{d(\rho_T - 1000)}$

Общее уравнение конечной скорости падения для любых режимов $G=F$:

$$\frac{\pi d^3}{6} (\rho_T - \rho_{ж}) g = \psi v^2 d^2 \rho_{ж} \text{ откуда } v_0 = \sqrt{\frac{\pi d (\rho_T - \rho_{ж}) g}{6 \psi \rho_{ж}}}$$

Свободное падение частиц

Универсальный метод Лященко определения конечной скорости для частиц любой крупности и плотности

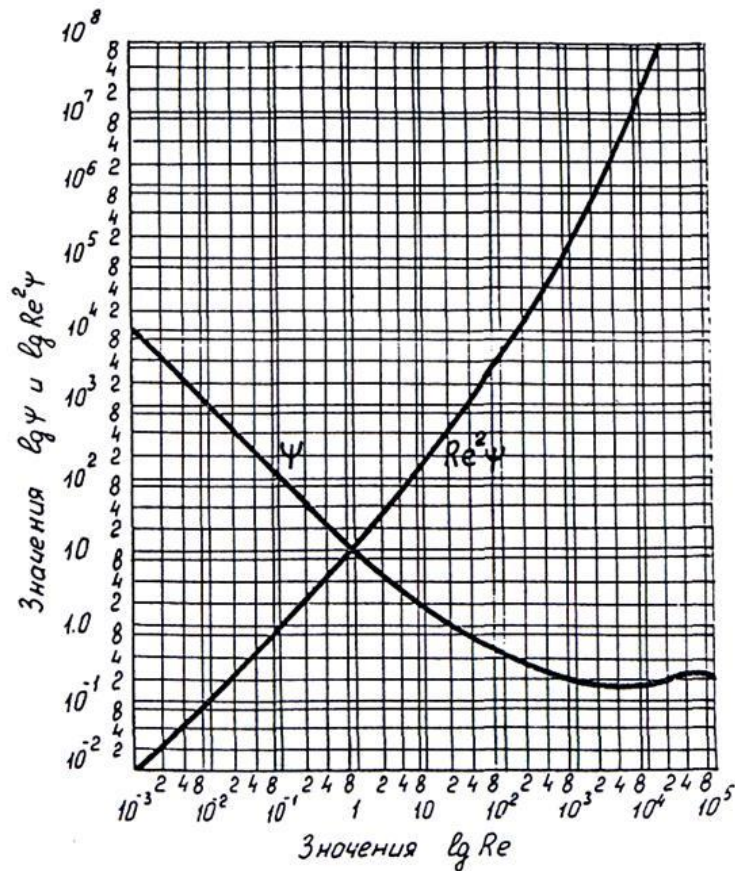


Диаграмма $Re^2 \psi$ и Re для частиц шарообразной формы

Из формул определения G и F исключаем u и d преобразуем полученные выражения и получим:

$$Re^2 \psi = \frac{\pi d^3}{6} (\rho_T - \rho_{\text{ж}}) g \frac{\rho_{\text{ж}}}{\mu^2}$$

Рассчитываем параметр $Re^2 \psi$ по диаграмме определяем число Re и рассчитываем u скорость:

$$v = \frac{Re \mu}{d \rho_{\text{ж}}}$$

Начальное ускорение свободно падающей частицы в жидкости:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{(\rho_T - \rho_{\text{ж}})}{\rho_T} g - \frac{6 \psi v^2 \rho_{\text{ж}}}{\pi d \rho_T}, g_0 = \frac{(\rho_T - \rho_{\text{ж}})}{\rho_T} g$$

Время достижения конечной скорости:

$$t = \frac{2,5 v_0}{g_0} = \frac{2,5 v_0 \rho_T}{(\rho_T - \rho_{\text{ж}}) g}$$

Путь пройденный частицей за время достижения конечной скорости: $S = 1,8 \frac{v_0}{g_0}$

Свободное падение частиц

Движение тела в вертикальной струе

Описывается уравнением: $\vartheta = \frac{\vartheta_0^2 - v}{\vartheta_0 - v} = \vartheta_0 + v$

Движение тела в нисходящей струе

Описывается уравнением: $\vartheta_\infty = v + \vartheta_0$

Отклонение в скорости падения частиц неправильной формы

Коэффициент сферичности Ω частиц: $\Omega = \frac{\pi d_{\text{э}}^2}{S} = \frac{d_{\text{э}}^2}{d_s^2}$

Гидродинамическое сопротивление несферических тел:

$$F_{\text{д}} = \psi_s \rho_{\text{ж}} \vartheta^2 d_s^2, \psi_s = \psi \Omega \text{ при этом } Re_s = \frac{\vartheta d_s}{\nu}$$

Конечная скорость падения для частиц неправильной формы: $\vartheta = \vartheta_{\text{э}} \sqrt{\Omega}$

Свободное падение частиц

Равнопадающие частицы

Равнопадающими называются минеральные частицы разной плотности, обладающие одинаковой конечной скоростью падения в среде:

$$v_{01} = \sqrt{\frac{\pi d_1 (\rho_{т1} - \rho_{ж}) g}{6 \psi_1 \rho_{ж}}}, v_{02} = \sqrt{\frac{\pi d_2 (\rho_{т2} - \rho_{ж}) g}{6 \psi_2 \rho_{ж}}}$$

Коэффициент равнопадаемости:

$$e = \frac{d_1}{d_2} = \frac{\psi_1 (\rho_{т2} - \rho_{ж})}{\psi_2 (\rho_{т1} - \rho_{ж})}$$

Приближенные значения коэффициента равнопадаемости составят:

Для округлых частиц с $d > 2$ мм по Риттингеру:

$$e = \frac{d_1}{d_2} = \frac{(\rho_{т2} - \rho_{ж})}{(\rho_{т1} - \rho_{ж})} > 1;$$

Для частиц с $d < 0,1$ мм по Стоксу:

$$e = \frac{d_1}{d_2} = \sqrt{\frac{(\rho_{т2} - \rho_{ж})}{(\rho_{т1} - \rho_{ж})}};$$

Для частиц с $d = 0,1-2$ мм по Аллену:

$$e = \frac{d_1}{d_2} = \sqrt{\left(\frac{\rho_{т2} - \rho_{ж}}{\rho_{т1} - \rho_{ж}} \right)^2}.$$

Стесненное движение частиц

Скорость стесненного падения частиц

Экспериментально установлено, что скорость стесненного падения меньше скорости свободного падения в среднем в воде: для кварца в **2,76** раза, а для свинцового блеска в **3,47** раза.

Формула Ричардса: $v_{\text{ст}} = k\sqrt{d(\delta - \delta_{\text{п}})}$

Формула профессора Монроэ: $v_{\text{ст}} = 51,1\sqrt{d(\delta - 1)} \left[1 - \left(\frac{d}{D} \right)^{3/2} \right]$

Уравнение Лященко: $v_{\text{ст}} = v_0\sqrt{\Theta^n}, \Theta = \frac{V - V_1}{V}$

Формулы для прогнозирования $u_{\text{ст}}$ также были предложены А.И. Загустиным, Т.Г. Фоменко, А.М. Гаспаряном и Н.С. Икаряном, М. Лева, А.М. Базилевским и Б.В. Кизельватером, Минцем и И.С. Шубертом и др. все они скорость стесненного падения связывают с содержанием твердой фазы в пульпе.

Стесненное движение частиц

Равнопадаемость частиц в условиях стесненного движения

Снижение скорости падения частиц в стесненных условиях в сравнении со свободными **увеличивает величину коэффициента их равнопадаемости.**

$$e = \frac{d_1}{d_2} = \frac{(\rho_{т2} - \rho_{п})}{(\rho_{т1} - \rho_{п})}$$

По А.М. Годену: $e = \left(\frac{(\rho_{т2} - \rho_{п})}{(\rho_{т1} - \rho_{п})} \right)^n$, n – показатель степени, изменяющийся в пределах от 0,5 (для частиц менее 0,1 мм) до 1 (для частиц более 2 мм)

Минерал	Коэффициент равнопадаемости по отношению к кварцу	
	Свободного падения	Стесненного падения
Свинцовый блеск	3,75	5,842
Вольфрамит	3,26	5,155
Касситерит	3,12	4,698
Арсенопирит	2,94	3,737
Пирротин	2,08	2,808
Цинковая обманка	1,56	2,127

Движение частиц во взвесах и суспензии

Взвесь – разрыхленное состояние дисперсных частиц под действием, например, восходящего потока воды. Подвижное состояние частиц во взвеси напоминает **«кипящий слой»**, а его способность течь подобно жидкости дала ему название **псевдожидкость**.

Перепад давления при движении восходящего потока жидкости через неподвижный слой дисперсного материала описывается уравнением:

$$dp = (\rho_{\text{т}} - \rho_{\text{ж}})gH(1 - \Theta)$$

Суспензии – это грубодисперсные системы с жидкой средой и твердой дисперсной фазой, частицы которой достаточно крупны и протворечат броуновскому движению.

Плотность суспензии: $\rho_c = c(\rho_y - 1000) + 1000$

Вязкость суспензии уравнение Ванда: $\eta_c = \eta_0(1 + 2,5c + 7,349c^2 + 16,2c^3)$

Напряжение сдвига бесструктурной суспензии: $\tau = \eta_0 \frac{d\vartheta}{d_{\text{п}}}$

Напряжение сдвига структурной суспензии: $\tau = \tau_0 + \eta_0 \frac{d\vartheta}{d_{\text{п}}}$, разделяют на слабоструктурные ($\tau_0 = 3$ Па), структурные ($3 < \tau_0 \leq 8$ Па), сильноструктурные ($\tau_0 > 8$ Па).

Скорость падения тел более 10 мм по С.И. Митрофанову и Е.Е. Розину:

$$\vartheta = \sqrt{\frac{\pi d_3 (\rho - \rho_c)}{6 \psi \rho_c}} g \Theta^n, \text{ n – показатель степени 7,2-11,3}$$